ଗଣିତ

ସପ୍ତମ ଶ୍ରେଣୀ

FMLAIP

ଶିକ୍ଷକ ଶିକ୍ଷା ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଳୟ ଏବଂ
ରାଜ୍ୟ ଶିକ୍ଷା ଗବେଷଣା ଓ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ପରିଷଦ,
ଓଡ଼ିଶା, ଭୁବନେଶ୍ୱର

ଓଡ଼ିଶା ବିଦ୍ୟାଳୟ ଶିକ୍ଷା କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ପ୍ରାଧିକରଣ,
ଭୁବନେଶ୍ୱର

ଗଣିତ

ସପ୍ତମ ଶ୍ରେଣୀ

ଲେଖକ ମଣ୍ଡଳୀ

ଶ୍ରୀ ମଦନ ମୋହନ ମହାନ୍ତି

ଡ଼. ନଳିନୀକାନ୍ତ ମିଶ୍ର

ଡ଼. ନିବେଦିତା ନାୟକ

ଶ୍ରୀ ତାପସ କୁମାର ନାୟକ

ଶ୍ରୀ ଦିଲ୍ଲୀପ କୁମାର ସାହୁ

ସମୀକ୍ଷକ ମଣ୍ଡଳୀ

ଶ୍ରୀ ମଦନ ମୋହନ ମହାନ୍ତି

ଶ୍ରୀ ତାପସ କୁମାର ନାୟକ

ଡ଼. ବାମଦେବ ତ୍ରିପାଠୀ

ସଂଯୋଜନା

ଡ. ପ୍ରୀତିଲତା ଜେନା

ଡ. ତିଳୋତ୍ତମା ସେନାପତି

ଡ. ସବିତା ସାହୁ

ପ୍ରକାଶକ :

ବିଦ୍ୟାଳୟ ଓ ଗଣଶିକ୍ଷା ବିଭାଗ,

ଓଡ଼ିଶା ସରକାର

ମୁଦ୍ରଣ ବର୍ଷ : ୨୦୧୦
୨୦୧୯

ପ୍ରସ୍ତୁତି :

ଶିକ୍ଷକ ଶିକ୍ଷା ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଳୟ ଏବଂ ରାଜ୍ୟ ଶିକ୍ଷା ଗବେଷଣା ଓ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ପରିଷଦ, ଓଡ଼ିଶା, ଭୁବନେ

ଓ

ଓଡ଼ିଶା ରାଜ୍ୟ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ପ୍ରଣୟନ ଓ ପ୍ରକାଶନ ସଂସ୍ଥା, ଭୁବନେଶ୍ୱର

ମୁଦ୍ରଣ :

ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ଉତ୍ପାଦନ ଓ ବିକ୍ରୟ, ଓଡ଼ିଶା, ଭୁବନେଶ୍ୱର

ଜଗତମାତାଙ୍କର ଚରଣରେ ଅଦ୍ୟାବଧି ମୁଁ ଯେଉଁ ଯେଉଁ ଭେଟି ଦେଉଅଛି ସେଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ମୌଳିକ ଶିକ୍ଷା ମୋତେ ସବୁଠାରୁ ଅଧିକ କ୍ରାନ୍ତିକାରୀ ଓ ମହତ୍ତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ମନେ ହେଉଛି । ଏହାଠାରୁ ଅଧିକ ମହତ୍ତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଓ ମୂଲ୍ୟବାନ ଭେଟି ମୁଁ ଯେ ଜଗତ ସମ୍ମୁଖରେ ଥୋଇପାରିବି, ତାହା ମୋର ପ୍ରତ୍ୟୟ ହେଉନାହିଁ । ଏଥିରେ ରହିଛି ମୋର ସମଗ୍ର ରଚନାତ୍ମକ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମକୁ ପ୍ରୟୋଗାତ୍ମକ କରିବାର ଚାବିକାଠି । ଯେଉଁ ନୂଆ ଦୁନିଆ ପାଇଁ ମୁଁ ଛଟପଟ ହେଉଛି, ତାହା ଏହିଥିରୁ ହିଁ ଉଦ୍ଭବ ହୋଇପାରିବ । ଏହା ମୋର ଅନ୍ତିମ ଅଭିଳାଷ କହିଲେ ଚଳେ ।

ମହାତ୍ମା ଗାନ୍ଧି

ଭାରତର ସମ୍ବିଧାନ

ପ୍ରସ୍ତାବନା

ଆମ୍ଭେ ଭାରତବାସୀ ଭାରତକୁ ଏକ ସାର୍ବଭୌମ, ସମାଜବାଦୀ, ଧର୍ମ ନିରପେକ୍ଷ, ଗଣତାନ୍ତ୍ରିକ ସାଧାରଣତନ୍ତ୍ର ରୂପେ ଗଠନ କରିବା ପାଇଁ ଦୃଢ଼ ସଂକଳ୍ପ ନେଇ ଓ ଏହାର ନାଗରିକଙ୍କୁ

- ସାମାଜିକ, ଅର୍ଥନୈତିକ ଓ ରାଜନୈତିକ ନ୍ୟାୟ ;
- ଚିନ୍ତା, ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି, ପ୍ରତ୍ୟୟ, ଧର୍ମୀୟ ବିଶ୍ୱାସ ଏବଂ ଉପାସନାର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ରତା ;
- ସ୍ଥିତି ଓ ସୁବିଧା ସୁଯୋଗର ସମାନତାର ସୁରକ୍ଷା ପ୍ରଦାନ କରିବାକୁ ତଥା ;
- ବ୍ୟକ୍ତି ମର୍ଯ୍ୟାଦା ଏବଂ ରାଷ୍ଟ୍ରର ଐକ୍ୟ ଓ ସଂହତି ନିଶ୍ଚିତ କରି ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଭ୍ରାତୃଭାବ ଉତ୍ସାହିତ କରିବାକୁ

ଏହି ୧୯୪୯ ମସିହା ନଭେମ୍ବର ୨୬ ତାରିଖ ଦିନ ଆମର ସମ୍ବିଧାନ ପ୍ରଣୟନ ସଭାରେ ଏତଦ୍ୱାରା ଏହି ସମ୍ବିଧାନ କୁ ଗ୍ରହଣ ଓ ପ୍ରଣୟନ କରୁଅଛୁ ଏବଂ ଆମ ନିଜକୁ ଅର୍ପଣ କରୁଅଛୁ।

ସୂଚୀପତ୍ର

ଅଧ୍ୟାୟ	ପ୍ରସଙ୍ଗ	ପୃଷ୍ଠା
ପ୍ରଥମ	ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା	1
ଦ୍ୱିତୀୟ	ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଓ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା	30
ତୃତୀୟ	ମୌଳିକ ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ର	55
ଚତୁର୍ଥ	ଘାତାଙ୍କ ଓ ଘାତରାଶି	74
ପଞ୍ଚମ	ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା	86
ଷଷ୍ଠ	ବୀଜଗଣିତ	113
ସପ୍ତମ	ତ୍ରିଭୁଜର ଧର୍ମ	133
ଅଷ୍ଟମ	ବ୍ୟାବହାରିକ ଗଣିତ	145
ନବମ	ପ୍ରତିସମତା ଓ ସର୍ବସମତା	176
ଦଶମ	ପରିମିତି	202
ଏକାଦଶ	ତଥ୍ୟ ପରିଚାଳନା	223
ଦ୍ୱାଦଶ	ଜ୍ୟାମିତିକ ଅଙ୍କନ	230

ଗଣିତଜ୍ଞ ରାମାନୁଜନ୍

(1887-1920)

'ତୁଳସୀ ଦୁଇ ପତ୍ରରୁ ବାସେ', ଏ କଥାଟି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଓଡ଼ିଆଙ୍କ ତୁଣ୍ଡରୁ ବାହାରି ଥାଏ। ଥରେ ଶିକ୍ଷକ ପ୍ରାଥମିକ ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢାଉଥିଲେ- ''ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ, ଭାଗଫଳ ଏକ ହୁଏ। ଯେପରି ତିନୋଟି ଫଳକୁ ତିନିଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟିଦେଲେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଫଳ ପାଇବ।''

ଛାତ୍ରଟିଏ ଏ କଥା ଶୁଣି ସାଙ୍ଗେ ସାଙ୍ଗେ ଠିଆହୋଇ ପଚାରିଲା- ''ତେବେ ଶୂନକୁ ଶୂନ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ଭାଗଫଳ ମଧ୍ୟ ଏକ ହେବ। ଅର୍ଥାତ୍ ଶୂନ ସଂଖ୍ୟକ ଫଳକୁ ଶୂନ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟିଦେଲେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ଗୋଟିଏ ଫଳ ପାଇବ। ଏହା କ'ଣ ଠିକ୍ କି ?''

ଏହି ପ୍ରଶ୍ନ ପଚାରିଥିବା ପିଲାଟି ଥିଲା **'ରାମାନୁଜନ୍'**। ସେହି ପିଲା ବୟସରୁ ହିଁ ତାଙ୍କର ଯେ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରକୃତି ବିଷୟରେ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଅନ୍ତର୍ଦୃଷ୍ଟି ଥିଲା, ଉପରୋକ୍ତ ଘଟଣାଟି ହେଉଛି ତା'ର ନିଦର୍ଶନ। ପ୍ରାଥମିକ ଶ୍ରେଣୀରେ ଛାତ୍ର ଥିବା ବେଳେ ସେ ପୃଥିବୀର ବିଷୁବ ରେଖାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଗଣନା କରି ପାରିଥିଲେ।

1 ରୁ 100 ମଧ୍ୟରେ କେଉଁ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମୌଳିକ ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ତୁମେ କାଗଜ କଲମର ସାହାଯ୍ୟ ନେବ, ଆଉ ଅନ୍ତତଃ ପନ୍ଦର ମିନିଟ୍ ସମୟ ମଧ୍ୟ ନେବ। ତୁମରି ବୟସରେ ସେ ଏକ ଠାରୁ ଏକ କୋଟି (1,00,00,000) ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ତାଙ୍କ ଜିଭ ଅଗରେ ଥିଲା। ମାଟ୍ରିକ୍ ପରୀକ୍ଷାରେ ସେ ପ୍ରଥମ ଶ୍ରେଣୀରେ ଉତ୍ତୀର୍ଣ୍ଣ ହୋଇଥିଲେ। ଏହା ପରେ ତାଙ୍କର କଲେଜ ଜୀବନ ଆରମ୍ଭ ହେଲା। କଲେଜ ଜୀବନର ଆରମ୍ଭରେ ସେ ଇଂରାଜୀ ପ୍ରବନ୍ଧ ଓ ଗଣିତ ପ୍ରତିଯୋଗିତାରେ ସଫଳତା ଲାଭ କରି ପୁରସ୍କାର ପାଇଥିବା ବିଭିନ୍ନ ପୁସ୍ତକ ମଧ୍ୟରେ ଖଣ୍ଡେ ଉଚ୍ଚସ୍ତରର ଗଣିତ ପୁସ୍ତକ ଥିଲା। ଉକ୍ତ ପୁସ୍ତକଟି ତାଙ୍କୁ ଗଣିତ ଅଧ୍ୟୟନ ପ୍ରତିଏତେ ଆକୃଷ୍ଟ କରିଥିଲା ଯେ, ସେ ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ବିଷୟ ପ୍ରତି ଅବହେଳା ପ୍ରଦର୍ଶନ କରି ଉଚ୍ଚ ସ୍ତରର ଗଣିତ ପଢ଼ିବାରେ ଲାଗିଲେ। ଫଳତଃ କଲେଜ ପରୀକ୍ଷାରେ ଗଣିତରେ ଶତକଡା ଶହେ ନମ୍ବର ରଖିଥିବା ସତ୍ତ୍ୱେ ଇଂରାଜୀରେ ପାସ୍ ନମ୍ବର ଠାରୁ 3 ନମ୍ବର କମ୍ ରଖିଥିବାରୁ ସେ ପରୀକ୍ଷାରେ ଫେଲ୍ ହୋଇଥିଲେ। ଏହିଠାରେ ତାଙ୍କର ପାଠପଢ଼ା ଶେଷ ହେଲା।

ଉଦ୍ୟମର ଶେଷ ନାହିଁ

ତା'ପରେ ସେ ନିଜର ଭରଣପୋଷଣ ପାଇଁ କିରାଣୀ ଚାକିରିଟିଏ କରିଥିଲେ। ଏହି ଚାକିରି ପାଇବାରେ ତାଙ୍କୁ ସାହାଯ୍ୟ କରିଥିଲେ ଜଣେ ଡେପୁଟି କଲେକ୍ଟର ରାମସ୍ୱାମୀ ଆୟାର। ଆୟାର ମହାଶୟ ଜଣେ ଗଣିତପ୍ରେମୀ ଥିଲେ। ରାମାନୁଜନଙ୍କ ଟିପାଖାତାରୁ ତାଙ୍କ ଲିଖିତ ସୂତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ଦେଖି ରାମାନୁଜନ୍‌ଙ୍କ ଠାରେ ଥିବା ଅସାଧାରଣ ପ୍ରତିଭାର ସୂଚନା ପାଇଲେ। ଏହାପରେ ଗଣିତ ଅଧ୍ୟୟନ ତଥା ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗବେଷଣା ଲାଗି ତାଙ୍କୁ ଅଧିକରୁ ଅଧିକ ସୁଯୋଗ ମିଳିଲା।

ରାମାନୁଜନ୍‌ଙ୍କର ଗଣିତକ୍ଷେତ୍ରରେ ଗବେଷଣାଲବ୍ଧ ଜ୍ଞାନର ସୂଚନା ପାଇଥିଲେ ବିଲାତରେ କେମ୍ବ୍ରିଜ ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଥିବା ଗଣିତ ବିଭାଗର ଅଧ୍ୟାପକ ହାର୍ଡ଼ି। ସେ ରାମାନୁଜନ୍‌ଙ୍କୁ କେମ୍ବ୍ରିଜରେ ଅଧ୍ୟୟନ କରିବା ପାଇଁ ବୃତ୍ତିର ବ୍ୟବସ୍ଥା କରିଦେଲେ। ରାମାନୁଜନ୍ କେମ୍ବ୍ରିଜ ଗଲେ। ସେଠାରେ ତାଙ୍କର ଜ୍ଞାନ ସମସ୍ତ ଗଣିତ ଅଧ୍ୟାପକଙ୍କୁ ଚମକୃତ କରିଥିଲା।

ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରଟିଏ ରୁଲର୍ ଓ କମ୍ପାସ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ଅଙ୍କନ କରିବା ଏକ ଅସମାହିତ ପ୍ରଶ୍ନ ବୋଲି ସମଗ୍ର ଗଣିତବିତ୍‌ଙ୍କ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ହୋଇଥିବା ବେଳେ π ର ମାନ $\frac{355}{113}$ ନେଇ ରାମାନୁଜନ୍ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଅଙ୍କନର ପ୍ରଣାଳୀ ତାଙ୍କ ଟିପାଖାତାରେ ଲେଖିଦେଇ ଯାଇଛନ୍ତି। ମାତ୍ର 33 ବର୍ଷ ବୟସରେ ସେ ଜଗତରୁ ବିଦାୟ ନେଇଥିଲେ ମଧ୍ୟ ବିଶ୍ୱରେ ଗଣିତଜ୍ଞମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ତାଙ୍କର ନାମ ସର୍ବବିଦିତ।

ପ୍ରଥମ ଅଧ୍ୟାୟ

FHV6KC

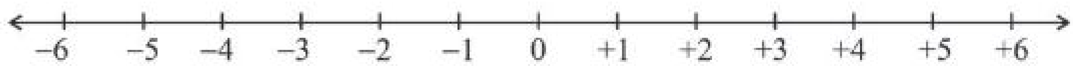
ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା

1.1 ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ

ଆମେ ପୂର୍ବଶ୍ରେଣୀରେ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା, ସଂପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା (ଶୂନ ସମେତ ସମସ୍ତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା) ଏବଂ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜାଣିଛୁ । ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଚିହ୍ନଟ କରି ଜାଣିଛୁ । ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ କ୍ରମରେ ସଜାଇବା ଶିଖିଛୁ । ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଯୋଗ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟ ସମ୍ପାଦନ କରିଛୁ ।

ଆସ, ସେସବୁକୁ ମନେ ପକାଇବା ।

1. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାରେଖାକୁ ଦେଖି ତଳେ ଥିବା ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ସ୍ଥିର କର ।



(କ) +2 ଅପେକ୍ଷା 3 ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଟି କିଏ ?

(ଖ) −3 ଅପେକ୍ଷା 7 ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଟି କିଏ ?

(ଗ) କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଟି +4 ଅପେକ୍ଷା 7 କମ୍ ?

(ଘ) ଶୂନ ଅପେକ୍ଷା 5 ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଟି ଚିହ୍ନଟ କର ।

(ଙ) କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଟି 0 ଅପେକ୍ଷା 4 କମ୍ ?

(ଚ) +5 ଅପେକ୍ଷା ସାନ ହୋଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଟି +5 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର କେଉଁ ପାଖରେ ରହିବ ?

(ଛ) ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ଚିହ୍ନଟ କର ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ୫ । ଏଭଳି ଅଧିକ ଯୋଡ଼ା ସଂଖ୍ୟା ପାଇବ କି ?

(ଜ) −3 ଓ +2 ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ କେତେ ?

(ଝ) ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ −4 ଠାରୁ +3 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଥିବା ଏକକ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

(ଞ) ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ +4 ଠାରୁ −3 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଥିବା ଏକକ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

ଜାଣିଛ କି ?
−4 ଠାରୁ +3 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏକକ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବାକୁ ହେଲେ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ −4 ଠାରୁ +3 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଘର ଗଣିବା । ସେତୋଟି ଘର ପାଇଲେ ଏକକ ସଂଖ୍ୟା ସେତେ ହେବ ।

2. ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

(କ) +5 ଓ +୫ ର ଯୋଗଫଳ କେତେ ?

(ଖ) −3 ଓ +୫ ର ଯୋଗଫଳ କେତେ ?

(ଗ) −7 ଓ +5 ର ଯୋଗଫଳ କେତେ ?

(ଘ) −4 ଓ −7 ର ଯୋଗଫଳ କେତେ ?

ଜାଣିଛ କି ?
- ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସାହାଯ୍ୟରେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ସହ ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗକଲାବେଳେ ଆମେ ଡାହାଣ ଆଡ଼କୁ ଯିବା ।
- ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସାହାଯ୍ୟରେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାରୁ ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କରିବାବେଳେ ଆମେ ବାମ ଆଡ଼କୁ ଯିବା ।

(ଙ) +୪ ରୁ +3 ବିୟୋଗ କର ।

(ଚ) +5 ରୁ +7 ବିୟୋଗ କର ।

(ଛ) +7 ରୁ +12 ବିୟୋଗ କର ।

(ଜ) +5 ରୁ +3 ବିୟୋଗ କର ।

(ଝ) –4 ରୁ +୪ ବିୟୋଗ କର ।

(ଞ) –5 ରୁ –4 ବିୟୋଗ କର ।

(ଟ) ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାରୁ ତା' ଅପେକ୍ଷା ବଡ଼ ହୋଇଥିବା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାଟି ବିୟୋଗ କରି ପାରିବା କି ?

(ଠ) ଶୂନରୁ + ୪ ବିୟୋଗ କରି ପାରିବା କି ? ଯଦି ପାରିବା, ତେବେ ଉତ୍ତର କେତେ ହେବ ?

(ଡ଼) + ୪ ସହ –3 ଯୋଗ କରିବା ଯାହା, + ୪ ରୁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କରିବା ତାହା ?

(ଢ଼) –3 ରୁ –4 ବିୟୋଗ କରିବା ଯାହା, –3 ସହ କେତେ ଯୋଗ କରିବା ତାହା ?

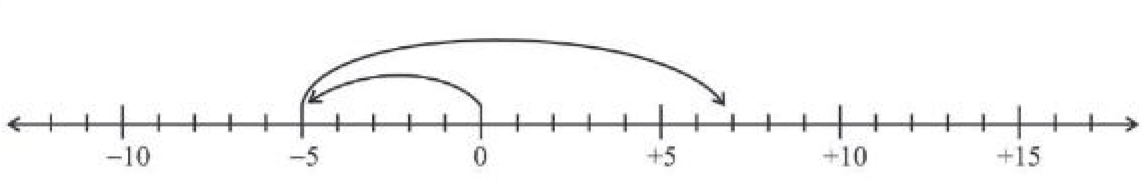
ଆମେ ଜାଣିଛନ୍ତି

ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଗୋଟିଏ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କରିବା ଅର୍ଥ ହେଉଛି ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାରୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କରିବା ।

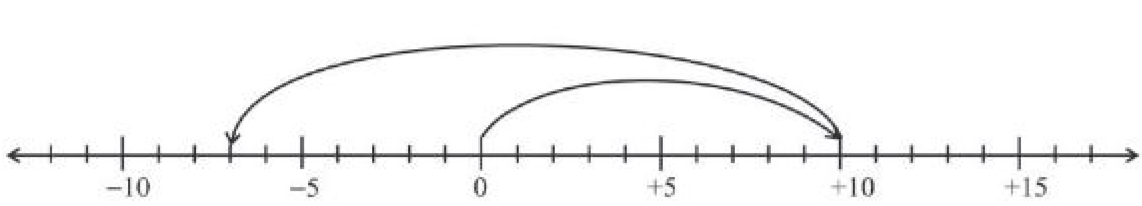
ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 1.1

1. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ପ୍ରକ୍ରିୟା ଓ ତା'ର ଫଳ ଲେଖ ।

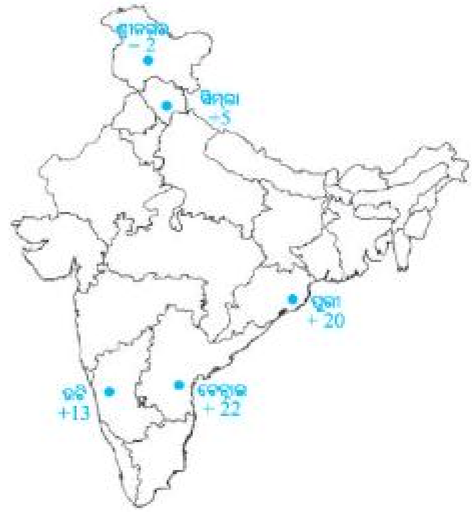
(କ)



(ଖ)



2. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ମାନଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ବିଭିନ୍ନ ସ୍ଥାନର ଗୋଟିଏ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦିନର ସର୍ବନିମ୍ନ ତାପମାତ୍ରା ସେଲସିଅସ୍ ଡିଗ୍ରୀରେ ଦିଆଯାଇଛି । ଏହାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକରି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।



(କ) କେଉଁ ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରା ସର୍ବାଧିକ ?

(ଖ) କେଉଁ ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରା ସର୍ବନିମ୍ନ ?

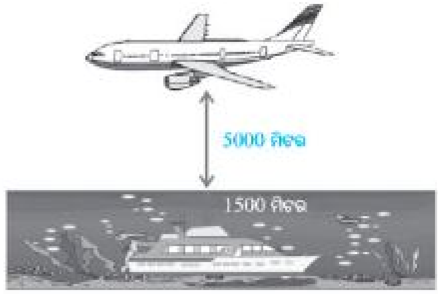
(ଗ) କେଉଁ ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରା ଉଟିର ତାପମାତ୍ରାଠାରୁ 8 ଡିଗ୍ରୀ କମ୍ ?

(ଘ) ଶ୍ରୀନଗର ଓ ଉଟିର ତାପମାତ୍ରା ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରାର୍ଥକ୍ୟ କେତେ ?

(ଙ) କେଉଁ ଦୁଇଟି ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରା ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ 22 ଡିଗ୍ରୀ ?

3. ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣଜ୍ଞାନ ପ୍ରତିଯୋଗିତାରେ ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଲାଗି +1 ନମ୍ବର ଓ ଭୁଲ ଉତ୍ତର ଲାଗି −1 ନମ୍ବର ଦିଆଯାଏ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରତିଯୋଗୀକୁ ଚାରୋଟି ପାଳିରେ ପ୍ରଶ୍ନ ପଚରାଯାଏ ଓ ପ୍ରତିପାଳିରେ 25 ଟି ପ୍ରଶ୍ନ ପଚରା ଯାଏ । ମନିଷାକୁ ଚାରୋଟି ପାଳିରେ ପଚରାଯାଇଥିବା ପ୍ରଶ୍ନ ଲାଗି ସେ ପାଇଥିବା ନମ୍ବରଗୁଡ଼ିକ ହେଲା 7, −3, 5 ଓ −5 । ତେବେ ସେ ମୋଟ କେତେ ନମ୍ବର ପାଇଲା ?

4. ଏକ ସମୟରେ ଗୋଟିଏ ଉଡ଼ାଜାହାଜ ସମୁଦ୍ରପତନ ଠାରୁ 5000ମି. ଉପରେ ଉଡୁଥିବା ବେଳେ ଏକ ବୁଡ଼ାଜାହାଜ ସମୁଦ୍ର ପତନ ଠାରୁ 1500ମି. ଗଭୀରତାରେ ଗତି କରୁଥିଲା । ତେବେ ସେହି ସମୟରେ ଉକ୍ତ ଜାହାଜ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା କେତେ ?



5. ଗୋଟିଏ କୁହୁକ ବର୍ଗରେ ଡାହାଣରୁ ବାମକୁ, ଉପରୁ ତଳକୁ ବା ଗୋଟିଏ କଣରୁ ବିପରୀତ କଣକୁ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ ସର୍ବଦା ସମାନ । ଏବେ କହ, ନିମ୍ନରେ ଥିବା ବର୍ଗ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ପୂର୍ବ ସମ୍ପର୍କ ଥିବା ଏକ କୁହୁକବର୍ଗ ?

+2	−8	0
−3	+1	−4
+4	−6	−7

−7	+4	−6
−2	−3	−4
0	−10	+1

6. a ଓ b ଲାଗି ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାମାନ ନେଇ $a-(-b)=a+b$ ଏହାର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କର ।

(କ) $a=12, b=15$ (ଖ) $a=225, b=321$

(ଗ) $a=-8, b=0$ (ଘ) $a=-18, b=+16$

7. ସରଳ କର :

(କ) $+5+(-7)-(-3)$ (ଖ) $-18+(-3)-12$

(ଗ) $+25-(+7)+(-18)$ (ଘ) $-35-(-20)+(-14)$

8. ଶ୍ୟାମଳୀ ତା'ଘର ପାଖରୁ 25 ମିଟର ପୂର୍ବକୁ ଗଲାପରେ ପହଞ୍ଚିବା ସ୍ଥାନରୁ 27 ମିଟର ପଶ୍ଚିମକୁ ଫେରିଲା । ତେବେ ସେ ତା' ଘର ପାଖରୁ କେଉଁ ଦିଗରେ ଓ କେତେ ଦୂରରେ ପହଞ୍ଚିଲା ?

9. (କ) ଯୋଗଫଳ କେତେ ହେବ ସ୍ଥିର କର ।

$-8+7-6+5-4+3-2+1$

(ଖ) ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ପ୍ରଥମରୁ ଯୋଡି ଯୋଡି କରି ନେଇ ତା'ପରେ ଯୋଗଫଳ କେତେ ସ୍ଥିର କର ।

(ଗ) ଯୋଗଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

$(-4)+(-3)+(-2)+(-1)+0+(+1)+(+2)+(+3)+(+4)$

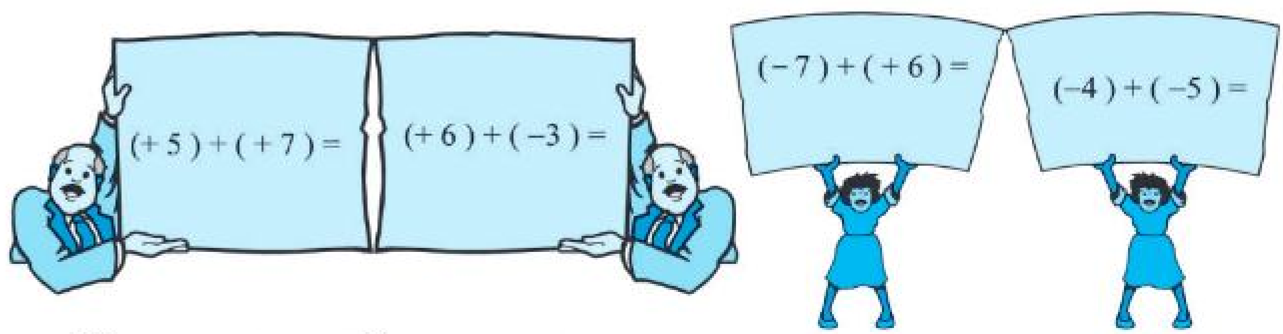
1.2. ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବିଭିନ୍ନ ଧର୍ମ

ଆସ, ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(କ) $(+5)+(+7)=$ (ଖ) $(+6)+(-3)=$

(ଗ) $(-7)+(+6)=$ (ଘ) $(-4)+(-5)=$



ମିଳିଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଗଫଳ କି ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ?

ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ, ସାଙ୍ଗମାନଙ୍କ ସହ ଆଲୋଚନା କରି କୁହ ।

ଆମେ ଜାଣିଲେ –

ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ସର୍ବଦା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

ଏଣୁ ଆମେ କହୁ : ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା **ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ** ପାଳନ କରେ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(କ) $(+3)+(+5) =$, $(+5)+(+3) =$

(ଖ) $(+8)+(-7) =$, $(-7)+(+8) =$

(ଗ) $(-3)+(+4) =$, $(+4)+(-3) =$

(ଘ) $(-4)+(-2) =$, $(-2)+(-4) =$

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ିରେ ଥିବା ଦୁଇଟିଯାକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗଫଳ ସମାନ ହେଉଛି କି ?

ଆମେ ଦେଖିଲେ -

$(+3)+(+5)=+8$ ଏବଂ $(+5)+(+3)= +8$

ଅର୍ଥାତ୍ +3 ସହ +5 ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ ଯେତେ, +5 ସହ +3 ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ ସେତେ ।

ଅନ୍ୟ ତିନୋଟି ଯୋଗଫଳକୁ ମଧ୍ୟ ଉପରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଳି ଲେଖ । ଏଥିରୁ ତୁମେ କ'ଣ ଜାଣିଲ ଲେଖ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର,

ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ କ୍ରମ ବଦଳାଇ ଯୋଗକଲେ, ଯୋଗଫଳ ବଦଳେ ନାହିଁ ।

ଆମେ ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ a ଓ ଅନ୍ୟ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ b ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଇଲେ, ଉପରେ କହିଥିବା କଥାକୁ ନିମ୍ନମତେ କହିପାରିବା ।

$$a + b = b + a$$

ଏଣୁ ଆମେ କହୁ, ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା **କ୍ରମ ବିନିମୟ ନିୟମ** ପାଳନ କରେ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ଆସ, ନିମ୍ନରେ ଥିବା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ତିନୋଟିର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

$(-3)+\{(-5)+(-2)\} =$

$\{(-3)+(-5)\}+(-2) =$

- ପ୍ରଥମ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗଫଳ କେତେ ପାଇଲ ?
- ଦ୍ୱିତୀୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗଫଳ କେତେ ପାଇଲ ?
- ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗଫଳ ସମାନ ହେଲା କି ?
- ଏଥିରୁ ତୁମେ କ'ଣ ଜାଣିଲ ?

ଅର୍ଥାତ୍ ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗକଲାବେଳେ, ସେ ତିନୋଟି ମଧ୍ୟରୁ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟିକୁ ପ୍ରଥମେ ଯୋଗକରି ପାଇଥିବା ଯୋଗଫଳ ସହ ବଳକା ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗକଲେ ଏକା ଯୋଗଫଳ ମିଳିଥାଏ ।

ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆମେ ଏହାହିଁ ଜାଣିଥିଲେ ।

ସଂଖ୍ୟା ତିନୋଟିକୁ a, b ଓ c ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶ କଲେ ଉପରେ ଦେଖିଥିବା ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଧର୍ମକୁ ଆମେ ନିମ୍ନମତେ କହିପାରିବା ।

a, b, c ତିନୋଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ,

$$a+ (b + c) = (a + b) + c$$

ଅର୍ଥାତ୍ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା **ସହଯୋଗୀ ନିୟମ** ପାଳନ କରେ ।

• ଆମେ ଆଗରୁ ଜାଣିଛୁ -

$5+0=5$
$9+0=9$
$74+0=74$

ଆହୁରି ମଧ୍ୟ କହିପାରିବା-

$(-3)+0=(-3)$

ଜାଣିଛ କି ?
ଶୂନ (0) କୁ ଯୋଗାତ୍ମକ ଅଭେଦ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ତୁମେ କୁହ -

(i) $(-7)+0 = ?$
(ii) $(-12)+0 = ?$
(iii) $(-27)+0 = ?$
(iv) $0+(-43) = ?$

ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ସଙ୍କେତ a ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଉପରେ ଦେଖିଥିବା ଯୋଗପ୍ରକ୍ରିୟାର ଧର୍ମକୁ ନିମ୍ନମତେ କହିପାରିବା ।

a ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ,
$$a+0=0+a=a$$

ଆମେ ଦେଖିଲେ, ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସହ ଶୂନକୁ ଯୋଗକଲେ, ଯୋଗଫଳ ମୂଳ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ ହୁଏ ।

ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଏହି ଗୁଣକୁ **ଅଭେଦ ନିୟମ** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନକରି ପାଇଥିବା ଯୋଗଫଳକୁ ଲେଖ ।

(i) $(+5)+(-5) =$
(ii) $(+8)+(-8) =$
(iii) $(-12)+(+12) =$
(iv) $(-15)+(+15) =$

କହିଲ ଦେଖି :
ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିମାନଙ୍କରେ ଥିବା ତାରକା ଚିହ୍ନିତ ସ୍ଥାନରେ କ'ଣ ଲେଖାଯିବ ?

(i) $(-7)+(*) = -7$
(ii) $(*)+(-4) = -4$
(iii) $(-18)+(*) = -18$
(iv) $(*)+(-28) = -28$

ଆମେ ଦେଖିଲେ, ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ଏପରି ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି, ଯେପରିକି ମୂଳ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଶୂନ ହେବ । ସେହିପରି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ଏପରି ଏକ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି, ଯେପରିକି ମୂଳ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସେହି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ ଶୂନ ହେବ । ଏହିପରି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ । ଅର୍ଥାତ୍, ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ହେଉଛି ଶୂନ ।

ଜାଣିଛ କି ?
+4 ର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା(-4)
(-5) ର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା +5

ଏହି ଭଳି ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ପରସ୍ପର **ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ** କୁହାଯାଏ । ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଉପରୋକ୍ତ କଥାକୁ ଆମେ ନିମ୍ନମତେ କହିପାରିବା ।

a ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ
$$a+(-a)=(-a)+a=0$$

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଏହି ଧର୍ମକୁ **ବିଲୋମୀ ନିୟମ** କୁହାଯାଏ ।

କହିଲ ଦେଖି :
ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବିଲୋମୀ ନିୟମ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ନଥିଲା କାହିଁକି ?

✍ ଉତ୍ତର ଲେଖ -

1. ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଲେଖ, ଯାହାର ଯୋଗଫଳ ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ।

   (କ) ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ଓ ଅନ୍ୟଟି ଋଣାତ୍ମକ ହୋଇଥିବ ।

   (ଖ) ଦୁଇଟି ଯାକ ଋଣାତ୍ମକ ହୋଇଥିବ ।

   (ଗ) ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଶୂନ ହୋଇଥିବ ।

2. ଏପରି ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଲେଖ, ଯାହାର ଯୋଗଫଳ

   (କ) ତୁମେ ଲେଖିଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ସାନ ।

   (ଖ) ଲେଖିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକ ଠାରୁ ସାନ ଓ ଅନ୍ୟଟିଠାରୁ ବଡ଼ ।

   (ଗ) ଲେଖିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଠାରୁ ବଡ଼ ।

3. ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ଯେପରିକି ସେ ଦୁଇଟିର ବିୟୋଗଫଳ

   (କ) ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ।

   (ଖ) ଲେଖିଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ସାନ ।

   (ଗ) ଲେଖିଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ବଡ ।

   (ଘ) ଶୂନ

ଜାଣିଛ କି ?

$(-3) + (-5) = -8$, ଏହି ଯୋଗକ୍ରିୟାର ଯୋଗଫଳ ମିଶାଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ସାନ ।

1.3. ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଧର୍ମ :

(କ) ଆସ ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ବିୟୋଗ ଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା । ଶୂନ୍ୟ କୋଠରିରେ ବିୟୋଗଫଳ ଲେଖ ।

(i) $(+5)-(+3) = \square$　　(ii) $(+8)-(-2) = \square$

(iii) $(+2)-(+5) = \square$　　(iv) $(-3)-(-4) = \square$

(v) $(-5)-(-2) = \square$　　(vi) $(-4)-(-4) = \square$

ଉପରୋକ୍ତ ବିୟୋଗଫଳଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ କହ ଓ ଲେଖ । ଏଣୁ ଦେଖିଲେ, ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ବିୟୋଗଫଳ ମଧ୍ୟ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା । ଅର୍ଥାତ୍ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟ **ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ** ପାଳନ କରେ ।

କହିଲ ଦେଖି :
ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରିବାର ଦେଖିଥିଲ କି ? କାରଣ କ'ଣ ?

ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଲାଗି **a** ଓ **b** କୁ ସଙ୍କେତ ରୂପେ ବ୍ୟବହାର କରି ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମକୁ ନିମ୍ନ ମତେ ଲେଖିପାରିବା

a ଓ **b** ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ
a – b ସର୍ବଦା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେବ ।

ଜାଣିରଖ :

$5+(-3)$ ଯାହା $5-3$ ତାହା

ଅର୍ଥାତ୍ $5+(-3)=5-3$

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ଏଠାରେ $5+(-3)$ ହେଉଛି ଏକ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା, ଯାହାକୁ $5-3$ ଭାବେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିଲା । $(5-3)$ ହେଉଛି ଏକ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା । ଏହା କୁହାଯାଇପାରେ ଯେ, ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ ।

ଆମେ ଜାଣିଛୁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ, ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ଓ ଅଭେଦ ନିୟମ ପାଳନ କରେ । ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଉପରୋକ୍ତ ନିୟମମାନ ପାଳନ କରେ କି ? ନିଜେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 1.2

1. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ ପଢ଼ । ଠିକ ଉକ୍ତି ଶେଷରେ '✓' ଚିହ୍ନ ଓ ଭୁଲ ଉକ୍ତି ଶେଷରେ '✗' ଚିହ୍ନ ବସାଅ ।
   - (କ) ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।
   - (ଖ) ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ବିୟୋଗଫଳ ସର୍ବଦା ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ।
   - (ଗ) ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗାତ୍ମକ ଅଭେଦ ହେଉଛି 0 ।
   - (ଘ) ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ସାନ ସଂଖ୍ୟାରୁ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କରାଯାଇ ପାରିବ ନାହିଁ ।
   - (ଙ) ଶୂନରୁ ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କଲେ ବିୟୋଗଫଳ ସର୍ବଦା ଋଣାତ୍ମକ ହେବ ।

2. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।
   - (କ) $(+3)+(\quad)=0$
   - (ଖ) $(-7)+(\quad)=0$
   - (ଗ) -8 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ହେଉଛି ( ) ।
   - (ଘ) 0 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ହେଉଛି ( ) ।
   - (ଙ) ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ( ), ତା' ନିଜର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ଅଟେ ।

3. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ପ୍ରଶ୍ନର ଡାହାଣରେ ଥିବା ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଶବ୍ଦକୁ ବାଛି ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ ଲେଖ ।
   - (କ) $+3$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ଅପେକ୍ଷା $+3$ ( ) । [ବଡ଼, ସାନ, ସମାନ]
   - (ଖ) $+5$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ଅପେକ୍ଷା -5 ( ) । [ବଡ଼, ସାନ, ସମାନ]

4. (କ) ଏପରି ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଲେଖ, ଯାହାର ଯୋଗଫଳ ତୁମେ ଲେଖିଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ବଡ଼ ।

(ଖ) ଏପରି ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଲେଖ, ଯାହାର ଯୋଗଫଳ ତୁମେ ଲେଖିଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ସାନ ।

5. $>, =, <$ ମଧ୍ୟରୁ ଉପଯୁକ୍ତ ଚିହ୍ନଟି ବାଛି ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ ବସାଅ ।

(କ) $+3$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ	☐	-3 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ।
(ଖ) -5 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ	☐	-7 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ।
(ଗ) 3 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ	☐	5 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ।
(ଘ) $+9$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ	☐	-4 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ।
(ଙ) -4 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ	☐	0 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ।

1.4. ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା

ଆମେ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଲୋଚନା କରିଛୁ । ବର୍ତ୍ତମାନ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ତିନି ପ୍ରକାର । ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା - ଧନାତ୍ମକ, ଋଣାତ୍ମକ ଓ ଶୂନ । ଏଣୁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯେ କୌଣସି ପ୍ରକ୍ରିୟା ଆଲୋଚନା କଲାବେଳେ ଆମେ -

(କ) ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ

(ଖ) ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଶୂନର ଗୁଣନ

(ଗ) ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ

(ଘ) ଶୂନ ସହ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ

(ଙ) ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ

(ଚ) ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ

ଏହି ଭଳି ଛଅ ଗୋଟି ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଉକ୍ତ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଆଲୋଚନା କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

(କ) ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ :

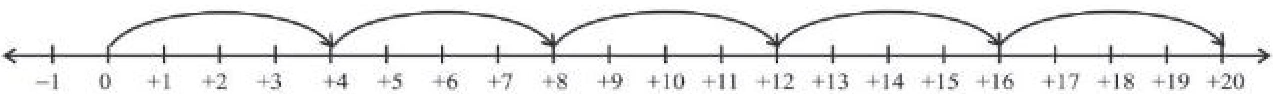
ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଲୋଚନା ବେଳେ ଆମେ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଲୋଚନା କରିଛୁ । ଏଠାରେ ଗୁଣନକୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମିକ ଯୋଗ ରୂପେ ନିଆଯାଇଥିଲା ।

ଏଣୁ $5\times3=3+3+3+3+3$ ବା $5+5+5$

ଫଳରେ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସହ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନକୁ ମଧ୍ୟ ଉକ୍ତ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମିକ ଯୋଗ ରୂପେ ନିଆଯିବ ।

ଯଥା :
$$\begin{aligned}(+5)\times(+4) &= (+4)+(+4)+(+4)+(+4)+(+4)\\ &=(+8)+(+4)+(+4)+(+4)\\ &=(+12)+(+4)+(+4)\\ &=(+16)+(+4)\\ &=+20\end{aligned}$$

ଆସ, ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଦେଖାଇବା :



ତୁମେ ସେହିଭଳି $(+6)\times(+3)$ ଓ $(+4)\times(+7)$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣଫଳ ଲେଖ ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିପାରିବା ଯେ,

ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ।

(ଖ) ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଶୂନର ଗୁଣନ :

ଆମେ ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଆଲୋଚନା ବେଳେ ମଧ୍ୟ ଆମେ ଶୂନ ସହ ଏକ ଅଣଶୂନ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କରିଛନ୍ତି ।

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଛୁ –

$5 \times 0 = 0$ ବା $(+5)\times 0 = 0$

$0 \times 3 = 0$ ବା $0\times(+3) = 0$

(ଗ) ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ :

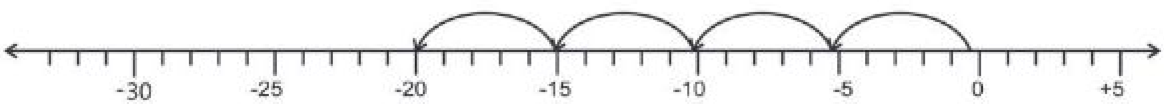
ତୁମେ ଜାଣିଛ – $(+4) \times (+5) = 4 \times 5$

$$= 5+5+5+5$$
$$= 20$$

ଅର୍ଥାତ୍ 4×5 ହେଉଛି 4 ଗୋଟି 5 ର ଯୋଗ । ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସହ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନକୁ ସେହି ଭାବରେ ଅର୍ଥାତ୍ କ୍ରମିକ ଯୋଗ ରୂପରେ ଲେଖି ପାରିବା କି ? ହଁ, ଲେଖିପାରିବା । ଅନ୍ୟ କଥାରେ, $4\times(-5)$ କୁ ଆମେ 4 ଗୋଟି -5ର ଯୋଗ ରୂପେ ଲେଖିପାରିବା । ଯେପରି ;

$$(+4) \times (-5) = 4 \times (-5)$$
$$= (-5)+(-5)+(-5)+(-5)$$
$$= (-10)+(-5)+(-5)$$
$$= (-15)+(-5)$$
$$= -20$$

ଆସ, ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସାହାଯ୍ୟରେ ଯୋଗକାର୍ଯ୍ୟ କରିବା–



ଆମେ ଦେଖିଲେ $(-5)+(-5)+(-5)+(-5) = -20$

ଏଣୁ $4 \times (-5) = -20$

ସଂଖ୍ୟାରେଖା ବ୍ୟବହାର କରି ତୁମେ ନିଜେ ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର–

(କ) $3\times(-2)$ (ଖ) $4\times(-3)$ (ଗ) $5\times(-5)$ (ଘ) $5\times(-8)$

ଆମେ ଦେଖିଲେ-

ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା × ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା = ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା

ଯଥା :

ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟି	ଗୁଣଫଳ	ଗୁଣଫଳର ଅନ୍ୟରୂପ
3, (–2)	–6	–(3×2)
4, (–3)	–12	–(4×3)
5, (–5)	–25	–(5×5)

ଉପରୋକ୍ତ ଗୁଣନ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଆମେ ନିମ୍ନ ମତେ ସଂକ୍ଷେପରେ ଲେଖିବା

$4 \times (-5) = -(4\times5) = -20$

$5\times(-3) = -(5\times3) = -15$

(ଘ) ଶୂନ (0) ସହ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ

ଶୂନ (0) ସହ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ

ବିଷୟରେ ଆମେ ଜାଣିଛୁ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ :

0 x 2 = 0
0 x 1 = 0
0 x 0 = 0
0 x (-1) = 0
0 x (-2) = 0
0 x (-3) = 0

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ, ଶୂନକୁ ଯେକୌଣସି ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଗୁଣିଲେ ଗୁଣଫଳ ଶୂନ ହେବ ।

(ଙ) ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସହ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ :

ନିମ୍ନ ଗୁଣଫଳଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର-

$4 \times 3 = 12$

$3 \times 3 = 9 \quad = 12-3$

$2 \times 3 = 6 \quad = 9-3$

$1 \times 3 = 3 \quad = 6-3$

$0 \times 3 = 0 \quad = 3-3$

$-1 \times 3 \quad = 0-(3) = -3$

ପରବର୍ତ୍ତୀ ଧାଡ଼ିଗୁଡ଼ିକ ନିଜେ ପୂରଣ କର । (ଉପର କାର୍ଯ୍ୟଭଳି)

$-2\times3 =$ $-3-($ $)$ = ... [ପୂର୍ବ ଗୁଣଫଳରୁ 3 କମ୍]

$-3\times3 =$ ( )–( ) =....... [ପୂର୍ବ ଗୁଣଫଳରୁ 3 କମ୍]

$-4\times3 =$ ( )–( ) =....... [ପୂର୍ବ ଗୁଣ ଫଳରୁ 3 କମ୍]

ଆମେ ଆଗରୁ ଜାଣିଛୁ, $3\times(-4) = -12$

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ, $(-3) \times 4 = -12 = 4 \times (-3)$

ନିମ୍ନ ପ୍ରଣାଳୀରେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

$-3 \times 5 = 5 \times(-3) = -(5\times3) = -15$

ଲକ୍ଷ୍ୟକର,

ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣକ ସମାନ । କିନ୍ତୁ ଗୋଟିଏ ଧାଡ଼ିରୁ ତା ପରବର୍ତ୍ତୀ ଧାଡ଼ିକୁ ଯିବା ବେଳକୁ ଗୁଣ୍ୟ **1** କମି କମି ଯାଉଛି ଓ ତଦନୁଯାୟୀ ଗୁଣଫଳ ମଧ୍ୟ **3** କମି କମି ଯାଉଛି ।

ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର :

$-4 \times 6 = 6\times$(..........) = –(..........×.........) = ...

$-3\times8 =$ ....×(–3) = –(..........×.........) = ...

$-5\times4 =$ ....×(..........) = –(..........×..........) = ...

ଆମେ ଦେଖିଲେ -

$3 \times (-5) = -(3 \times 5)$

$3 \times (-5) = -[3 \times (-5$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ$)]$

$= -(3 \times 5) = -15$

ଏହି ପ୍ରଣାଳୀକୁ ସାଧାରଣ ଭାବେ ନିମ୍ନ ମତେ କୁହାଯାଇ ପାରେ ।

ଜାଣିଛ କି ?
3×-5 କୁ $-[3 \times (-5)$ ର ଯୋଗମ୍ତକ ବିଲୋମୀ] ଭାବେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ ।

a ଓ **b** ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ, $\mathbf{a \times (-b) = (-a) \times b = -(a \times b)}$

1. ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

   (କ) $8 \times (-12)$ (ଖ) $14 \times (-9)$ (ଗ) $(-18) \times 8$ (ଘ) $(-16) \times 12$ (ଙ) $(-15) \times 16$

2. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର :

   (କ) $15 \times (-18)$ = $-(15 \times$........) = ...

   (ଖ) $16 \times (-12)$ = $-($........$\times 12)$ = ...

   (ଗ) $(-18) \times 12$ = $-($........$\times$........) = ...

   (ଘ) $(-21) \times 14$ = $-($........$\times$........) = ...

   (ଙ) (........) $\times (-18)$ = $(-18) \times 16$ = $-($........$\times$........) = ...

(ଚ) ଦୁଇଟି ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ :

ତୁମେ $5 \times (-4)$ ଏବଂ $(-7) \times 6$ ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ଜାଣିଛ । ବର୍ତ୍ତମାନ $(-4) \times (-3)$ ର ଗୁଣଫଳ କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯିବ ଆସ ଦେଖିବା ।

ତୁମେ ଜାଣିଛ -

$-4 \times 3 = -12$

$-4 \times 2 = -8 = -12 + 4$

$-4 \times 1 = -4 = -8 + 4$

$-4 \times 0 = 0 = -4 + 4$

ସେହିପରି

$-4 \times (-1) = 0 + 4 = +4$

କହିଲ ଦେଖି :
ଏହି ଧାଡ଼ିଗୁଡ଼ିକରେ ତୁମେ କୌଣସି ସଂରଚନା ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ କି ?
ଗୁଣକ (ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ଥିବା ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା) କୁ 1 କମାଇବା ଫଳରେ ଗୁଣଫଳ କେତେ ବଢୁଥିବାର ଦେଖିଲ ?

ଏବେ ସେହିଭଳି ପରବର୍ତ୍ତୀ ଧାଡ଼ିଗୁଡ଼ିକୁ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ କର ।

$(-4) \times (-2) = 4 +$........ = ...

$(-4) \times (-3) =$ .... + ... = ...

(କ) $(-4) \times (-3)$ ଯେପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଗଲା, ସେହିଭଳି $(-5) \times 4$ରୁ ଆରମ୍ଭ କରି $(-5) \times (-6)$ ର ଗୁଣଫଳ କେତେ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ଖ) $(-6) \times 3$ ରୁ ଆରମ୍ଭ କରି $(-6) \times (-7)$ ର ଗୁଣଫଳ କେତେ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଆମେ ଦେଖିଲେ-

ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଗୁଣଫଳଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକଲେ ଦେଖିବା-

$(-4) \times (-3) = +12$ ଅର୍ଥାତ୍ $(-4) \times (-3) = (+4) \times (+3)$

ଦୁଇଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ

= ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟିର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀର ଗୁଣଫଳ ।

ଜାଣିଛ କି ?

$-a$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ $= a$

ଏବଂ $-b$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ $= b$

ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀକୁ ନିମ୍ନଭଳି କହିପାରିବା ।

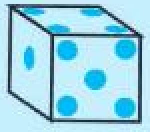
a ଓ **b** ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ, $(-a) \times (-b) = +(a \times b)$

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ନିମ୍ନରେ ଦେଖାଯାଇଥିବାଭଳି ବୋର୍ଡ଼ଟିଏ ନିଅ, ଯେଉଁଥିରେ −71 ଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି +71 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟାମାନ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଲେଖାଯାଇଥିବ ।

−71	−70	−69	−68	−67	−66	−65	−64	−63	−62	−61
−50	−51	−52	−53	−54	−55	−56	−57	−58	−59	−60
−49	−48	−47	−46	−45	−44	−43	−42	−41	−40	−39
−28	−29	−30	−31	−32	−33	−34	−35	−36	−37	−38
−27	−26	−25	−24	−23	−22	−21	−20	−19	−18	−17
−6	−7	−8	−9	−10	−11	−12	−13	−14	−15	−16
−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6
17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
60	59	58	57	56	55	54	53	52	51	50
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71

- ଗୋଟିଏ ଥଳିରେ ଚାରୋଟି ଗୋଟି ନିଆଯାଉ । ଗୋଟି ଚାରୋଟି ମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇଟି ଧଳା ଓ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି କଳା କରାଯାଉ ।
- ଧଳା ଗୋଟି ଉପରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଧନାତ୍ମକ ବୋଲି ବିଚାର କରାଯାଉ ଓ କଳା ଗୋଟି ଉପରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଋଣାତ୍ମକ ବୋଲି ବିଚାର କରାଯାଉ ।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଖେଳାଳି ଗୋଟିଏ ସାର ବ୍ୟବହାର କରିବ ଓ ଖେଳ ଆରମ୍ଭରେ ସେ ସାରକୁ ବୋର୍ଡ଼ର ଶୂନ ଲେଖାଥିବା କୋଠରିରେ ରଖିବ । ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଖେଳାଳି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ରଙ୍ଗର ସାର ବ୍ୟବହାର କରିବେ ।



- ଜଣେ ଖେଳାଳି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର ଥଳି ଭିତରକୁ ନ ଦେଖି ଦୁଇଟି ଗୋଟି ଆଣିବ ଓ ସେ ଦୁଇଟିକୁ ଗଡ଼ାଇଦେବ । ଗୋଟି ଦୁଇଟିରୁ ମିଳିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ଗୁଣି ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବ । ସେହି ଗୁଣଫଳ ହେବ ତା'ର ସଂଖ୍ୟା । ତା'ପରେ ଗୋଟି ଦୁଇଟିକୁ ପୁଣି ଥଳିରେ ରଖିଦେବ ।
- ଗୁଣଫଳଟି ଧନାତ୍ମକ ହେଲେ ତା'ର ସାରକୁ ସେ ସେତିକି ଘର +71 ଆଡକୁ ନେବ । ଗୁଣଫଳଟି ଋଣାତ୍ମକ ହେଲେ ତା'ର ସାରକୁ ସେ ସେତିକି ଘର –71 ଆଡକୁ ନେବ ।
- ଯେ ପ୍ରଥମେ +71 ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିବ, ସେ ଜିତିବ ।

ଯଦି ଦୁଇଜଣରୁ ଅଧିକ ପିଲା ଖେଳୁଥାଆନ୍ତି, ତା' ହେଲେ ଜିତିବା ଖେଳାଳିକୁ ଛାଡ଼ି ଅନ୍ୟମାନେ ତାଙ୍କର ଖେଳରେ ଆଗେଇବେ ।

ଜଣକ ପରେ ଜଣେ ଜିତିବ । ଯାହାର ସାର ପ୍ରଥମେ +71ରେ ପହଞ୍ଚିବ ସେ ହେବ ପ୍ରଥମ, ଯେ ତା'ପରେ ଜିତିବ ସେ ହେବ ଦ୍ୱିତୀୟ । ଏହିଭଳି ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରଥମ, ଦ୍ୱିତୀୟ, ତୃତୀୟ ଆଦି ବଛାହେବେ ।

ପ୍ରଥମ ହୋଇଥିବା ପିଲା ପାଇବ 10 ପଏଣ୍ଟ, ଦ୍ୱିତୀୟ ସ୍ଥାନ ଅଧିକାର କରିଥିବା ପିଲା, ପାଇବ 8 ପଏଣ୍ଟ, ସେହିପରି ତୃତୀୟ ଓ ଚତୁର୍ଥ ସ୍ଥାନ ପାଇଥିବା ପିଲା ଯଥାକ୍ରମେ 5 ଓ 3 ପଏଣ୍ଟ ପାଇବେ ।

ଏହିପରି ଗୋଟିଏ ବାଜି ଖେଳ ସରିବା ପରେ ଆଉ ଗୋଟିଏ ବାଜି ଖେଳ କରାଯିବ । ଉଭୟ ବାଜିପରେ ବିଜୟୀ ଖେଳାଳୀ କିଏ ହେଲା ସ୍ଥିର କରାଯିବ ।

1.4.1 ତିନୋଟି ବା ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ :

ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ, ଦୁଇଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା । ଆହୁରି ମଧ୍ୟ ଆମେ ଜାଣିଛେ ଯେ, ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ଗୋଟିଏ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

ଜାଣିଛ କି ?
ଗଣିତଜ୍ଞ ଅଏଲର୍ (1770 ଖ୍ରୀ.ଅ.) ପ୍ରଥମେ ପ୍ରମାଣ କରିଥିଲେ ଯେ $(-1)\times(-1)=+1$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆସ, ତିନୋଟି ବା ତା'ଠାରୁ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ କରିବା । ତିନୋଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଣିବା ବେଳେ ଆମେ କିପରି ଗୁଣନ କରିଥାଉ ?

(କ) $(-5)\times(-3)\times(-4) = \{(-5)\times(-3)\}\times(-4)$

$= \{+(5\times3)\}\times(-4)$ (କାରଣ କ'ଣ ?)

$= (+15)\times(-4)$

$= -(15\times4) = -60$

ଆମେ ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରଥମ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନ କରିଥାଉ ଓ ପାଇଥିବା ଗୁଣଫଳରେ ତୃତୀୟ ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ଗୁଣନ କରିଥାଉ ।

(ଖ) $(-5)\times(-3)\times(-4)\times(-2) = \{(-5)\times(-3)\times(-4)\}\times-2$

$= \{(-60)\times(-2)$ [(କ)ରେ ପାଇଥିବା ଗୁଣଫଳ ନିଆଗଲା]

$= +(60\times2)=+120$

(ଗ) $(-5)\times(-3)\times(-4)\times(-2)\times(-6) = \{(-5)\times(-3)\times(-4)\times(-2)\}\times(-6)$

$= (+120)\times(-6)$ [(ଖ)ରେ ପାଇଥିବା ଗୁଣଫଳ ନିଆଗଲା]

$= -(120\times6)=-720$

ଉପରେ ପାଇଥିବା ଗୁଣଫଳ ଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର । କ'ଣ ଦେଖୁଛ ?

- **ଦୁଇଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।**
- **ତିନୋଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।**
- **ଚାରୋଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।**
- **ପାଞ୍ଚଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।**

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ତଳେ ଥିବା ସାରଣୀ ପୂରଣ କର ।

କେତୋଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନେଇ ଗୁଣନ କରିବା	ଗୁଣଫଳ କି ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ହେବ ?
ଦୁଇଟି	ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା
ତିନୋଟି	
ଚାରୋଟି	
ପାଞ୍ଚଟି	
ପାଞ୍ଚଟି	
ଛଅଟି	
ସାତଟି	
ଆଠଟି	
ନଅଟି	
ଦଶଟି	

ଉପରିସ୍ଥ ସାରଣୀରୁ ତୁମେ କ'ଣ ଜାଣିଲ ?

- ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।
- ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

$(-1)\times(-1)=+1$

$(-1)\times(-1)\times(-1)=$ ....

$(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)=$ ....

$(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)=$ ....

$(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)=$ ....

(କ) ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ -1 କୁ ନେଇ ଗୁଣନ କଲେ ଗୁଣଫଳ କେତେ ହେବ ?

(ଖ) ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ -1 କୁ ନେଇ ଗୁଣନ କଲେ ଗୁଣଫଳ କେତେ ହେବ ?

ଉତ୍ତର ସ୍ଥିର କର :

(କ) $(-3)\times(-5)\times(-2)\times(-7)$ ର ଗୁଣଫଳ କି ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ?

(ଖ) $(-3)\times(-5)\times(+2)\times(-7)$ ର ଗୁଣଫଳ କି ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ?

(ଗ) ଉପରିସ୍ଥ ଗୁଣଫଳ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ କେଉଁଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ?

(ଘ) ଉପରିସ୍ଥ ଗୁଣଫଳ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଉଥିବା ବେଳେ ଅନ୍ୟଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲା କାହିଁକି ?

(ଙ) ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ କେଉଁ ଚିହ୍ନ ବିଶିଷ୍ଟ ହେବ ?

(i) ପାଞ୍ଚଗୋଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ଦୁଇଗୋଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା

(ii) ଦୁଇଗୋଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ପାଞ୍ଚଗୋଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା

(iii) ତିନିଗୋଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ପାଞ୍ଚଗୋଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା

(iv) ଆଠଗୋଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ସାତଗୋଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା

1.5 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବିଭିନ୍ନ ଧର୍ମ

ଆସ, ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ କିଛି ଜାଣିବା ।

(କ) ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ :

ନିମ୍ନସ୍ଥ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟକର ଓ ଗୁଣଫଳ କି ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ-

ଯେପରି : $(-3)\times(+4)=-12$	ଏହା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା
$(+5)\times(+7)=$	....
$(+6)\times(-4)=$	....
$(-5)\times(+8)=$	....
$(-7)\times(-6)=$	....

କହିଲ ଦେଖି :
ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ କ'ଣ ?

ଏଥିରୁ ତୁମେ କ'ଣ ଜାଣିଲ ?

ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ମଧ୍ୟ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

ଏପରି ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କହିପାରିବ କି ଯାହାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ?

ପିଲାମାନେ ସମସ୍ତେ କହିଲେ-

''ଏଭଳି ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ ଯାହାର ଗୁଣଫଳ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ । ''

ଏଣୁ ସମସ୍ତେ ଜାଣିଲେ-

ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ସର୍ବଦା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ସାଧାରଣ ଭାବରେ କହି ପାରିବା -

a ଓ b ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ
$a \times b$ ମଧ୍ୟ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା

ଅର୍ଥାତ୍,

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।

(ଖ) ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ :

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ପ୍ରଥମ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ତମ୍ଭରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟିର ଗୁଣଫଳ ଲେଖ । ସେହି ଗୁଣଫଳ ଦୁଇଟିକୁ ଦେଖି ତୃତୀୟ ସ୍ତମ୍ଭରେ ତୁମର ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଲେଖ ।

ପ୍ରଥମ ସ୍ତମ୍ଭ	ଦ୍ୱିତୀୟ ସ୍ତମ୍ଭ	ତୃତୀୟ ସ୍ତମ୍ଭ
$(+4)\times(-5) = -20$	$(-5)\times(+4) = -20$	$(+4)\times(-5)=(-5)\times(+4)$
$(+6)\times(+7) =$	$(+7)\times(+6) =$	
$(-8)\times(+9) =$	$(+9)\times(-8) =$	
$(-12)\times(-5) =$	$(-5)\times(-12) =$	
$(+18)\times(-4) =$	$(-4)\times(+18) =$	
$(+16)\times(-12) =$	$(-12)\times(+16) =$	
$(-12)\times 0 =$	$0 \times (-12) =$	

ତୁମେ ଉପର ସାରଣୀରୁ କ'ଣ ଦେଖିଲ ଲେଖ ।

ଆମେ ଦେଖିଲେ -

''ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନ କଲା ପରେ ପୁଣି କ୍ରମ ବଦଳାଇ ଗୁଣିଲେ ସମାନ ଗୁଣଫଳ ମିଳେ ।''

ଆମେ ଜାଣିଲେ -

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା କ୍ରମବିନିମୟୀ ।

ଆମେ ସାଧାରଣ ଭାବରେ କହିପାରିବା -

a ଓ b ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ
$a \times b = b \times a$

(ଗ) ଗୁଣନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଅଭେଦ ନିୟମ :

ଯୋଗ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଅଭେଦ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆମେ ଆଲୋଚନା କରିସାରିଛୁ ।

$3 + 0 = 3$, $-5 + 0 = -5$ ଆଦି ଦେଖି ଆମେ ଜାଣିଲୁ ଯେକୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସହ ଶୂନ ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ ହୁଏ । ତେଣୁ 0 ହେଉଛି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗାତ୍ମକ ଅଭେଦ ।

ସେହିପରି ଗୁଣନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଜାଣିଛୁ-

$+5 \times 1 = +5$

$0 \times 1 = 0$

$-7 \times 1 = -7$

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେଣି ଯେ କୌଣସି ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ 1 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନକଲେ ଗୁଣଫଳ ସେହି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥାଏ ।

ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି କହିଲେ, ଆମେ କହିବା -

a ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ,
$\mathbf{a \times 1 = 1 \times a = a}$

ଏହାକୁ ଗୁଣନ କ୍ଷେତ୍ରରେ, **ଅଭେଦ ନିୟମ** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ଏବଂ 1 କୁ **ଗୁଣନାତ୍ମକ ଅଭେଦ** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

କହିଲ ଦେଖି, ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ -1 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିଲେ ଗୁଣଫଳ କେତେ ହେବ ? ନିମ୍ନ ଗୁଣନ କ୍ରିୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସମ୍ପାଦନ କର ।

$(-4) \times (-1) = +(4 \times 1) = +4$ [$+4$ ହେଉଛି -4 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ]

$(+3) \times (-1) = -(3 \times 1) = -3$ [-3 ହେଉଛି $+3$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ]

$(-7) \times (-1) =$ ☐

$(-1) \times (+15) =$ ☐

$(-1) \times (-8) =$ ☐

$(+15) \times (-1) =$ ☐

କହିଲ କେତେ ?
$0 \times (-1) = ?$
0 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ = ?

ଜାଣିଛ କି ?
a ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ହେଉଛି $-a$
$-a$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ହେଉଛି a

ତୁମେ ଯାହା ଦେଖିଲ ତାକୁ ସାଧାରଣ ଭାବରେ ନିମ୍ନ ମତେ କହିବା-

a ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ,
$\mathbf{a \times (-1) = (-1) \times a = -a}$ **ଓ ଏହା a ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ**

(ଘ) ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ସହଯୋଗୀ ନିୟମ :

ଆସ, -3, -2 ଓ 5 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ତିନୋଟିକୁ ନେଇ ଗୁଣନ କରିବା ।

$[(-3) \times (-2)] \times 5 = (+6) \times (+5) = +30$

$(-3) \times [(-2) \times 5] = -3 \times (-10) = +30$

ପ୍ରଥମେ, -3 ଓ -2 ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ଗୁଣଫଳକୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ ଏବଂ ଗୁଣଫଳ ପାଇଲେ $+30$ ।

ପରେ, -3କୁ -2 ଓ 5 ର ଗୁଣଫଳ ସହ ଗୁଣନ କଲେ ଓ ଗୁଣଫଳ ପାଇଲେ $+30$ ।

ଏଣୁ ଦେଖିଲେ-

$[(-3) \times (-2)] \times 5 = -3 \times [(-2) \times 5]$

ତିନୋଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନ କଲାବେଳେ, କେଉଁ ଦୁଇଟିକୁ ପ୍ରଥମେ ଗୁଣନ କରାଗଲା, ତା' ଉପରେ ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଭର କରେ ନାହିଁ ।

ଏହି କଥାକୁ ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ନିମ୍ନମତେ ଲେଖିଥାଉ ।

a, b ଓ c ତିନୋଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ,
$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

ଆମେ ଜାଣୁ, ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା **ସହଯୋଗୀ ନିୟମ** ପାଳନ କରେ ।

ଆମେ କେବଳ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଏକାଥରେ ଗୁଣନ କରିପାରୁ । ଏଣୁ ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟା ଗୁଣନ କଲାବେଳେ ପ୍ରଥମେ ସେ ତିନୋଟି ମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇଟିକୁ ହିଁ ଗୁଣନ କରିବାକୁ ପଡିବ ।

ତିନୋଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲାବେଳେ ଆମେ କେଉଁ ଦୁଇଟିକୁ ପ୍ରଥମେ ଗୁଣନ କଲେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଗୁଣନ କ୍ରିୟା ସହଜ ହେବ ଏହା ଚିନ୍ତାକରୁ ଓ ସେହି ଅନୁଯାୟୀ ଆମେ ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି ଗୁଣନ କରୁ ।

ଯଥା : -8, -7 ଓ -5 ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା । ଆସ, କେତେ ପ୍ରକାରେ ଆମେ ଏହି ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କରିବା ସମ୍ଭବ ତାହା ଦେଖିବା ।

ପ୍ରଥମ ପ୍ରକାର - $[(-8) \times (-7)] \times (-5) =$

ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରକାର - $(-8) \times [(-7) \times (-5)] =$

ତୃତୀୟ ପ୍ରକାର - $[(-8) \times (-5)] \times (-7) =$

କହିଲ ଦେଖି :
ଏହି ତିନୋଟି ପ୍ରକାର ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ପ୍ରକାରରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କରିବା ତୁମ ପାଇଁ ସବୁଠାରୁ ଅଧିକ ସହଜ ? କାହିଁକି ?

(ଙ) ଯୋଗ ଉପରେ ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ

ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗ ଉପରେ ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ଆମେ ଜାଣିଛନ୍ତି ।

ଆସ, ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ନେଇ ତାହାକୁ ମନେପକାଇବା ।

ଯଥା : $4 \times (5+3) = (4 \times 5) + (4 \times 3)$

[ଏଠାରେ ଗୁଣନ ଯୋଗ ଉପରେ ବଣ୍ଟନ କରେ]

ଆସ, ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏହାର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କରିବା ।

(i) $(-2) \times (3+5) = (-2) \times 8 = -16$

ଏବଂ $[(-2) \times 3] + [(-2) \times 5] = (-6) + (-10) = -16$

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ-

$(-2) \times (3+5) = [(-2) \times 3] + [(-2) \times 5]$

ତଳ ଉକ୍ତି ଦୁଇଟିର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କର ।

(i) $3 \times [(-4) + (-5)] = [3 \times (-4)] + [3 \times (-5)]$

(ii) $-4 \times [(-3) + 2] = [(-4) \times (-3)] + [(-4) \times 2]$

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉକ୍ତି ସତ୍ୟ ହେବାର ଦେଖିଲ କି ?

ଆମେ ଦେଖିଲେ, ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଯୋଗପ୍ରକ୍ରିୟା ଉପରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ବଣ୍ଟନ କରିଥାଏ । ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଉପରୋକ୍ତ ନିୟମକୁ ସାଧାରଣ ଭାବରେ ନିମ୍ନମତେ କହିଥାଉ ।

a, b ଓ c ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ,

$$\mathbf{a \times (b + c) = a \times b + a \times c}$$

ଏହା ହେଉଛି ଯୋଗ ଉପରେ **ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ** ନିୟମ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖିବା–

ଆମେ କହିପାରିବା କି ?

$4 \times (3-8) = 4 \times 3 - 4 \times 8$

ଆସ ଦେଖିବା –

$4 \times (3-8) = 4 \times (-5) = -20$

ଏବଂ $4 \times 3 - 4 \times 5 = 12 - 32 = -20$

$\therefore\ 4(3-8) = 4 \times 3 - 4 \times 8$

କହିଲ ଦେଖି :

- $4 \times [5 + (-3)] = 4 \times 5 + 4 \times (-3)$
  ଏହା ସତ୍ୟ କି ?
- $(-5) \times [(-4) + (-2)] = (-5) \times (-4) + (-5) \times (-2)$
  ଏହା ସତ୍ୟ କି ?

ଆଉ ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା

$(-5) \times [(-4) - (-6)] = (-5) \times [(-4) + 6]$
$= (-5) \times (+2) = -10$

ଏବଂ $[(-5) \times (-4)] - [(-5) \times (-6)] = 20 - 30 = -10$

$\therefore (-5) \times [(-4) - (-6)] = [(-5) \times (-4)] - [(-5) \times (-6)]$

ପୁନଶ୍ଚ $(-9) \times [10 - (-3)]$ ଏବଂ $[(-9) \times 10] - [(-9) \times (-3)]$ କୁ ନେଇ ପରୀକ୍ଷା କର ।

ତୁମେ କ'ଣ ପାଇଲ ?

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଉପରେ ଗୁଣନ ବଣ୍ଟନ ନିୟମ କରିଥାଏ କି ?

ଆମେ ଦେଖିଲେ –

ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଉପରେ ମଧ୍ୟ ଗୁଣନ ବଣ୍ଟନ କରିଥାଏ ।

ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଉପରୋକ୍ତ ନିୟମକୁ ସାଧାରଣ ଭାବରେ ନିମ୍ନମତେ କହିଥାଉ ।

a, b , c ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ

$$\mathbf{a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)}$$

ଏହା ହେଉଛି ବିୟୋଗ ଉପରେ ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ।

ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(i) $10 \times [6 - (-2)] = 10 \times 6 - 10 \times (-2)$; ଏହା ସତ୍ୟ କି ?

(ii) $(-15) \times [(-7) - (-1)] = (-15) \times (-7) - (-15) \times (-1)$; ଏହା ସତ୍ୟ କି ?

(ଚ) ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ସାହାଯ୍ୟରେ ଶୂନ ଦ୍ୱାରା ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ :

ଯୋଗ ଉପରେ ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ସତ୍ୟ ।

(i) $(+3)\times[5+(-5)]=[(+3)\times5+(+3)\times(-5)]$

ଅର୍ଥାତ୍, $(+3)\times0=(+15)+(-15)=0$

(ii) $(-5)\times[(-4)+4]=[(-5)\times(-4)+(-5)\times4]$

ଅର୍ଥାତ୍, $(-5)\times0=(+20)+(-20)=0$

ସେହିପରି ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ $0\times[(-7)+(+7)]$ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଆମେ (i) ରେ ଦେଖିଲେ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା $\times\ 0=0$

(ii) ରେ ଦେଖିଲେ ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା $\times0=0$

> **ଜାଣିଛ କି ?**
>
> $3-5$ ଯାହା $3+(-5)$ ତାହା, ଏ କଥା ତୁମେ ଜାଣ ।
> ଫଳରେ $(+2)\times(3-5)$ ଏବଂ $(+2)\times[3+(-5)]$ ଭିନ୍ନ ନୁହେଁ । ତେଣୁ
> $(+2)\times(3-5)=(+2)\times3-(+2)\times5$
> ଏବଂ $(+2)\times[3+(-5)]=(+2)\times3+(+2)\times(-5)$
> ମଧ୍ୟରେ କିଛି ପାର୍ଥକ୍ୟ ନାହିଁ ।
>
> ତେଣୁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ବିୟୋଗ ଉପରେ ଗୁଣନ ବଣ୍ଟନ କରିବା ଓ ଯୋଗ ଉପରେ ଗୁଣନ ବଣ୍ଟନ କରିବା ଭିନ୍ନ କଥା ନୁହେଁ ।

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ ଆମେ କହିପାରିବା-

ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା $\times0=0\times$ ଉକ୍ତ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା $=0$

ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା $\times0=0\times$ ଉକ୍ତ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା $=0$

ଆମେ ଉପର ଉଦାହରଣ ମାନଙ୍କରେ ଦେଖିଲେ-

ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା $\times0=0$

ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଉପରୋକ୍ତ କଥାକୁ ନିମ୍ନମତେ କହିପାରିବା-

> **a** ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ,
> $\mathbf{a\times0=0\times a=0}$

1.5.1 ଗୁଣନ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ସହଜ କରିବା

$(-25)\times37\times4$ କୁ ଦୁଇ ଉପାୟରେ କରାଯାଇଛି, ଲକ୍ଷ୍ୟକର ।

ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀ :	ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ :
$(-25)\times37\times4=[(-25)\times37]\times4$ $=(-925)\times4=-3700$	$(-25)\times37\times4=[(-25)\times4]\times37$ $=(-100)\times37=-3700$

ଉପରିସ୍ଥ ଦୁଇ ପ୍ରକାର ଗୁଣନ ପ୍ରଣାଳୀ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ସହଜ ଲାଗିଲା ? କାରଣ କହ ?

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଗୁଣନର କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ଓ ସହଯୋଗୀ ଏହି ଦୁଇଟି ନିୟମର ସାହାଯ୍ୟ ନିଆଯାଇଛି ।

କ୍ରମବିନିମୟୀ, ସହଯୋଗୀ ଓ ବଣ୍ଟନ ନିୟମମାନଙ୍କର ସାହାଯ୍ୟ ନେଇ କିପରି ଗୁଣନ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ସହଜ କରି ପାରିବା ତା'ର ଆଉ କେତେକ ଉଦାହରଣ ନିମ୍ନରେ ଦେଖ ।

(କ) 16×12 ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

16×12 କୁ ଆମେ $16\times(10+2)$ ରୂପେ ଲେଖିପାରିବା ।

ଏଣୁ $16\times12=16\times(10+2)=16\times10+16\times2=160+32=192$

(ଖ) $(-23)\times 48 = (-23)(50-2) = (-23)\times 50 - (-23)\times 2 = (-1150) - (-46)$

$= -1150 + 46 = -1104$

✎ **ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ସାହାଯ୍ୟରେ ଗୁଣନ କର ଯେପରି କାର୍ଯ୍ୟଟି ସହଜ ହେବ ।**

(କ) $(-49)\times 18$; (ଖ) $(-25)\times(-31)$ (ଗ) $70\times(-19)+(-1)\times 70$

ଉଦାହରଣ :

ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(i) $(-18)\times(-10)\times 9$ (ii) $(-20)\times(-2)\times(-5)\times 7$

ସମାଧାନ :

(i) $(-18)\times(-10)\times 9 = [(-18)\times(-10)]\times 9 = 180\times 9 = 1620$

(ii) $(-20)\times(-2)\times(-5)\times 7 = (-20)\times[(-2)\times(-5)]\times 7$

$= [(-20)\times 10]\times 7 = (-200)\times 7 = -1400$

ଉଦାହରଣ :

ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀର ପିଲାଙ୍କ ପ୍ରଶ୍ନପତ୍ରରେ 15ଟି ପ୍ରଶ୍ନ ଦିଆଯାଇଥିଲା । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନର ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଲାଗି 4 ନମ୍ବର ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭୁଲ ଉତ୍ତର ଲାଗି –2 ନମ୍ବର ଦିଆଯିବାର ବ୍ୟବସ୍ଥା ଥିଲା ।

ସୀମା ସମସ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ କରି ଥିଲା, ମାତ୍ର ସେଥିରୁ 9 ଗୋଟି ସମାଧାନ ଠିକ୍ ଥିଲା । ସେ ମୋଟ କେତେ ନମ୍ବର ପାଇଥିଲା ?

ସମାଧାନ :

(କ) ସୀମାର ନମ୍ବର : ପ୍ରତ୍ୟେକ ଠିକ୍ ସମାଧାନ ଲାଗି ମିଳେ 4 ନମ୍ବର

9 ଗୋଟି ଠିକ୍ ସମାଧାନ ଲାଗି ମିଳେ $9\times 4 = 36$ ନମ୍ବର

ଭୁଲ ସମାଧାନ ସଂଖ୍ୟା $= 15 - 9 = 6$

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭୁଲ ସମାଧାନ ଲାଗି ମିଳେ –2 ନମ୍ବର

6 ଗୋଟି ଭୁଲ ସମାଧାନ ଲାଗି ମିଳେ $6\times(-2) = -12$ ନମ୍ବର ।

ଏଣୁ ସୀମାର ମୋଟ ନମ୍ବର $= 36 + (-12) = 36 - 12 = 24$

ଉଦାହରଣ :

ଧରିନିଆଯାଉ ଯେ ଭୂପୃଷ୍ଠ ଉପରକୁ ମପା ଯାଉଥିବା ଦୂରତାକୁ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ଓ ଭୂପୃଷ୍ଠର ନିମ୍ନକୁ ମପାଯାଉଥିବା ଦୂରତାକୁ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ । ତଦନୁଯାୟୀ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(କ) ଖଣି ଭିତରକୁ ଯାଉଥିବା ଉତ୍ତୋଳନକାରୀ ଯନ୍ତ୍ରଟିଏ ମିନିଟ୍ ପ୍ରତି 5 ମିଟର ବେଗରେ ଗତି କଲେ ଏକ ଘଣ୍ଟା ପରେ ତା'ର ଅବସ୍ଥିତିକୁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରିବା ? (ଯନ୍ତ୍ରଟି ଭୂପୃଷ୍ଠରେ ଥିଲା ବୋଲି ଧରି ନିଆଯାଉ)

(ଖ) ଯଦି ଉତ୍ତୋଳନକାରୀ ଯନ୍ତ୍ରଟି ପ୍ରଥମ ଅବସ୍ଥାରେ ଭୂପୃଷ୍ଠରୁ 15ମି. ଉପରେ ଥାଏ ଏବଂ ସେହିଠାରୁ ଏହା ଖଣି ଭିତରକୁ ପୂର୍ବ ବେଗରେ ଗତି କରେ, ତେବେ 45 ମିନିଟ୍ ପରେ ଏହାର ଅବସ୍ଥିତିକୁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରିବା ?

ସମାଧାନ :

(କ) ଯନ୍ତଟି ଭୂପୃଷ୍ଠରୁ ନିମ୍ନକୁ ଯାଉଥିବାରୁ ଏହାର ଅବସ୍ଥିତିକୁ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯିବ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ମିନିଟ୍‌ରେ ଏହାର ଅବସ୍ଥିତି –5ମି. ବଦଳିବ ।

ଏଣୁ ଏକ ଘଣ୍ଟା (ବା 60 ମିନିଟ୍‌ରେ) ଏହାର ଅବସ୍ଥିତି $(-5)\times 60$ ମି. ବା –300ମି. ବଦଳିବ ।

ମାତ୍ର ତା'ର ପ୍ରଥମ ଅବସ୍ଥିତି ଭୂପୃଷ୍ଠରେ ହୋଇଥିବାରୁ ଏହି ଅବସ୍ଥିତିକୁ 0ମି. ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯିବ । ତେଣୁ ଘଣ୍ଟାକ ପରେ ଯନ୍ତଟିର ଅବସ୍ଥିତି $0+(-300)=-300$ମି. ଅର୍ଥାତ୍ ଏହା ଭୂପୃଷ୍ଠଠାରୁ 300ମି. ନିମ୍ନରେ ପହଞ୍ଚିଥିବ ।

(ଖ) 45 ମିନିଟ୍‌ରେ ଯନ୍ତଟିର ଅବସ୍ଥିତିର ପରିବର୍ତ୍ତନ ପରିମାଣ $=(-5)\times 45=-225$ ମି. । ଅର୍ଥାତ୍ ତା'ର ପ୍ରଥମ ଅବସ୍ଥିତିରୁ 225ମି. ନିମ୍ନକୁ ଯାଇଥିବ । ଏଣୁ ତା'ର ଶେଷ ଅବସ୍ଥିତି $=(+15)+(-225)=-210$ମି. ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହେବ । ଅର୍ଥାତ୍ ଯନ୍ତଟି ଭୂପୃଷ୍ଠଠାରୁ 210 ମି. ନିମ୍ନରେ ପହଞ୍ଚି ଥିବ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 1.3

1. **ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ;**

(କ) $3\times(-2)$ (ଖ) $(-1)\times 222$ (ଗ) $(-24)\times(-25)$ (ଘ) $(-348)\times(-1)$

(ଙ) $(-12)\times 0\times(-16)$ (ଚ) $(-8)\times(-15)\times 10$ (ଛ) $18\times(-6)\times(-5)$ (ଜ) $(-22)\times(-5)\times(-8)$

(ଝ) $(-1)\times(+2)\times(-3)\times(-4)$ (ଞ) $(-7)\times(-5)\times(-8)\times(-1)$

2. **ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କର :**

(କ) $18\times[\,7+(-3)]=[\,18\times 7]+[\,18\times(-3)]$

(ଖ) $(-24)\times[(-6)+(-3)]=[(-24)\times(-6)]+[(-24)\times(-3)]$

3. (କ) ଶୂନ ଭିନ୍ନ ଯେ କୌଣସି ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ a ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଗଲେ, $(-1)\times a$ ର ଗୁଣଫଳ କେତେ ?

(ଖ) କେଉଁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ (-1) ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ ନିମ୍ନ ଗୁଣଫଳ ମିଳିବ ?

(i) –34 (ii) 42 (iii) 0

4. $(-1)\times 5$ ରୁ ଆରମ୍ଭକରି, ଗୁଣନର ବିଭିନ୍ନ କ୍ରମ ଦେଖାଇ $(-1)\times(-1)=1$ ବୋଲି ଦର୍ଶାଅ ।

5. ଗୁଣନର ଉପଯୁକ୍ତ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(କ) $24\times(-47)+(-47)\times(-14)$ (ଖ) $8\times 48\times(-125)$ (ଗ) $15\times(-25)\times(-4)\times(-10)$

(ଘ) $(-46)\times 102$ (ଙ) $8\times(50-2)$ (ଚ) $625\times(-35)+(-625)\times 65$

(ଛ) $(-17)\times(-29)$ (ଜ) $(-57)\times(-19)+57$

6. ଗୋଟିଏ କୋଠରିର ତାପମାତ୍ରା ଥିଲା 40 ଡିଗ୍ରୀ ସେଲ୍‌ସିଅସ୍ । ସେହି କୋଠରିରେ ଥିବା ଶୀତଳୀକରଣ ଯନ୍ତ୍ର ପ୍ରତି ଘଣ୍ଟାରେ 5 ଡିଗ୍ରୀ ସେଲ୍‌ସିଅସ୍ ହାରରେ ତାପମାତ୍ରା କମାଇ ପାରିଲେ, 10 ଘଣ୍ଟା ପରେ ତାପମାତ୍ରା କେତେ ହେବ ?

7. ଜେମ୍ସ୍‌ର ଘର ପାଖଦେଇ ଗୋଟିଏ ରାସ୍ତା ପୂର୍ବ - ପଶ୍ଚିମ ହୋଇ ଲମ୍ବିଛି । ଜେମ୍ସ୍ ଥରେ ଘରୁ ବାହାରି ସାଇକେଲ ଯୋଗେ ପୂର୍ବ ଦିଗକୁ 8 କ.ମି. ଯାଇ 'କ' ନାମକ ସ୍ଥାନରେ ପହଞ୍ଚିଲା । 'କ' ଠାରୁ ପଶ୍ଚିମ ଦିଗକୁ 12 କି.ମି. ଯାଇ 'ଖ' ସ୍ଥାନରେ ପହଞ୍ଚିଲା ।

(1) ଯଦି ଜେମ୍ସ୍‌ର ଘରଠାରୁ ପୂର୍ବ ଦିଗରେ ଅବସ୍ଥିତ ସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକୁ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ଓ ପଶ୍ଚିମରେ ଅବସ୍ଥିତ ସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକୁ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ, ତେବେ 'କ' ଓ 'ଖ' ସ୍ଥାନର ଅବସ୍ଥିତିକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରାଯିବ ? (2) ଯଦି 'କ' ସ୍ଥାନଟି +10 ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହୁଏ ଓ 'ଖ' ସ୍ଥାନଟି –6 ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହୁଏ, ତେବେ 'କ' ସ୍ଥାନର କେଉଁ ଦିଗରେ 'ଖ' ସ୍ଥାନ ଅବସ୍ଥିତ ? 'କ' ଓ 'ଖ' ସ୍ଥାନ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା କେତେ ?

8. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ ଉପଯୁକ୍ତ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ବସାଅ ଯେପରି ଉକ୍ତିଟି ଠିକ୍ ହେବ ।

(କ) $-5 \times (..........) = 40$ (ଗ) $7 \times (.............) = -63$

(ଖ) $(...............) \times (-12) = -96$ (ଘ) $(...........) \times (-11) = 99$

1.6 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭାଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା :

ହରଣ ହେଉଛି ଗୁଣନର ବିପରୀତ ପ୍ରକ୍ରିୟା, ଏକଥା ଆମେ ଜାଣିଛୁ । ଆସ, କେତେକ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା ।

ଯେହେତୁ $4 \times 6 = 24$

ଏଣୁ $24 \div 4 = 6$ ଏବଂ $24 \div 6 = 4$ ।

ସେହିପରି $8 \times 7 = 56$ ରୁ ଆମେ ପାଇବା $56 \div 7 = 8$ ଏବଂ $56 \div 8 = 7$ ।

ଆମେ ଦେଖିଲେ-

ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନରୁ ଭାଗ ସଂପର୍କରେ ଦୁଇଟି ତଥ୍ୟ ମିଳିଥାଏ ।

ଜାଣିଛ କି ?

ଗୁଣନ-କଥା : ଗୁଣ୍ୟ x ଗୁଣକ = ଗୁଣଫଳ

ଭାଗ-କଥାରେ ଲେଖିଲେ -

	ଗୁଣଫଳ	-	ଭାଜ୍ୟ
	ଗୁଣକ	-	ଭାଜକ
	ଗୁଣ୍ୟ	-	ଭାଗଫଳ
ଅଥବା	ଗୁଣଫଳ	-	ଭାଜ୍ୟ
	ଗୁଣ୍ୟ	-	ଭାଜକ
	ଗୁଣକ	-	ଭାଗଫଳ

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ଦିଆଯାଇଥିବା ଗୁଣନ କଥାକୁ ତୁମେ ଭାଗ କଥାରେ ଲେଖିପାରିବ କି ?

ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଥିବା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସମ୍ପୃକ୍ତ ପ୍ରଥମ ଦୁଇଟି ଗୁଣନ କଥା ଓ ସେଥିରୁ ମିଳିଥିବା ଭାଗ-କଥା କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଓ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣକର :

ଗୁଣନ - କଥା	ତତ୍ ସମ୍ପୃକ୍ତ ଭାଗ-କଥା
$4 \times (-7) = -28$	$(-28) \div (-7) = 4$ ଓ $(-28) \div 4 = (-7)$
$(-6) \times 8 = -48$	
$(-9) \times (-7) = 63$	
$(-7) \times 5 =$	
$(-9) \times 6 =$	
$7 \times (-8) =$	
$(-12) \times (-4) =$	

ପୂର୍ବ ପୃଷ୍ଠାରେ ଥିବା ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟରୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ-

$(-28) \div 4 = -7$
$(-48) \div 8 = -6$
$(-35) \div 5 = -7$
$(-56) \div 7 = -8$

ଆମେ ଦେଖିଲେ-

$(-28) \div 4 = -(28 \div 4) = -7$
$(-48) \div 8 = -(48 \div 8) = -6$

> **କହିଲ ଦେଖି :**
> ଭାଗଫଳ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଥିବା ଭଳି ଚାରୋଟି ହରଣ କ୍ରିୟାର ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

- ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟରୁ ଆମେ ଆହୁରି ମଧ୍ୟ ଜାଣିଲେ-

$63 \div (-9) = -7$ ଏବଂ $63 \div (-7) = -9$

$48 \div (-12) = -4$ ଏବଂ $48 \div (-4) = -12$

ଉପରେ ଯାହା ଦେଖିଲେ ତାକୁ ଆମେ ସାଧାରଣ ଭାବରେ ନିମ୍ନମତେ କହିପାରିବା-

> **a, b ଓ c ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ $a \div b = c$ ହେଲେ,**
> $$(-a) \div b = a \div (-b) = -(a \div b) = -c$$

✍ ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(କ) $96 \div (-12)$ (ଖ) $104 \div (-13)$ (ଗ) $112 \div (-14)$

- ଉପର ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟରୁ ଆମେ ଆହୁରି ମଧ୍ୟ ଜାଣିଲେ -

$(-28) \div (-7) = 4$, $(-48) \div (-6) = 8$, $(-54) \div (-9) = 6$

ଆମେ ଦେଖିଲେ-

$(-28) \div (-7) = +(28 \div 7) = 4$
$(-48) \div (-6) = +(48 \div 6) = 8$
$(-56) \div (-8) = +(56 \div 8) = 7$

ଉପରେ ଯାହା ଦେଖିଲେ ତାକୁ ଆମେ ସାଧାରଣ ଭାବରେ ନିମ୍ନମତେ କହିପାରିବା ।

> **a, b ଓ c ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ $a \div b = c$ ହେଲେ,**
> $$(-a) \div (-b) = a \div b = c$$

✍ ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର

(କ) $(-32) \div (-8)$ (ଖ) $(-45) \div (-9)$ (ଗ) $(-48) \div (-6)$

1.7 ଭାଗକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ କିଛି ଜାଣିବା କଥା

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନର ଯେଉଁ ସବୁ ଧର୍ମ ଅଛି, ତାହା ଭାଗକ୍ରିୟା ଲାଗି ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ କି ନାହିଁ ଆସ ଦେଖିବା-

- ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନ ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ । ଭାଗକ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ କି ?

ଉକ୍ତି	ଫଳାଫଳ
$(-8) \div 2 = -4$	ଭାଗଫଳ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା
$(-36) \div (-9) = 4$	ଭାଗଫଳ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା
$(48) \div (-12) = -4$	ଭାଗଫଳ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା
$(-12) \div 5 = ?$	ଭାଗଫଳ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେବ କି ?

ଅମେ ଦେଖିଲେ :

ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ, ଭାଗଫଳ ସର୍ବଦା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହୁଏ ନାହିଁ।
ଏଣୁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭାଗକ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ ।

- ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା କ୍ରମ ବିନିମୟୀ । ଭାଗକ୍ରିୟା ସେହି ନିୟମ ପାଳନ କରେ କି ?

ଜାଣିଛ କି ?
ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନ କ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରିଥାଏ।

$(-8) \div 2 =$ _____, $\quad 2 \div (-8) =$ _____

ଏଠାରେ ଭାଗଫଳ ଦ୍ୱୟ ସମାନ ଅଛି କି ? ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

ଏଣୁ ଭାଗକ୍ରିୟା କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳନକରେ ନାହିଁ ।

- ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।
ଭାଗକ୍ରିୟା ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ କି ? ଆସ ପରୀକ୍ଷା କରିବା-

$[(-8) \div 4] \div (-2) = (-2) \div (-2) = 1$
$(-8) \div [4 \div (-2)] = (-8) \div (-2) = 4$
$[(-8) \div 4] \div (-2)$ ଏବଂ $(-8) \div [4 \div (-2)]$ ର ମୂଲ୍ୟ ସମାନ ହେଉଛି କି ?

ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

ଏଣୁ ଭାଗକ୍ରିୟା ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ।

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଯେ କୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା $a \times 1 =$ ସେହି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା a ।

ଭାଗକ୍ରିୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଦେଖିଲେଣି-

$(-8) \div 1 = -8$ କାରଣ $(-8) \times 1 = -8$

$0 \div 1 = 0$ କାରଣ $0 \times 1 = 0$

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଯେ କୌଣସି ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା a ହେଲେ, $a \times (-1) = -a$ ଯାହା କି a ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ।

ଆମେ ମଧ୍ୟ ଦେଖିଲେଣି-

$8 \div (-1) = -8$ (ଏବଂ -8 ହେଉଛି 8 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ)

$(-5) \div (-1) = 5$ (ଏବଂ 5 ହେଉଛି -5ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ)

$0 \div (-1) = 0$ (ଏବଂ 0 ହେଉଛି 0 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ)

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ-

a ଯେ କୌଣସି ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ, $a \div (-1) = -a$ ଯାହା କି a ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ।

- ଆମେ ଜାଣିଥିଲୁ, ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଶୂନ ଦ୍ୱାରା ଭାଗକ୍ରିୟା ଅର୍ଥହୀନ । ଅର୍ଥାତ୍ $8 \div 0$ ଅର୍ଥହୀନ ।
ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ କ'ଣ ହେବ ଆସ ଦେଖିବା ।

$(-5) \div 0$ ର ଭାଗଫଳ କେତେ ?

ଯେପରି $6 \div (-2) = -3$ କାରଣ $(-2) \times (-3) = 6$,

ସେହିପରି $(-5) \div 0 =$ କେତେ ?

କହିଲ ଦେଖି :
0 ରେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣିଲେ ଗୁଣଫଳ -5 ହେବ ? ଏପରି ସଂଖ୍ୟା ଅଛି କି ? ତୁମର ଉତ୍ତର ସପକ୍ଷରେ କାରଣ କହ ?

କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ 0 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ ଗୁଣଫଳ -5 ହେବ ?

ଅର୍ଥାତ୍ $(-5) \div 0$ ମଧ୍ୟ ଅର୍ଥହୀନ

$0 \div 0 =$ କେତେ ?

ଆସ ଦେଖିବା କେଉଁସଂଖ୍ୟା $\times 0 = 0$?

$5 \times 0 = 0, \quad 8 \times 0 = 0, \quad 15 \times 0 = 0$

ତେବେ $0 \div 0$ ଭାଗଫଳ କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ହେଲା କି ?

ନିଶ୍ଚୟ ତୁମେ କହିବ 'ନାହିଁ'।

ଏଣୁ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ 0 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା ଅର୍ଥହୀନ।

ସାଧାରଣଭାବେ କହିପାରିବା ଯେ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଶୂନ (0) ଦ୍ୱାରା ଭାଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସଜ୍ଞାକୃତ ନୁହେଁ,

ଭାଗକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ଉଦାହରଣ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି। ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର।

ଗୋଟିଏ ପରୀକ୍ଷାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଲାଗି 5 ନମ୍ବର ଦିଆଯାଏ। ମାତ୍ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭୁଲ ଉତ୍ତର ଲାଗି -2 ନମ୍ବର ଦିଆଯାଏ।

(i) ସେହି ପରୀକ୍ଷାରେ ରାଧା ସମସ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦେଇଥିଲା ମାତ୍ର ସେଥିରୁ ଦଶଟି ଉତ୍ତର ଠିକ୍ ଥିଲା। ସେ ମୋଟ 30 ନମ୍ବର ପାଇଥିଲେ, ପରୀକ୍ଷାରେ ମୋଟ କେତୋଟି ପ୍ରଶ୍ନ ପଚରା ଯାଇଥିଲା ?

(ii) ମାଧବ ସମସ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦେଇପାରି ନ ଥିଲା। ସେ ଯଦି ସାତଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଦେଇଥାଏ ଓ ମୋଟ 19 ନମ୍ବର ପାଇଥାଏ, ତେବେ ସେ କେତେଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦେଇଥିଲା ?

ସମାଧାନ : (i) ପ୍ରତ୍ୟେକ ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଲାଗି 5 ନମ୍ବର ମିଳେ

ରାଧାର 10 ଗୋଟି ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଲାଗି $5 \times 10 = 50$ ନମ୍ବର ମିଳିଲା

ମାତ୍ର ସେ ପାଇଛି 30 ନମ୍ବର। ତେଣୁ ଭୁଲ ଉତ୍ତର ଲାଗି ସେ ପାଇଥିବା ନମ୍ବର $= 30 - 50 = -(50-30) = -20$

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭୁଲ ଉତ୍ତର ଲାଗି ମିଳେ -2 ନମ୍ବର

$\therefore$ ରାଧାର ଭୁଲ ଉତ୍ତର ସଂଖ୍ୟା $= (-20) \div (-2) = 10$

ରାଧାର ମୋଟ ଉତ୍ତର ସଂଖ୍ୟା $= 10 + 10 = 20$

ରାଧା ସବୁ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦେଇଥିବାରୁ ପରୀକ୍ଷାର ମୋଟ ପ୍ରଶ୍ନ ସଂଖ୍ୟା $= 20$ ।

(ii) ମାଧବର ସାତଟି ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଲାଗି ପାଇଥିବା ନମ୍ବର $= 5 \times 7 = 35$ । ମାତ୍ର ତା'ର ମୋଟ ନମ୍ବର $= 19$

$\therefore$ ଭୁଲ ଉତ୍ତର ଲାଗି ମାଧବ ପାଇଥିବା ନମ୍ବର $= 19 - 35 = -16$

ପ୍ରତି ଭୁଲ ଉତ୍ତର ଲାଗି ମିଳେ -2 ନମ୍ବର

$\therefore$ ମାଧବର ଭୁଲ ଉତ୍ତର ସଂଖ୍ୟା $= (-16) \div (-2) = 8$

ତା'ର ମୋଟ ଉତ୍ତର ସଂଖ୍ୟା = ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ସଂଖ୍ୟା + ଭୁଲ ଉତ୍ତର ସଂଖ୍ୟା $= 7 + 8 = 15$

ଉଦାହରଣ ଜଣେ ଦୋକାନୀ ପ୍ରତ୍ୟେକ କଲମକୁ 1 ଟଙ୍କା ଲାଭରେ ବିକ୍ରି କରେ ଓ ତା'ର ପୁରୁଣା ଷ୍ଟକ୍‌ରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ପେନ୍‌ସିଲ୍‌କୁ 40 ପଇସା କ୍ଷତିରେ ବିକ୍ରି କରେ ।

(i) ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାସରେ ସେ 45 ଟି କଲମ ବିକିଥିଲା ଓ କିଛି ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକି ଥିଲା । ଯଦି ସେହି ମାସରେ ମୋଟରେ ତା'ର 5 ଟଙ୍କା କ୍ଷତି ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ସେ ମାସରେ ସେ କେତୋଟି ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକି ଥିଲା ?

(ii) ପରବର୍ତ୍ତୀ ମାସରେ ତା'ର ଲାଭ ବା କ୍ଷତି କିଛି ହୋଇ ନ ଥିଲା । ସେ ଯଦି ସେହି ମାସରେ 70ଟି କଲମ ବିକିଥାଏ, ତେବେ କେତୋଟି ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକିଥିଲା ?

ସମାଧାନ : (i) ଗୋଟିଏ କଲମ ରେ ସେ ପାଇଥିବା ଲାଭ = 1ଟ. ବା + 1ଟ.

45 କଲମରେ ସେ ପାଇଥିବା ଲାଭ = 45 × 1ଟ. = 45ଟ. ବା + 45ଟ.

ମାତ୍ର ସେ ମାସରେ ତା'ର କ୍ଷତି = 5ଟ. ବା ସେ ପାଇଲା – 5ଟ.

∴ କଲମ ଓ ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକି ସେ ମୋଟରେ ରୋଜଗାର କଲା – 5ଟ.

ମାତ୍ର କଲମ ବିକି ସେ ରୋଜଗାର କରିଥିଲା + 45 ଟ.

∴ ପେନ୍‌ସିଲ ବିକି ସେ କରିଥିବା ରୋଜଗାର = ମୋଟ ରୋଜଗାର – କଲମରୁ ପାଇଥିବା ରୋଜଗାର

$= (-5) - (+45)$

$= -5 - 45$

$= -50$ ଟଙ୍କା

$= -5000$ ପଇସା ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ରେ ତା'ର କ୍ଷତି 40 ପଇସା ବା ତା'ର ରୋଜଗାର –40 ପଇସା ।

∴ ସେ ବିକିଥିବା ପେନ୍‌ସିଲ୍ ସଂଖ୍ୟା $= (-5000) \div (-40) = 125$

(ii) ପରବର୍ତ୍ତୀ ମାସରେ ତା'ର ଲାଭ ବା କ୍ଷତି କିଛି ନ ଥିଲା ।

∴ ତା'ର ମୋଟ ରୋଜଗାର = 0

ପ୍ରତି ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ରେ ତା'ର କ୍ଷତି = 40 ପଇସା

ବା, ତା'ର ରୋଜଗାର = –40 ପଇସା

> **ଜାଣିଛ କି ?**
> ଲାଭକୁ ଧନାତ୍ମକ ରୋଜଗାର ବୋଲି କହିବା ଓ କ୍ଷତିକୁ ଋଣାତ୍ମକ ରୋଜଗାର ବୋଲି କହିବା ।

70ଟି କଲମ ବିକ୍ରିକରି ସେ କରିଥିବା ମୋଟ ରୋଜଗାର $= 70 \times (+1)$ଟ. $= +70$ଟ.

ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକ୍ରିରୁ ପାଇଥିବା ରୋଜଗାର = ମୋଟ ରୋଜଗାର – କଲମରୁ ପାଇଥିବା ରୋଜଗାର

$= 0 - (+70$ଟ.$)$

$= -70$ଟ.

$= -7000$ପ.

ଗୋଟିଏ ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକ୍ରିରୁ ତା'ର ରୋଜଗାର ହୁଏ – 40ପ.

∴ ବିକ୍ରିହୋଇଥିବା ପେନ୍‌ସିଲ୍ ସଂଖ୍ୟା $= (-7000) \div (-40) = 175$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 1.4

1. **ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ;**

   (କ) $(-40) \div (-10)$ (ଖ) $(-60) \div (-6)$ (ଗ) $(-37) \div (+37)$

   (ଘ) $15 \div [(-4) + 3]$ (ଙ) $18 \div [-3 - (-2)]$ (ଚ) $0 \div (-5)$

   (ଛ) $27 \div [(-14) + (-13)]$ (ଜ) $(-19) \div [-2 - (-21)]$ (ଝ) $[(-25) \div 5] \div (-1)$

   (ଞ) $(-25) \div [5 \div (-1)]$ (ଟ) $(-32) \div [(-8) \div 4]$

2. a, b ଓ c **ଲାଗି ନିମ୍ନ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନେଇ,** $a \div (b + c) \neq (a \div b) + (a \div c)$ **ଏହାର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କର ।**

   (କ) $a = 12, b = -4, c = 2$ (ଖ) $a = -10, b = 1, c = -1$

3. (କ) ଚାରି ଯୋଡା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା (a, b) ଲେଖ, ଯେଉଁଥିରେ $a \div b = -4$ ଏବଂ a ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।
   ଯେପରି $(+12, -3)$ କାରଣ $(+12) \div (-3) = -4$

   (ଖ) ଚାରି ଯୋଡା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା (a, b) ଲେଖ, ଯେଉଁଥିରେ $a \div b = -3$ ଏବଂ a ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।
   ଯେପରି $(-15, 5)$, କାରଣ $(-15) \div 5 = -3$

4. ଗୋଟିଏ ସ୍ଥାନରେ ମଧ୍ୟାହ୍ନ 12 ଟା ବେଳର ତାପମାତ୍ରା 0 ଡିଗ୍ରୀ ସେଲ୍‌ସିଅସ୍ ଅପେକ୍ଷା ୫ ଡିଗ୍ରୀ ଅଧିକ ଥିଲା । ମଧ୍ୟରାତ୍ରି ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ପ୍ରତି ଘଣ୍ଟାରେ ତାପମାତ୍ରା 2 ଡିଗ୍ରୀ ସେଲ୍‌ସିଅସ୍ ହାରରେ କମିଲା । କେତେବେଳେ ତାପମାତ୍ରା 0 ଡିଗ୍ରୀ ଅପେକ୍ଷା 6 ଡିଗ୍ରୀ କମ୍ ହେବ ? ମଧ୍ୟରାତ୍ରି 12 ଟା ବେଳେ ତାପମାତ୍ରା କେତେ ହେବ ?

5. ଗୋଟିଏ କୋଇଲା ଉତ୍ତୋଳନକାରୀ ଯନ୍ତ୍ର ଖଣି ଭିତରକୁ ମିନିଟ୍ ପ୍ରତି 6ମି. ବେଗରେ ଗତି କରେ । ଯଦି ଭୂପୃଷ୍ଠ ଠାରୁ 10ମି. ଉଚ୍ଚତାରୁ ଯନ୍ତ୍ରଟି ଖଣି ଭିତରକୁ ଗତି କରିଥାଏ, ତେବେ ଏହା –350ମି. ସୂଚକ ସ୍ଥାନରେ ପହଞ୍ଚିବା ପାଇଁ କେତେ ସମୟ ନେବ ?

ଦ୍ୱିତୀୟ ଅଧ୍ୟାୟ

ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା

FN52LZ

2.1 ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ :

ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ପରିଚିତ ହୋଇଛୁ । ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ପ୍ରକୃତ ଓ ଅପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ମିଶ୍ର ସଂଖ୍ୟାକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବା ସଂଗେ ସଂଗେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଅଭ୍ୟାସ କରିଛୁ । ଏତଦ୍ ବ୍ୟତୀତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା, ସଦୃଶ ଓ ଅସଦୃଶ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା, ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ସ୍ଥାନ ନିରୂପଣ ଏବଂ ସମଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ମଧ୍ୟ ଆଲୋଚନା କରିଛୁ ।

ସେହିପରି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା ତଥା ସଂଖ୍ୟାରେ ଥିବା ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସ୍ଥାନୀୟମାନ ଅନୁଯାୟୀ ବିସ୍ତାରିତ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଲିଖନ ଏବଂ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ, ବିୟୋଗ ତଥା ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ସ୍ଥାନ ନିରୂପଣ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଧାରଣା ପାଇଛୁ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନ ଏବଂ ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କରି ଶିଖିବା । ତା' ପୂର୍ବରୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ କଥା ଜାଣିବା ଆବଶ୍ୟକ । ତାହା ହେଲା – ଯଦି ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଲବ ଓ ହରର କୌଣସି ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ଥାଏ, ତେବେ ଲବ ଓ ହର ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ସେହି ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ମିଳିଥିବା ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଟି ମୂଳ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାର ହୋଇଥାଏ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

$\frac{12}{18}$ କୁ ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାରରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

- $\frac{12}{18}$ ରେ 12 ହେଉଛି ଲବ ଓ 18 ହେଉଛି ହର ।
- 12 ଓ 18 ର ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ଗୁଡ଼ିକ କଣ କଣ ?
- 12 ଓ 18 ର ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ସବୁଠୁ ବଡ଼ କେଉଁଟି ?
- 12 ଓ 18 କୁ ସେମାନଙ୍କର ସବୁଠୁ ବଡ଼ ଗୁଣନୀୟକ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ କେଉଁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବ ?
- ତେବେ $\frac{12}{18}$ ର ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପ କେତେ ?

ତୁମେ ନିଶ୍ଚୟ $\frac{12}{18}$ ର ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପ ବା ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାର $\frac{2}{3}$ ପାଇଥିବ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 2.1

1. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ସ୍ଥାପନ କର ।

   (କ) $\frac{2}{3}$ (ଖ) $\frac{3}{5}$ (ଗ) $\frac{7}{2}$

2. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସେଥିରେ ଥିବା ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସ୍ଥାନୀୟମାନ ଅନୁଯାୟୀ ବିସ୍ତାରିତ କରି ଲେଖ ।

   (କ) 21.52 (ଖ) 13.534 (ଗ) 2.25

3. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକୁ ଅଧଃ କ୍ରମରେ ସଜାଇ ଲେଖ ।

   (କ) $\frac{2}{2}, \frac{2}{3}, \frac{8}{21}$ (ଖ) $\frac{1}{5}, \frac{3}{7}, \frac{7}{10}$

4. ନିମ୍ନ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାରରେ ପରିଣତ କର ।

   (କ) $\frac{8}{12}$ (ଖ) $\frac{10}{30}$ (ଗ) $\frac{27}{36}$

5. ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର:

   (କ) $4+\frac{7}{8}$ (ଖ) $2\frac{2}{3}+3\frac{1}{2}$ (ଗ) $\frac{7}{10}+\frac{2}{5}+1\frac{1}{2}$

6. ବିଯୋଗ ଫଳ କେତେ ହେବ ଲେଖ ।

   (କ) $\frac{9}{10}-\frac{4}{15}$ (ଖ) $8\frac{1}{2}-3\frac{5}{8}$ (ଗ) $7-\frac{5}{8}$

7. ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଟିଣ ଚଦରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ଯଥାକ୍ରମେ $12\frac{1}{2}$ ସେ.ମି. ଏବଂ $10\frac{2}{5}$ ସେ.ମି. ହେଲେ, ଉକ୍ତ ଚଦରର ପରିସୀମା ସ୍ଥିର କର ।

8. ରିଙ୍କୁ ଟ 25.75 ମୂଲ୍ୟର ଗୋଟିଏ ବହି କିଣି ଦୋକାନୀକୁ 50 ଟଙ୍କିଆ ନୋଟଟିଏ ଦେଲା । ଦୋକାନୀ ରିଙ୍କୁକୁ କେତେ ଫେରାଇବ ?

2.2 ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ

ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କରିବାରେ ଆମେ ଅଭ୍ୟସ୍ତ । ଆସ, ନିମ୍ନ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାଟିକୁ ଦେଖିବା ।

5×7 = 5 ଗୋଟି 7 ର ଯୋଗ

= 7+7+7+7+7

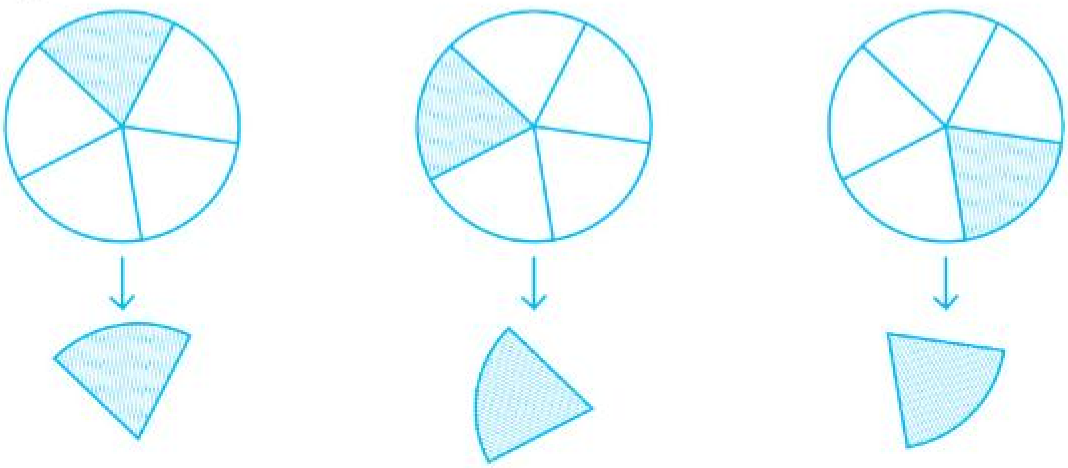
= 35

ଜାଣିଛ କି ?
କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମିକ ଯୋଗକୁ ଆମେ ଗୁଣନ କହିଥାଉ ।

ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା କିପରି ସମ୍ପାଦନ କରିବା–

2.2.1 ଗୋଟିଏ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଓ ଗୋଟିଏ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ :

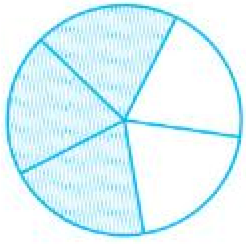
$3\times\frac{1}{5}$ କୁ ଆମେ 3 ଟି (ତିନୋଟି) $\frac{1}{5}$ ର ଯୋଗଫଳ ବୋଲି କହିପାରିବା । ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଚିତ୍ର 2.1 କୁ ଦେଖ ।



(ଚିତ୍ର 2.1)

ଏଠାରେ 3 ଗୋଟି ସମାନ ଆକାରର ଚକତି ନିଆଯାଇଛି ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚକତିକୁ ପାଞ୍ଚ ସମାନ ଭାଗ କରାଯାଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକର $\frac{1}{5}$ ଅଂଶକୁ ରଙ୍ଗିନ କରାଯାଇଛି ।

ପ୍ରତ୍ୟେକର ରଙ୍ଗିନ୍ ଅଂଶକୁ କାଟି ନିଆଯାଇ ନିମ୍ନରେ ରଖାଯାଇଛି ।



(ଚିତ୍ର 2.2)

ଚିତ୍ର 2.2 ରେ ଅନ୍ୟ ଏକ ସମାନ ଚକତିକୁ 5 ସମାନ ଭାଗ କରାଯାଇଛି । ଉପର ଚକତି ତିନୋଟିରୁ ଅଣାଯାଇଥିବା ତିନୋଟି ଯାକ $\frac{1}{5}$ ଅଂଶକୁ ଏହି ଚକତି ଉପରେ ସଜାଇ ରଖାଯାଇଛି ।

ଏବେ କହ, ଚିତ୍ରରେ କ'ଣ ଦେଖାଯାଉଛି ?

ଚିତ୍ରରେ 5 ସମାନ ଭାଗରୁ 3 ଭାଗ ରଙ୍ଗିନ୍ ହୋଇଥିବାର ଦେଖାଯାଉଛି ।

ଏଣୁ $3\times\frac{1}{5}=\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$

ଆମେ କହି ପାରିବା $3\times\frac{1}{5}=\frac{3\times1}{5}=\frac{3}{5}$

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା 3 କୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଲବ 1 ସହ ଗୁଣନ କରିବାରୁ ଗୁଣଫଳର ଲବ ମିଳିଛି । ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ହର ହିଁ ଗୁଣଫଳର ହର ରୂପେ ନିଆଯାଇଛି ।

ତଳ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖ-

ଉଦାହରଣ -1 3 ଓ $\frac{2}{7}$ ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $3\times\frac{2}{7}=\frac{3\times2}{7}=\frac{6}{7}$

ଉଦାହରଣ-2: 4 ଓ $\frac{3}{5}$ ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $4\times\frac{3}{5}=\frac{4\times3}{5}=\frac{12}{5}=2\frac{2}{5}$

> **ଜାଣିଛ କି ?**
> ଗୁଣଫଳ ଅପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ହେଲେ ତା'କୁ ମିଶ୍ର ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରାଯାଏ ।

ଉତ୍ତର ଲେଖ

(କ) $2\times\frac{2}{5}=\frac{2\times\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

(ଖ) $3\times\frac{5}{7}=\frac{\ldots\times\ldots}{\ldots\ldots}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

ପାଇଥିବା ଉତ୍ତର ପ୍ରକୃତ ଅଥବା ଅପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ?

ଯଦି ଅପ୍ରକୃତ ହୋଇଥାଏ, ତାକୁ ମିଶ୍ର ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରି ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ ।

ଉଦାହରଣ -3: ସମୀର ପାଖରେ ୨୮ ଟଙ୍କା ଥିଲା । ତାହାର $\frac{1}{4}$ ଅଂଶ ସେ ତା' ଭାଇ ସଞ୍ଜୟକୁ ଦେଲା । ସେ ସଞ୍ଜୟକୁ କେତେ ଟଙ୍କା ଦେଲା ?

ସମାଧାନ: ୨୮ ର $\frac{1}{4}$ = ୨୮ ର 4 ସମାନ ଭାଗରୁ 1 ଭାଗ $=28\div4=7$

ଆମେ ଜାଣିଥିଲୁ: $28\times\frac{1}{4}=\frac{28\times1}{4}=\frac{28}{4}=7$

2.2.2 ଦୁଇଟି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ

ମନେ କରାଯାଉ, ଆମେ $\frac{2}{3}$ କୁ $\frac{4}{5}$ ସହ ଗୁଣନ କରିବା ।

ଆମେ $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}$ କୁ $\frac{2}{3}$ ଗୋଟି $\frac{4}{5}$ ର ଯୋଗ ବୋଲି କହିପାରିବା କି ?

କାରଣ କ'ଣ ଭାବି କହ ।

ତେବେ $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}$ କାର୍ଯ୍ୟଟିକୁ କିପରି କରିବା ତା

> **ଜାଣିଛ କି ?**
> '$\frac{2}{3}$ ଗୋଟି' କଥାର ଅର୍ଥ ନାହିଁ । ଆମେ 1 ଗୋଟି, 2 ଗୋଟି, 5 ଗୋଟି ଆଦି କହିଥାଉ ଓ ତା'ର ଅର୍ଥ ବୁଝିଥାଉ । କାରଣ, ଗଣିବା ପାଇଁ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ । ଗଣିବା ପାଇଁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ନାହିଁ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

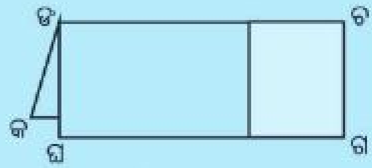
- ଚିତ୍ର 2.3 (କ) ରେ ଦେଖାଯାଇଥିବାଭଳି ଆୟତାକୃତିର କାଗଜ ଖଣ୍ଡଟିଏ ନିଅ ।
- ନେଇଥିବା କାଗଜ ଖଣ୍ଡକୁ ସମାନ ଦୁଇ ଭାଗ କର । ଭଙ୍ଗାଯାଇଥିବା କାଗଜ ଖଣ୍ଡର ଉପରି ଭାଗଟି ଉପରେ ଥିବା କାଗଜ ଖଣ୍ଡର $\frac{1}{2}$ ଅଂଶ । (ଚିତ୍ର 2.3 (ଖ))
- ଏବେ ଦୁଇଭାଙ୍ଗ ହୋଇଥିବା କାଗଜଖଣ୍ଡକୁ ପୁଣି ସମାନ ତିନି ଭାଙ୍ଗ କର ।

[ଚିତ୍ର 2.3 (କ)]

ଚିତ୍ର 2.3. (ଗ) ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଅଂଶଟି ପ୍ରଥମେ ନିଆଯାଇଥିବା କାଗଜ ଖଣ୍ଡର $\frac{1}{2}$ ର $\frac{1}{3}$ ଅଂଶ ।

[ଚିତ୍ର 2.3 (ଖ)]

- ଚିତ୍ର 2.3 (ଗ)ରେ ଥିବାଭଳି ଭଙ୍ଗାଯାଇଥିବା କାଗଜ ଖଣ୍ଡ ଉପରେ ରଙ୍ଗ ଦିଅ । ରଙ୍ଗ ଦିଆଯାଇଥିବା ଅଂଶଟି ପ୍ରଥମେ ନିଆଯାଇଥିବା କାଗଜ ଖଣ୍ଡର $\frac{1}{2}$ ର $\frac{1}{3}$ ଅଂଶ ।
- ବର୍ତ୍ତମାନ ଭଙ୍ଗାଯାଇଥିବା କାଗଜଟିକୁ ପୂରା ଖୋଲି ଦିଅ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଖୋଲାଯାଇଥିବା କାଗଜ ଖଣ୍ଡକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର କହ ।



[ଚିତ୍ର 2.3 (ଗ)]

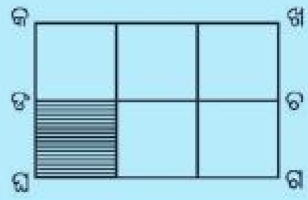
(କ) କାଗଜ ଖଣ୍ଡ ଉପରେ ଥିବା ଭାଙ୍ଗ ଦାଗଗୁଡ଼ିକ ଦ୍ୱାରା କାଗଜ ଖଣ୍ଡଟି କେତେ ସମାନ ଭାଗରେ ପରିଣତ ହୋଇଛି ?

(ଖ) କାଗଜ ଖଣ୍ଡର ରଙ୍ଗିନ୍ ଅଂଶଟି କାଗଜ ଖଣ୍ଡର କେତେ ସମାନ ଭାଗରୁ କେତେ ଭାଗ ?

(ଗ) ରଙ୍ଗିନ୍ ଅଂଶଟି କେଉଁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଉଛି ?

ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

କାଗଜ ଖଣ୍ଡର $\frac{1}{2}$ ର $\frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ ଅର୍ଥାତ୍, $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$



ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଖଣ୍ଡେ କାଗଜ ନିଅ ।
- ଏହି କାଗଜ ଖଣ୍ଡକୁ ଚାରି ସମାନ ଭାଗ କରି ଭାଙ୍ଗି ଦିଅ ।
- ଭଙ୍ଗାଯାଇଥିବା କାଗଜକୁ ପୁଣି 2 ସମାନ ଭାଗ କରି ଭାଙ୍ଗି ଦିଅ ।
- ଭଙ୍ଗାଯାଇଥିବା କାଗଜର ଉପରକୁ ଥିବା ପାଖରେ ରଙ୍ଗ ଦିଅ ।
- ଭଙ୍ଗା ଯାଇଥିବା କାଗଜକୁ ପୂରା ଖୋଲି ଦିଅ ।

  କାଗଜକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

  (a) କାଗଜ ଖଣ୍ଡିକ .... ଗୋଟି ସମାନ ଭାଗ ହେବାର ଦେଖାଯାଉଛି ।

  (b) କାଗଜର..............ସମାନ ଭାଗରୁ .... ସମାନ ଭାଗ ରଙ୍ଗିନ୍ ହୋଇଥିବାର ଦେଖାଯାଉଛି ।

  (c) କାଗଜ ଖଣ୍ଡିକର................ଅଂଶ ରଙ୍ଗିନ୍ ହୋଇଛି ।

  (d) କାଗଜଟିକୁ ପ୍ରଥମେ ....ଗୋଟି ସମାନ ଭାଗରେ ଭାଙ୍ଗ କରାଯାଇଥିଲା ଓ ପରେ ଏହି ଭଙ୍ଗା ଯାଇଥିବା କାଗଜକୁ ପୁଣି.......... ଗୋଟି ସମାନ ଭାଗରେ ଭାଙ୍ଗ କରାଗଲା । ତେଣୁ କାଗଜଟି ମୋଟ .... ଭାଗ ହେଲା ।

  (e) ଆମେ ଜାଣିଲେ, କାଗଜ ଖଣ୍ଡିକର ....ଅଂଶରେ ରଙ୍ଗ ଦିଆଯାଇଛି ।
- ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

  ....× .... = $\frac{1}{8}$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖିବା- $\frac{1}{8} = \frac{1\times1}{4\times2}$

ଏଣୁ $\frac{1}{4}\times\frac{1}{2} = \frac{1\times1}{4\times2} = \frac{1}{8}$

ଆମେ ଜାଣିଲେ-

- ଦୁଇଟି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ।
- ଗୁଣଫଳର ଲବ = ଗୁଣାଯାଇଥିବା ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ଲବର ଗୁଣଫଳ,
  ଗୁଣଫଳର ହର = ଗୁଣାଯାଇଥିବା ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ହରର ଗୁଣଫଳ ।
  ଯଥା: $\frac{1}{5}\times\frac{1}{7} = \frac{1\times1}{5\times7} = \frac{1}{35}$

କହିଲ ଦେଖି :

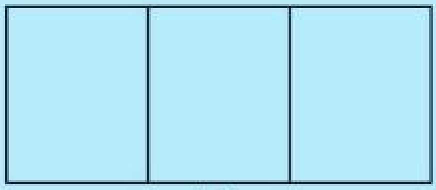
$\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}$ ର ଗୁଣଫଳ ଜାଣିବା ପାଇଁ -

- ଖଣ୍ଡେ ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କାଗଜକୁ ପ୍ରଥମେ କେତେ ସମାନ ଭାଗ କରି ଭାଙ୍ଗିବା ?
- ଭଙ୍ଗା ଯାଇଥିବା କାଗଜକୁ ପୁଣି କେତେ ସମାନ ଭାଗକରି ଭାଙ୍ଗିବା ?

ଆସ, ଆଉ ଗୋଟିଏ କାମ କରି ଦୁଇଟି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କରିବା ।

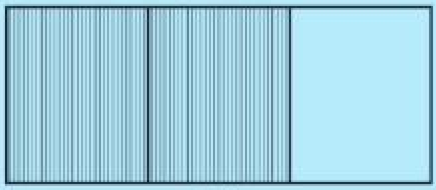
ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ଆୟତାକୃତ ବିଶିଷ୍ଟ ଖଣ୍ଡେ କାଗଜ ନିଅ । ଉପରୁ ତଳକୁ ଗାର କାଟି କାଗଜ ପୃଷ୍ଠକୁ ତିନୋଟି ସମାନ ଭାଗରେ ପରିଣତ କର । (ପ୍ରଥମେ ତିନି ଭାଙ୍ଗ କରି ପରେ ଗାର ଟାଣି କିମ୍ବା ସ୍କେଲ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ସମାନ ତିନି ଭାଗ କରି ଗାଣ ଟାଣି ପାର ।)
  ଦୁଇଟି ଭାଗରେ କଳା ସ୍ୟାହିରେ ଉପରୁ ତଳକୁ ଗାର ଟାଣି ପୂରଣ କର (ଚିତ୍ର-ଖ ପରି) ।



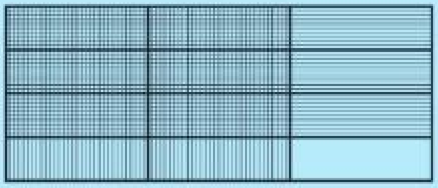
(କ)

- ବାମରୁ ଡାହାଣକୁ ଗାର ଟାଣି କାଗଜ ପୃଷ୍ଠକୁ ସମାନ 4 ଭାଗ କର । (ଚିତ୍ର (ଗ) ପରି)
  (କାଗଜକୁ ସମାନ 4 ଭାଙ୍ଗ କରି ପରେ ଗାର ଟାଣି ପାର ବା ସ୍କେଲ୍ ଦ୍ୱାରା ମାପି ଗାର ଟାଣି ପାର)



(ଖ)

- ବର୍ତ୍ତମାନ, 4 ସମାନ ଭାଗରୁ 3 ଭାଗ ଉପରେ ନାଳି ସ୍ୟାହିରେ ବାମରୁ ଡାହାଣକୁ ଗାର ଟାଣି ପୂରଣ କର ।
  (କ) କାଗଜର.......... ଅଂଶ ଉପରେ ଉପରୁ ତଳକୁ କଳା ସ୍ୟାହିରେ ଗାର ଟାଣି ପୂରଣ କରାଯାଇଛି ।
  (ଖ) କାଳି ସ୍ୟାହି ଗାର ଟାଣି ପୂରଣ କରାଯାଇଥିବା $\frac{2}{3}$ ଅଂଶର .... ଅଂଶକୁ ନାଳି ସ୍ୟାହିର ଗାର ଟାଣି ପୂରଣ କରାଯାଇଛି ।
  (ଗ) କାଗଜ ପୃଷ୍ଠର .... ର .... ଅଂଶରେ ଉଭୟ କଳା ଓ ନାଳି ଉଭୟ ସ୍ୟାହିରେ ଗାରମାନ ରହିଛି ।
  (ଘ) କାଗଜ ପୃଷ୍ଠରେ ଥିବା ମୋଟ 12 ଗୋଟି ଛୋଟ ଛୋଟ ସମାନ ଭାଗରୁ .... ଟି ଭାଗରେ ଉଭୟ କଳା ଓ ନାଳି ଗାର ରହିଛି ।



(ଗ)

ଚିତ୍ର 2.4

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ : $\frac{2}{3}$ ର $\frac{3}{4}=\frac{6}{12}$ ବା $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{6}{12}$

ମାତ୍ର $\frac{6}{12}=\frac{2\times3}{3\times4}$

ଏଣୁ $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{2\times3}{3\times4}$

ଏଠାରେ ମଧ୍ୟ ଆମେ ଜାଣିଲେ :

- ଦୁଇଟି ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ।
- ଗୁଣଫଳର ଲବ = ଗୁଣାଯାଇଥିବା ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ଲବର ଗୁଣଫଳ,

  ଗୁଣଫଳର ହର = ଗୁଣାଯାଇଥିବା ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ହରର ଗୁଣଫଳ ।

  ଯଥା: $\frac{3}{7}\times\frac{2}{5}=\frac{3\times2}{7\times5}=\frac{6}{35}$

ଉଦାହରଣ-4 : $\frac{3}{5}$ ଓ $\frac{4}{9}$ ର ଗୁଣଫଳ କେତେ ?

ସମାଧାନ: $\frac{3}{5}\times\frac{4}{9}=\frac{3\times4}{5\times9}=\frac{12}{45}$

ଜାଣିଛ କି ?

ଗୁଣନ କରିବାକୁ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ଏକ ମିଶ୍ରସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥିଲେ, ପ୍ରଥମେ ତାକୁ ଅପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରାଯିବ ଓ ତା' ପରେ ଗୁଣନ କାର୍ଯ୍ୟ କରାଯିବ ।

ଉଦାହରଣ-5: $\frac{2}{3}$ ଓ $1\frac{1}{2}$ ର ଗୁଣଫଳ କେତେ ?

ସମାଧାନ: $\frac{2}{3}\times1\frac{2}{5}=\frac{2}{3}\times\frac{7}{5}$

$=\frac{2\times7}{3\times5}=\frac{14}{15}$

ଉଦାହରଣ-6: ଗୋଟିଏ ଦୋକାନୀ ପାଖରେ ଥିବା 40 ଗୋଟି ପେନ୍‌ସିଲ୍ ମଧ୍ୟରୁ ସେ ପ୍ରଥମ ଦିନ ସମସ୍ତ ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ର $\frac{1}{5}$ ଅଂଶ ବିକ୍ରି କଲେ ଓ ତା' ପର ଦିନ ବଳକା ଥିବା ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ଗୁଡ଼ିକର $\frac{1}{4}$ ଅଂଶ ବିକ୍ରି କଲେ । ତେବେ ସେ ଉକ୍ତ ଦୁଇ ଦିନରେ ମୋଟରେ କେତୋଟି ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକ୍ରି କଲେ ?

ସମାଧାନ: ପ୍ରଥମ ଦିନ ବିକ୍ରି କରିଥିବା ପେନ୍‌ସିଲ୍ ସଂଖ୍ୟା $=40$ ର $\frac{1}{5}$ ଅଂଶ

$=40\times\frac{1}{5}=\frac{40}{5}=8$ $\left[\frac{40}{5}\right.$ ଅର୍ଥ $\left.40\div5\right]$

ବଳକା ଥିବା ପେନ୍‌ସିଲ୍ ସଂଖ୍ୟା $=40-8=32$

ଦ୍ୱିତୀୟ ଦିନ ବିକ୍ରି କରିଥିବା ପେନ୍‌ସିଲ୍ ସଂଖ୍ୟା$=32$ ର $\frac{1}{4}$ ଅଂଶ

$=32\times\frac{1}{4}=\frac{32}{4}=8$ $\left[\frac{32}{4}\right.$ ଅର୍ଥ $\left.32\div4\right]$

ଦୁଇ ଦିନରେ ବିକ୍ରି କରିଥିବା ମୋଟ ପେନ୍‌ସିଲ ସଂଖ୍ୟା $=8+8=16$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 2.2

1. ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

(କ) $2\times\frac{1}{5}$ (ଖ) $7\times\frac{3}{5}$ (ଗ) $5\times\frac{2}{9}$ (ଘ) $8\times\frac{2}{3}$ (ଙ) $4\times1\frac{3}{5}$ (ଚ) $2\frac{1}{2}\times3$

2. ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କର । (ଗୁଣଫଳ ଅପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ହେଲେ, ତାକୁ ମିଶ୍ର ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କର)

(କ) $\frac{2}{3}\times\frac{5}{7}$ (ଖ) $\frac{3}{5}\times\frac{2}{7}$ (ଗ) $\frac{4}{9}\times\frac{5}{7}$ (ଘ) $\frac{5}{8}\times\frac{3}{4}$

(ଙ) $1\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}$ (ଚ) $\frac{4}{5}\times3\frac{1}{3}$ (ଛ) $2\frac{1}{3}\times1\frac{1}{2}$ (ଜ) $3\frac{1}{2}\times1\frac{2}{5}$

3. ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ସମ୍ଭବ ହେଲେ ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ କର । ଅପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ହେଲେ ମିଶ୍ର ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କର ।

(କ) $3\frac{1}{2}\times1\frac{3}{8}$ (ଖ) $2\frac{1}{2}\times1\frac{1}{5}$ (ଗ) $2\frac{2}{5}\times1\frac{3}{4}$

4. ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ:

(କ) 24 ର $\frac{1}{2}$ (ଖ) 18 ର $\frac{2}{3}$ (ଗ) 27 ର $\frac{5}{9}$ (ଘ) 121 ର $\frac{7}{11}$

5. ଗୋଟିଏ କାର୍ 16 କି.ମି. ରାସ୍ତା ଅତିକ୍ରମ କରିବା ପାଇଁ 1 ଲିଟର ପେଟ୍ରୋଲ ଦରକାର କରେ । $2\frac{3}{4}$ ଲିଟର ପେଟ୍ରୋଲ ପକାଇଲେ ସେହି କାର କେତେ ରାସ୍ତା ଅତିକ୍ରମ କରି ପାରିବ ?

6. ରିଙ୍କି ଗୋଟିଏ ସିଧା ଧାଡ଼ିରେ 9 ଗୋଟି ଘରା ଗଛ ଲଗାଇବ । ଯଦି ପାଖାପାଖି ଲଗାଯାଉଥିବା ଘରା ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ $\frac{3}{4}$ ମିଟର ବ୍ୟବଧାନ ରହେ, ତେବେ ପ୍ରଥମ ଓ ଶେଷ ଘରାଗଛ ମଧ୍ୟରେ କେତେ ମିଟର ବ୍ୟବଧାନ ରହିବ ?

7. ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀର ମୋଟ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 56 । ମୋଟ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଛାତ୍ରୀ ହେଉଛନ୍ତି $\frac{2}{7}$ ଅଂଶ । ମୋଟ ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟାର $\frac{1}{5}$ ଅଂଶ ସ୍କୁଲକୁ ପ୍ରତ୍ୟହ ସାଇକେଲ୍ ଯୋଗେ ଆସନ୍ତି । ତେବେ :

(a) ଶ୍ରେଣୀର ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା କେତେ ? (b) ଶ୍ରେଣୀର କେତେ ଛାତ୍ର ସାଇକେଲ ଯୋଗେ ସ୍କୁଲକୁ ଆସନ୍ତି ?

8. ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କର- (କ) $\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}\times\frac{7}{9}$

ସୂଚନା: $\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}\times\frac{7}{9}=\left(\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}\right)\times\frac{7}{9}$

$=\frac{2\times1}{3\times5}\times\frac{7}{9}$

ଜାଣିଛ କି ?
ତିନୋଟି ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନ ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ।

(ଖ) $\frac{1}{4}\times\frac{3}{5}\times\frac{6}{7}$

9. ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କର-

(କ) $\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}$

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର : ଲବ ବା ହର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ କଟିଗଲେ ତା' ସ୍ଥାନରେ 1 ନେବା।

(ଖ) $\frac{3}{5}\times\frac{7}{9}\times\frac{15}{28}$

ଜାଣିଛ କି ?

ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ କରି ସାରି ଗୁଣଫଳକୁ ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାରରେ ପରିଣତ କରାଯାଇ ପାରେ କିମ୍ବା ଗୁଣନ କରିବା ପୂର୍ବରୁ ଆମେ ନିମ୍ନମତେ କାର୍ଯ୍ୟ କରି ପାରୁ।

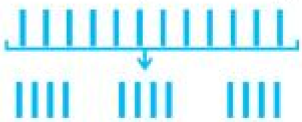
- ପ୍ରଥମ ଲବ 2 ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ହର 4ର ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ 2 ଏଣୁ 2 ଓ 4 ଉଭୟକୁ 2 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା ବା 2 ଦ୍ୱାରା କାଟିବା।
- ସେହିପରି ଦ୍ୱିତୀୟ ଲବ 3 ଓ ତୃତୀୟ ହର 6 ଉଭୟକୁ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ 3 ଦ୍ୱାରା କାଟିବା ଏବଂ ତୃତୀୟ ଲବ 5 ଓ ପ୍ରଥମ ହର 5 ଉଭୟକୁ 5 ଦ୍ୱାରା କାଟିବା। କାଟିବା କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଆମେ ନିମ୍ନମତେ ଦର୍ଶାଉ।

$$\frac{\not{2}}{\not{5}}\times\frac{\not{3}}{\not{4}_2}\times\frac{\not{5}}{\not{6}_2} = \frac{1}{1}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

2.3 ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗକ୍ରିୟା

ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ଛୋଟ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରି ଜାଣିଛୁ। ସେହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ କିପରି ଭାଗକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କରୁ ଆସ ମନେ ପକାଇବା।

ମନେ କରାଯାଉ, ଆମେ 12 କୁ 4 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା।



: 12 ଟି ବସ୍ତୁ ଅଛି

: 4 ଟି ବସ୍ତୁର ଗୋଷ୍ଠୀରେ ପରିଣତ କରାଗଲା।

ଜାଣିଛ କି ?

ଭାଜ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ଭାଜକ ସଂଖ୍ୟା ଯେତେଥର ଥାଏ, ଭାଗଫଳ ସେତିକି ହୁଏ।

ଆମେ ଜାଣିଲେ, 12 ରେ 4 ତିନି ଥର ଅଛି।

ଏଣୁ ଆମେ କହିଲେ, $12 \div 4 = 3$

ଆସ, ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା।

2.3.1 ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗକ୍ରିୟା

ଆସ, 1କୁ $\frac{1}{2}$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା।

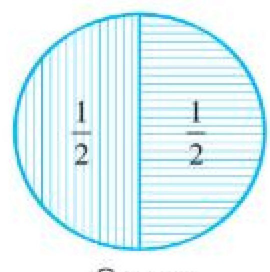
ଏଥିପାଇଁ 1 ରେ କେତେ ଗୋଟି $\frac{1}{2}$ ଅଛି ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା।

ଚିତ୍ର 3.5 ରେ ଗୋଟିଏ ଚକତିକୁ ସମାନ ଦୁଇ ଭାଗ କରାଯାଇଛି।

ଏଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗ ଚକତିଟିର $\frac{1}{2}$ ଅଂଶ।

ଏଣୁ ଚିତ୍ରରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଚକତିଟିରେ ଦୁଇ ଗୋଟି $\frac{1}{2}$ ଅଛି।

ଅର୍ଥାତ୍ 1 ରେ $\frac{1}{2}$ ଦୁଇ ଥର ଅଛି। ଏଣୁ $1\div\frac{1}{2}=2$



[ଚିତ୍ର 2.5]

✍ ଚିତ୍ର 2.6 କୁ ଦେଖି ନିମ୍ନସ୍ଥ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର-

ଚିତ୍ର-କ: 1 ରେ ....ଗୋଟି $\frac{1}{3}$ ଅଛି।

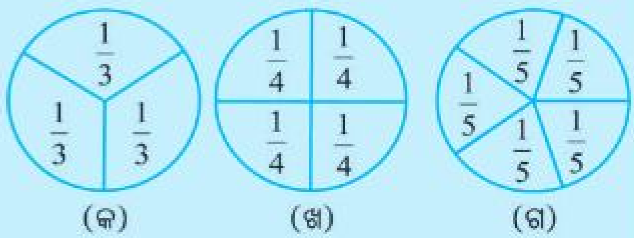
$\therefore\ 1\div\frac{1}{3}=$..........

ଚିତ୍ର-ଖ: 1 ରେ.......... ଗୋଟି $\frac{1}{4}$ ଅଛି।

$\therefore\ 1\div\frac{1}{4}=$.........

ଚିତ୍ର-ଗ: 1ରେ.......... ଗୋଟି $\frac{1}{5}$ ଅଛି।

$\therefore\ 1\div\frac{1}{5}=$..........



(କ) (ଖ) (ଗ)

[ଚିତ୍ର 2.6]

ବର୍ତ୍ତମାନ ଭାଗକ୍ରିୟା କିପରି କରିବା ତାହା ଦେଖିବା ।

$1 \div \frac{1}{2} = 2$ ହେଉଥିବାର ଆମେ ଚିତ୍ର 2.5 ରୁ ଦେଖିଛୁ ।

ମାତ୍ର $1 \times 2 = 2$ ହୁଏ । ଏଣୁ ଆମେ ଲେଖି ପାରିବା $1 \times \frac{2}{1} = 2$

[କାରଣ: 2 ସହ $\frac{2}{1}$ ସମାନ, ଏ କଥା ଆମେ ଜାଣୁ । ଏଣୁ 1×2 ସ୍ଥାନରେ $1 \times \frac{2}{1}$ ମଧ୍ୟ ଲେଖିପାରିବା ।]

∴ ଆମେ ଦେଖିଲେ-

$1 \div \frac{1}{2}$ ଯାହା, $1 \times \frac{2}{1}$ ତାହା

ସେହିପରି $1 \div \frac{1}{3} = 1 \times \frac{3}{1} = 3$

ଆମେ ଦେଖିଲେ-

ଭାଗକ୍ରିୟାର ଭାଜକ ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥିବା ବେଳେ, ଭାଗଫଳ ପାଇବା ପାଇଁ ଭାଜ୍ୟକୁ ଭାଜକର ଓଲଟା ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା (ଲବକୁ ହର ଓ ହରକୁ ଲବ ନେଇ ଯେଉଁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ମିଳେ) ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରୁ ।

ଜାଣିରଖ: ଗୋଟିଏ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଲବକୁ ହର ଓ ହରକୁ ଲବ ରୂପେ ନେଇ ଯେଉଁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଲେଖାଯାଏ, ତାକୁ ପ୍ରଥମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର **ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ବା ପ୍ରତିଲୋମୀ** କୁହାଯାଏ ।

ଏଣୁ $\frac{1}{3}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ $= \frac{3}{1}$

$\frac{2}{5}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ $= \frac{5}{2}$

$\frac{3}{4}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ = ...

$\frac{5}{7}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ = ...

ଏଣୁ ଆମେ କହିବା-

ଭାଗକ୍ରିୟାର ଭାଜକ ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥିବା ବେଳେ, ଭାଗଫଳ ପାଇବା ଲାଗି ଭାଜ୍ୟକୁ ଭାଜକର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ-7 3 କୁ $\frac{3}{5}$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ।

ସମାଧାନ : $3 \div \frac{3}{5} = 3 \times \frac{3}{5}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ $= 3 \times \frac{5}{3} = \frac{15}{3} = 5$ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-8: 2 କୁ $1\frac{2}{3}$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ।

ସମାଧାନ: $2 \div 1\frac{2}{3} = 2 \div \frac{5}{3} = 2 \times \frac{3}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$ (ଉତ୍ତର)

ଲକ୍ଷ୍ୟକର : ମିଶ୍ର ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରି ଭାଗକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କରାଗଲା ।

✍ ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର।

(କ) $\frac{2}{3}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ = ...

(ଖ) $\frac{3}{7}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ = ...

(ଗ) $\frac{5}{2}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ = ...

(ଘ) 4 ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ = ...

(ଙ) $1 \div \frac{1}{5} =$ ....×......... = ...

(ଚ) $2 \div \frac{3}{4} =$ ....×......... = ...

2.3.2 ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗକ୍ରିୟା

ଆମେ ଜାଣିଛୁ ଯେ 2 ଓ $\frac{2}{1}$ ଉଭୟ ସମାନ।

ଏଣୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲାବେଳେ ପୂର୍ବପରି ମଧ୍ୟ ଭାଜ୍ୟକୁ ଭାଜକର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରାଯାଏ।

ଯଥା: $\frac{2}{3} \div 4 = \frac{2}{3} \times \left(4 \text{ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2 \times 1}{3 \times 4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-9: $\frac{3}{5}$ କୁ 2 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର।

ସମାଧାନ: $\frac{3}{5} \div 2 = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-10 $2\frac{1}{3}$ କୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର।

ସମାଧାନ: $2\frac{1}{3} \div 5 = \frac{7}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{7}{15}$ (ଉତ୍ତର)

✍ ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର -

(କ) $\frac{4}{5} \div 3 =$ (ଖ) $3\frac{1}{3} \div 4 =$

2.3.3 ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗକ୍ରିୟା

ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଭାଜ୍ୟକୁ ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଭାଜକ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲାବେଳେ ମଧ୍ୟ ଭାଗକ୍ରିୟାରେ ପୂର୍ବ ବର୍ଣ୍ଣିତ ପ୍ରଣାଳୀ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଏ, ଅର୍ଥାତ୍ ଭାଜ୍ୟ ÷ ଭାଜକ = ଭାଜ୍ୟ × ଭାଜକର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ।

ଉଦାହରଣ-11: $\frac{1}{3}$ କୁ $\frac{5}{6}$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର।

ସମାଧାନ: $\frac{1}{3} \div \frac{5}{6} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{5}{6} \text{ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ}\right)$

$= \frac{1}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{6}{15}$

$= \frac{2}{5}$ [ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାରରେ ପରିଣତ କରାଗଲା।]

କହିଲ ଦେଖି :
ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ସହ ଗୁଣନ କଲେ ଗୁଣଫଳ କେତେ ମିଳିବ ?

✍ ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(କ) $\frac{2}{7} \div \frac{3}{5}$

(ଖ) $1\frac{3}{4} \div \frac{5}{6}$

(ଗ) $2\frac{3}{5} \div 1\frac{2}{3}$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 2.3

1. ଭାଗଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

(କ) $12 \div \frac{3}{4}$ (ଖ) $8 \div \frac{7}{3}$ (ଗ) $4 \div \frac{8}{5}$

(ଘ) $3 \div 2\frac{1}{3}$ (ଙ) $5 \div 3\frac{4}{7}$

2. ଭାଗଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

(କ) $\frac{7}{3} \div 2$ (ଖ) $\frac{3}{7} \div \frac{8}{7}$ (ଗ) $3\frac{1}{2} \div \frac{8}{3}$

(ଘ) $4\frac{1}{3} \div 3$ (ଙ) $3\frac{1}{2} \div 4$

3. ଭାଗଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

(କ) $\frac{2}{5} \div \frac{1}{2}$ (ଖ) $\frac{3}{7} \div \frac{8}{7}$ (ଗ) $3\frac{1}{2} \div \frac{8}{3}$

(ଘ) $\frac{2}{5} \div 1\frac{1}{2}$ (ଙ) $2\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{5}$

4. $\frac{3}{5}$ ମି. ଦୀର୍ଘ ଫିତାରୁ $\frac{1}{5}$ ମିଟର ଦୀର୍ଘ କେତେ ଖଣ୍ଡ ଫିତା ପାଇପାରିବା ?

2.4 ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ

ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା (ବା ଦଶମିକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା) ହେଉଛି ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାରର ସାଧାରଣ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା, ଯେଉଁ ସାଧାରଣ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ହର 10, 100, 1000 ଭଳି 10 ର ଘାତ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥାଏ, ସେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ରୂପରେ ଲେଖାଯାଏ ।

ଯଥା: $\frac{3}{10} = 0.3$

$2\frac{27}{100} = 2.27$ ଇତ୍ୟାଦି ।

ଉପରିସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ହରଟି କେବଳ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ରୂପରେ ରହିଛି । ଏଣୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ ଗୁଣନ କଲାବେଳେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରି ଦେଇ ଆମେ ଗୁଣନ କରି ପାରିବା ।

2.4.1 ଦୁଇଟି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ

ଆସ, 0.3 ଓ 1.5 କୁ ଗୁଣନ କରିବା ।

ଯଥା: $0.3 \times 1.5 = \frac{3}{10} \times 1\frac{5}{10}$

$= \frac{3}{10} \times \frac{15}{10}$

$= \frac{45}{100}$

$= 0.45$

କହିଲ ଦେଖି :

ଏଠାରେ $1\frac{5}{10}$ ପାଇଁ $\frac{15}{10}$ ଲେଖାଯାଇଛି କାହିଁକି ?

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ଏଠାରେ ଲବଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ ରୁ ହିଁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ ମିଳିଛି । ହର ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ ଅର୍ଥାତ୍ 100, ଆମକୁ କେବଳ ଗୁଣଫଳରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନ ନିରୂପଣରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିଛି ।

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ-

- ଗୁଣନର ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା 0.3 ରୁ ଆମେ 3 ନେଇଛୁ ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା 1.5 ରୁ ଆମେ 15 ନେଇଛୁ ଓ ଏହି ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ଗୁଣି $3 \times 15 = 45$ ପାଇଛୁ ।
- ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରେ ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କ ରହିଛି ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ମଧ୍ୟ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରେ ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କ ରହିଛି ଏବଂ ଗୁଣଫଳରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରେ ଦୁଇଟି ଅଙ୍କ ଥିବାର ଆମେ ଦେଖୁଛୁ ।
- ଗୁଣନ କରିବାକୁ ଥିବା ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା 1 ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା 1 କୁ ଯୋଗ କରି ପାଇଲେ 2, ଏବଂ ଗୁଣଫଳର ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟ ପାଇଛୁ 2 ।

କେଉଁ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଦୁଇଟି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନ କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଥାଏ, ଆସ ତାହା ଦେଖିବା ।

ମାନସ କିଲୋଗ୍ରାମ୍ ପ୍ରତି ଟ8.50 ଦରରେ 2.5 କି.ଗ୍ରା. କଲରା କିଣିଲା । ତେବେ କିଣିଥିବା ପରିବା ବାବଦରେ ଦୋକାନୀକୁ କେତେ ଦାମ୍ ଦେବ ?

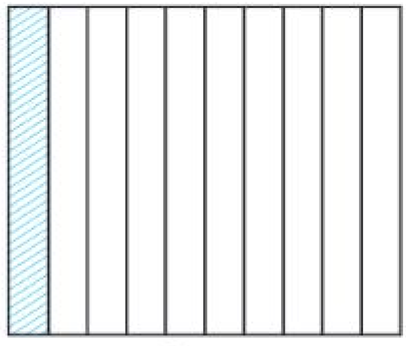
ତୁମେ ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ କହିବ ଯେ ମାନସ ଦୋକାନୀକୁ ଦେବା ମୂଲ୍ୟ $= (8.50 \times 2.50)$ ଟଙ୍କା । ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର -

8.5 ଏବଂ 2.5 ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା । ତେଣୁ ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ଗୁଣନ କରିବାକୁ ହେବ ।

ଆସ, ଗୁଣନ ପ୍ରଣାଳୀକୁ ଆଉ ଥରେ ବିଚାର କରିବା ।

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 2.7 କୁ ଦେଖ ।

- ଏଠାରେ ଖଣ୍ଡେ କାଗଜ ପଟିକୁ କେତେ ସମାନ ଭାଗ କରାଯାଇଛି ?
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗ ହେଉଛି, କାଗଜ ପଟିର $\frac{1}{10}$ ବା 0.1 ଅଂଶ । ଏଣୁ ଚିତ୍ରିତ ଅଂଶଟି କାଗଜ ପଟିର କେତେ ଅଂଶ ?

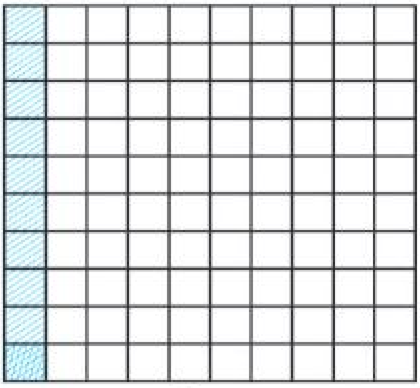


(ଚିତ୍ର 2.7)

ପୁନଶ୍ଚ କାଗଜ ପଟି ଉପରେ ବାମରୁ ଡାହାଣକୁ ଗାରମାନ ଟଣାଯାଇ ପଟିକୁ ଦଶ ସମାନ ଭାଗ କରାଯାଇଛି (ଚିତ୍ର 2.8)। ଏହା ଦ୍ୱାରା ଚିତ୍ର 2.7 ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରିତ ଅଂଶଟି ମଧ୍ୟ ସମାନ 10 ଭାଗରେ ପରିଣତ ହୋଇଛି ଏବଂ ସମଗ୍ର କାଗଜ ପଟିଟି $10 \times 10 = 100$ ଗୋଟି ସମାନ ଭାଗରେ ପରିଣତ ହୋଇଛି।

ଫଳରେ ଚିତ୍ର 2.8 ରେ ଥିବା ଛକ ଚିହ୍ନିତ ଅଂଶଟି ସମୁଦାୟ କାଗଜ ପଟିର $\frac{1}{10}$ ଅଂଶର ଏକ ଦଶାଂଶ।

ତେଣୁ ଉକ୍ତ ଛକ ଚିହ୍ନିତ ଅଂଶଟି ସମୁଦାୟ ପଟିର କେତେ ଅଂଶ ?



(ଚିତ୍ର 2.8)

ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ, ଛକଚିହ୍ନିତ ଅଂଶଟି ସମୁଦାୟ ପଟିର $\frac{1}{10}$ ର $\frac{1}{10}$ ଅଂଶ ବା 0.1 ର 0.1 ଅଂଶ $= 0.1 \times 0.1$ ଅଂଶ

ସମୁଦାୟ ପଟିକୁ 1 ବୋଲି ଧରିଲେ, ଛକ ଚିହ୍ନିତ ଅଂଶଟି 0.1×0.1 ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଏ। କିନ୍ତୁ ଏହି ଅଂଶଟି ସମୁଦାୟ କାଗଜ ପଟିର 100 ସମାନ ଭାଗରୁ 1 ଭାଗ ହେତୁ ଏହାର $\frac{1}{100}$ ଅର୍ଥାତ୍ 0.01, ତେଣୁ $0.1 \times 0.1 = 0.01$

- ଆସ, 0.2×0.3 କେତେ ସ୍ଥିର କରିବା।

ଚିତ୍ର 2.9 ରେ ଗୋଟିଏ କାଗଜ ପଟିକୁ ବାମ-ଡାହାଣ ଗାର ଦ୍ୱାରା 10ଟି ସମାନ ଭାଗରେ ପରିଣତ କରାଯାଇଛି। ଏହି ଦଶଟି ଭିତରୁ 2 ଗୋଟିକୁ ନାଲି ରଙ୍ଗ ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଛି।

ପୁନଶ୍ଚ ଉପର-ତଳ ଗାର ଦ୍ୱାରା ପଟିକୁ ଦଶ ସମାନ ଭାଗରେ ପରିଣତ କରାଯାଇଛି ଏବଂ ତହିଁରୁ ତିନୋଟିକୁ କଳାଗାର ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଛି। ଏଣୁ ନାଲି ରଙ୍ଗ ଓ କଳାଗାର ଉଭୟ ଦ୍ୱାରା ଯେଉଁ ଅଂଶଟି ଚିହ୍ନିତ, ତାହା ସମଗ୍ର ପଟିର $\frac{2}{10}$ ଅଂଶର $\frac{3}{10}$ ଅଂଶ ବା 0.2ର 0.3 ଅର୍ଥାତ୍ 0.2×0.3 । ମାତ୍ର ସମଗ୍ର ପଟିଟି $10 \times 10 = 100$ ଗୋଟି ଛୋଟ କୋଠରିରେ ପରିଣତ ହୋଇଛି ଏବଂ ନାଲି ରଙ୍ଗ ଓ କଳାରଙ୍ଗ ଉଭୟ ଥିବା ଅଂଶରେ $2 \times 3 = 6$ ଗୋଟି କୋଠରି ଥିବାର ଆମେ ଦେଖୁଛୁ। ଏହି ଅଂଶଟିରେ ମୋଟ 100 ଗୋଟି କୋଠରିରୁ 6 ଗୋଟି କୋଠରି ଥିବାରୁ ଏହା ହେଉଛି ସମଗ୍ର ପଟିର $\frac{6}{100}$ ବା 0.06 ଅଂଶ

ଏଣୁ ଦେଖିଲେ $0.2 \times 0.3 = 0.06$ ।

ତେବେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ କିପରି କରାଯିବ ଆସ ତାହା ଦେଖିବା।

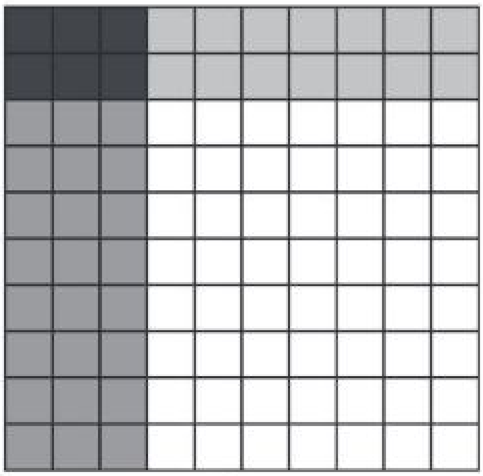
0.2×0.3

ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁକୁ ବାଦ୍ ଦେଇ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ଲେଖିବା ଓ ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା, ଆମେ ପାଇବା $2 \times 3 = 6$

ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା 0.2 ରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା = 1

ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା 0.3ରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା =1

ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ମୋଟ ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା $= 1 + 1 = 2$



(ଚିତ୍ର 2.9)

ଏଣୁ ଗୁଣଫଳରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରେ 2 ଗୋଟି ଅଙ୍କ ରହିବ।

ଏଣୁ ଉପରେ ପାଇଥିବା ଗୁଣଫଳ 6 କୁ 06 ରୂପେ ଲେଖିବା [ଏହା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣଫଳର ମୂଲ୍ୟ ବଦଳିଲା ନାହିଁ]

ତେବେ ଆମେ ଦେଖିଲେ-

ନିମ୍ନ ତିନୋଟି ସୋପାନରେ ଗୁଣନ କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ପାଦନ କରାଗଲା ।

ପ୍ରଥମ ସୋପାନ : 0.2×0.3 କ୍ଷେତ୍ରରେ $2 \times 3 = 6$ ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ : ପ୍ରଥମ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ମୋଟ ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା $= 1 + 1 = 2$ ।

ତୃତୀୟ ସୋପାନ : ପାଇଥିବା ଗୁଣଫଳ 6 ର ବାମରେ ଗୋଟିଏ ଶୂନ ବସାଇ ଏହାକୁ ଦୁଇ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ କରିବା ଦ୍ୱାରା ପାଇଲେ 06 ।

ଚତୁର୍ଥ ସୋପାନ : ପାଇଥିବା ଗୁଣଫଳର ଡାହାଣରୁ ଦୁଇଟି ଅଙ୍କ ଛାଡ଼ି ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ବସାଇବାରୁ ପାଇଲେ .06 ବା 0.06

ଅର୍ଥାତ୍, $0.2 \times 0.3 = 0.06$

ଉଦାହରଣ-12 1.2 ଓ 2.5 ର ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ :

ପ୍ରଥମ ସୋପାନ : $12 \times 25 = 300$

ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ : ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ମୋଟ୍ ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା $= 1 + 1 = 2$

ତୃତୀୟ ସୋପାନ : ଗୁଣଫଳର ଡାହାଣ ପଟୁ ଦୁଇଟି ଅଙ୍କ ଛାଡ଼ି ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ସ୍ଥାପନ କଲେ ପାଇବା 3.00 ।

$1.2 \times 2.5 = 3.00$ ବା 3

ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କର-

(କ) 0.5×0.6

(ଖ) 0.8×1.6

(ଗ) 2.4×4.2

(ଘ) 1.5×1.25

ଉଦାହରଣ-13:

ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 1.5 ସେ.ମି. ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ :

ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା $= 3 \times$ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ

$= 3 \times 1.5$ ସେ.ମି.

$= 4.5$ ସେ.ମି.

ଉଦାହରଣ-14:

ଗୋଟିଏ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ଯଥାକ୍ରମେ 73.5 ସେ.ମି. ଓ 0.15 ମିଟର ହେଲେ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ:

ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 73.5 ସେ.ମି.

= 0.735 ମି.

ଏହାର ପ୍ରସ୍ଥ = 0.15 ମି.

$\therefore$ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ପ୍ରସ୍ଥ

= (0.735×0.15) ବ.ମି.

= 0.11025 ବ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଜାଣିଛ କି ?

1 ମି = 100 ସେ.ମି

1 ସେ.ମି = $\frac{1}{100}$ ମିଟର

ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା କିପରି ଗୁଣନ କରାଯାଏ ଦେଖିବା-

$0.4 \times 8 = ?$

ଏଠାରେ ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା = 1 ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାରେ କୌଣସି ଦଶମିକ ଅଂଶ ନାହିଁ । ଏଣୁ ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ଥିବା ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ମୋଟ ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା = 1

$\therefore$ ଗୁଣଫଳର ଡାହାଣରୁ ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କ ଛାଡ଼ି ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ବସିବ ।

ଫଳରେ, $0.4 \times 8 = 3.2$

8.0 ଭଳି ସଂଖ୍ୟା ଗୁଣନ କରିବାକୁ ଥିଲେ, ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ କୌଣସି ଅଙ୍କ ନାହିଁ ବୋଲି ବିଚାର କରିବା, କାରଣ 8.0=8 ।

ମାତ୍ର 8.04 ଥିଲେ, ଏଠାରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇ ବୋଲି ବିଚାରିବା ।

8.40 କ୍ଷେତ୍ରରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା 1 ବୋଲି ବିଚାରିବା । କାରଣ 8.40 = 8.4

2.4.2 ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 10,100 ବା 1000 ଭଳି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ

ଆମେ ଜାଣିଛୁ ଯେ, ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କଲେ ଏହାର ହର 10 ବା 100 ବା 1000 ଭଳି ସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥାଏ ।

$0.2 = \frac{2}{10}$, $0.34 = \frac{34}{100}$, $0.042 = \frac{42}{1000}$ ଇତ୍ୟାଦି ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 10, 100, 1000 ଭଳି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରିବା ।

$0.2 \times 10 = \frac{2}{10} \times 10 = 2$ ବା 2.0

ଏଠାରେ ଦେଖିଲେ, ମୂଳସଂଖ୍ୟା 0.2 ବା 0.20ର ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁକୁ ଗୋଟିଏ ସ୍ଥାନ ଡାହାଣକୁ ନେଇ, 2 ର ଠିକ୍ ଡାହାଣକୁ ରଖିଲେ ଗୁଣଫଳ ମିଳୁଛି ।

$0.5 \times 100 = \frac{5}{10} \times 100 = \frac{500}{10} = 50$ ବା 50.0

ଜାଣିଛ କି ?

ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଡାହାଣକୁ ଯେତେ ଗୋଟି 0 ବସାଇଲେ ମଧ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ବଦଳେ ନାହିଁ ।

ଯଥା: $0.2 = 0.20$
$= 0.200$

ଏଠାରେ ଦେଖିଲେ, ମୂଳସଂଖ୍ୟା 0.5 ବା 0.500 ର ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁକୁ ଦୁଇଟି ସ୍ଥାନ ଡାହାଣକୁ ନେଇ 5 ପରବର୍ତ୍ତୀ ପ୍ରଥମ ଶୂନର ଠିକ୍ ଡାହାଣକୁ ରଖିଲେ ଗୁଣଫଳ ମିଳୁଛି ।

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ-

ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 10,100,1000 ଭଳି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲାବେଳେ ଗୁଣ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା (ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା) ର ଅଙ୍କରେ କିଛି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଉନାହିଁ । କେବଳ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଘଟୁଛି ।

ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନର କି ପରିବର୍ତ୍ତନ ଘଟୁଛି ?

(i) ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 10 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲାବେଳେ, ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ଗୋଟିଏ ସ୍ଥାନ ଡାହାଣକୁ ଘୁଞ୍ଚିଯାଉଛି ।

(ii) ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 100 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲାବେଳେ, ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ଦୁଇଟି ସ୍ଥାନ ଡାହାଣକୁ ଘୁଞ୍ଚିଯାଉଛି ।

(iii) ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 1000 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲାବେଳେ, ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ତିନୋଟି ସ୍ଥାନ ଡାହାଣକୁ ଘୁଞ୍ଚିଯାଉଛି ।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର:

ଗୁଣନ ଦ୍ୱାରା ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ଯେତୋଟି ସ୍ଥାନ ଡାହାଣକୁ ଘୁଞ୍ଚିବ, ଯଦି ମୂଳ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରେ ତା' ଠାରୁ କମ୍ ସ୍ଥାନ ଥାଏ, ତେବେ ମୂଳ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ପରେ ଆବଶ୍ୟକ ସଂଖ୍ୟକ ଶୂନ ବସାଇ ଦିଆଯାଉଛି ଓ ତା' ପରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁକୁ ଘୁଞ୍ଚାଇ ନିଆଯାଉଛି । ଯଥା– 3.2×1000 ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।ଏହି ଗୁଣନର ଗୁଣଫଳ ପାଇବା ପାଇଁ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁକୁ ତିନି ସ୍ଥାନ ଡାହାଣକୁ ଘୁଞ୍ଚାଇବା ଆବଶ୍ୟକ । ମାତ୍ର ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରେ ମାତ୍ର ଗୋଟିଏ ସ୍ଥାନ ଅଛି । ଏଣୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା 3.2 ପରେ ଅତି କମ୍‌ରେ ଦୁଇଟି ଶୂନ ବସାଇବା ।

$$3.2 \times 1000 = 3.20000 \times 1000$$
$$= 3200.0$$

(1) ଗୁଣଫଳ ଲେଖ–

(କ) $3.4 \times 10 =$

(ଖ) $0.56 \times 100 =$

(ଗ) $1.04 \times 1000 =$

(ଘ) $0.3 \times 100 =$

(2) ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର–

(କ) ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 100 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିବା ବେଳେ, ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ....ଗୋଟି ସ୍ଥାନ ଡାହାଣକୁ ଘୁଞ୍ଚିବ ।

(ଖ) ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 1000 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲାବେଳେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ .... ଗୋଟି ସ୍ଥାନ ଡାହାଣକୁ ଘୁଞ୍ଚିବ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 2.4

1. ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

(କ) 0.2×6 (ଖ) 8×4.3 (ଗ) 2.71×5

(ଘ) 20.1×4 (ଙ) 211.02×4 (ଚ) 3.4×5.0

2. ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

(କ) 1.3×10 (ଖ) 36.8×10 (ଗ) 31.5×100

(ଘ) 1.56×100 (ଙ) 0.5×1000 (ଚ) 13.27×1000

3. ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

(କ) 2.5×0.3 (ଖ) 0.1×21.8 (ଗ) 1.3×3.1

(ଘ) 0.5×0.005 (ଙ) 11.2×0.13 (ଚ) 1.07×0.02

4. ଗୋଟିଏ ଆୟତଚିତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ଯଥାକ୍ରମେ 5.7 ସେ.ମି ଏବଂ 3 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର ପରିସୀମା ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

5. ଯଦି ଗୋଟିଏ ସ୍କୁଟର 1 ଲିଟର ପେଟ୍ରୋଲରେ 55କି.ମି. ଯାଏ, ତେବେ 8.4 ଲିଟର ପେଟ୍ରୋଲରେ କେତେ କି.ମି. ବାଟ ଯିବ ?

6. ଗୋଟିଏ ପାଣିଟାଙ୍କିରେ ଜଳ ଧାରଣ କ୍ଷମତା 115.75 ଲିଟର । ସେହି ଆକାରର 12 ଗୋଟି ପାଣିଟାଙ୍କିର ସମୁଦାୟ ଜଳ ଧାରଣ କ୍ଷମତା କେତେ କିଲୋଲିଟର ?

2.5. ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ଭାଗକ୍ରିୟା

ଲିଜା, ଜିନୁ ଓ ଜିଜିନା ତିନି ଭଉଣୀ। ଲିଜା ବଡ଼। ଲିଜା ପାଖରେ 7.5 ମି. ଦୀର୍ଘ ରିବନ୍ ଖଣ୍ଡେ ଅଛି। ସେ ତାହାକୁ ସମାନ ତିନି ଭାଗ କରି ସମସ୍ତଙ୍କ ଭିତରେ ବାଣ୍ଟି ଦେବାକୁ ଋହିଁଲା। ସେ କିପରି ଜାଣିବ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ହେବ ?

ସେ ଭାବିଲା, ଯଦି ରିବନ୍‌ଟି 12 ମି. ହୋଇଥାନ୍ତା ଓ ତାକୁ ତିନି ସମାନ ଭାଗ କରିବାକୁ ପଡ଼ନ୍ତା, ତେବେ ସେ 12 କୁ 3 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରନ୍ତା। ତେଣୁ ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସେ 7.5 କୁ 3 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବ। ସେ ଭାବିଲା ଯେ, ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗକ୍ରିୟା ଜାଣିବା ଆବଶ୍ୟକ।

ନିହାର ତାଙ୍କ ଶ୍ରେଣୀର କିଛି ଅଂଶ ରଙ୍ଗିନ କାଗଜରେ ସଜାଇବାକୁ ଋହିଁଲା। ତା' ପାଖରେ 19.5 ମିଟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ରଙ୍ଗିନ୍ କାଗଜ ପଟି ରହିଛି। ତେବେ ସେ ଏଥିରୁ 1.5 ମିଟର ବିଶିଷ୍ଟ କେତେ ଖଣ୍ଡ ରଙ୍ଗିନ୍ କାଗଜ ପାଇପାରିବ ?

ନିହାର ଚିନ୍ତା କଲା-

ଯଦି ସମୁଦାୟ ପଟିଟି 24 ମି. ହୋଇଥାନ୍ତା ଏବଂ ତାକୁ ସେଥିରୁ 3ମି. ଦୀର୍ଘ ପଟିମାନ କାଟିବାକୁ ପଡୁଥାନ୍ତା, ତେବେ ସେ 24 କୁ 3 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରନ୍ତା।

ଏଠାରେ ସମୁଦାୟ ପଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 19.5 ମି. ଏବଂ କଟାଯାଉଥିବା ପଟି ଖଣ୍ଡ ମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 1.5 ମି.। ଏଣୁ ଏଠାରେ ମଧ୍ୟ ତାକୁ 19.5 କୁ 1.5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ।

ସେଥିଲାଗି ତାକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ଭାଗକ୍ରିୟା ପ୍ରଣାଳୀ ଜାଣିବା ଆବଶ୍ୟକ ବୋଲି ସେ ଅନୁଭବ କଲା।

ଯେଉଁ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଭାଗକ୍ରିୟା କରାଯାଏ, ତାହା ହେଲା-

(କ) କେତେଗୁଡ଼ିଏ ବସ୍ତୁର ସମାହାରକୁ କେତୋଟି ସମାନ ଭାଗ କରିବା ବେଳେ ଭାଗକ୍ରିୟା କରାଯାଏ। ଯଥା- 40 ଗୋଟି ଆମ୍ବକୁ ସମାନ 5 ଭାଗ କରିବାକୁ ହେଲେ, 40 କୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରାଯାଏ।

(ଖ) କେତେଗୁଡ଼ିଏ ବସ୍ତୁର ସମାହାରରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର ସମାନ ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁ କାଢ଼ି ନେଲେ ସର୍ବାଧିକ କେତେ ଥର ନିଆଯାଇ ପାରିବ ତାହା ଜାଣିବା ପାଇଁ ଭାଗକ୍ରିୟା କରାଯାଏ। ଯଥା - 30 ଗୋଟି ଖାତାରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲାକୁ 5 ଗୋଟି ଲେଖାଏଁ ଖାତା ଦେଲେ, ସର୍ବାଧିକ କେତୋଟି ପିଲା ଖାତା ପାଇ ପାରିବେ ଜାଣିବା ପାଇଁ 30 କୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ।

ସେହିପରି, 7.5ମି. ଦୀର୍ଘ ରିବନକୁ ସମାନ 3 ଭାଗ କରିବା ପାଇଁ 7.5 କୁ 3 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା। ଆହୁରି ମଧ୍ୟ 19.5 ମି. ପଟିରୁ 1.5ମି. ଦୀର୍ଘ ଛୋଟ ଛୋଟ ପଟି କାଟିଲେ ସର୍ବାଧିକ କେତେ ଖଣ୍ଡ ପଟି ମିଳିପାରିବ ତାହା ଜାଣିବା ପାଇଁ 19.5 କୁ 1.5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା।

2.5.1 ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 10, 100 ଏବଂ 1000 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ

ବର୍ତ୍ତମାନ $231.5 \div 10$ ର ଭାଗଫଳ ସ୍ଥିର କରିବା।

$$\frac{231.5}{10} = \frac{2315}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{2315}{100} = 23.15$$

ଅଥବା $\frac{231.5}{10} = \frac{231.5 \times 10}{10 \times 10} = \frac{2315}{100} = 23.15$ (ଲବ ଏବଂ ହର ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ 10 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣାଗଲା)

ସେହିପରି, $231.5 \div 100$

$$= \frac{231.5}{100} = \frac{231.5\times10}{100\times10} = \frac{2315}{1000} = 2.315$$

ଏବଂ $231.5 \div 1000$

$$= \frac{231.5}{1000} = \frac{231.5\times10}{1000\times10} = \frac{2315}{10000} = 0.2315$$

- ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 10 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ଯେଉଁ ଭାଗଫଳ ମିଳୁଛି ସେଥିରେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ତା'ର ପୂର୍ବସ୍ଥାନରୁ କେତୋଟି ସ୍ଥାନ ବାମକୁ ଘୁଞ୍ଚି ଯିବାର ଦେଖାଯାଉଛି ?
- ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 100 ଓ 1000ରେ ଭାଗକଲେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ଯଥାକ୍ରମେ ବାମକୁ କେତେ ସ୍ଥାନ ଘୁଞ୍ଚିଯାଉଛି ?

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ଭାଗଫଳ ପାଇବାର ଏହା ହେଉଛି ଏକ ସିଧାସଳଖ ପ୍ରଣାଳୀ ।

ଉତ୍ତର ଲେଖ –

(କ) $125 \div 10$ ର ଭାଗଫଳ କେତେ ?

(ଖ) $235.41 \div 100$ ର ଭାଗଫଳ କେତେ ?

(ଗ) $123.5 \div 1000$ ର ଭାଗଫଳ କେତେ ?

2.5.2 ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗକ୍ରିୟା

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆସ 6.4 କୁ 2 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା

ଆମେ ଜାଣିଛୁ, $10 = 2\times5$

ସେହିପରି, $100 = 2\times2\times5\times5$

ଅର୍ଥାତ୍, 10,100,1000 ଆଦି ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ କେବଳ 2 ଓ 5 । ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଭାଗକ୍ରିୟାରେ ଏହି ଧାରଣାର ବ୍ୟବହାର କରିବା ।

$$6.4 \div 2 = \frac{6.4}{2} = \frac{6.4\times5}{2\times5} = \frac{32.0}{10} = 3.20$$

କହିଲ ଦେଖି : ଏଠାରେ $\frac{6.4}{2}$ ର ହରରେ 5 ଗୁଣନ କରାଯାଇଛି କାହିଁକି ?

ସେହିପରି –

$$3.6 \div 5 = \frac{3.6}{5} = \frac{3.6\times2}{5\times2} = \frac{7.2}{10} = 0.72$$

$$7.8 \div 4 = \frac{7.8}{4} = \frac{7.8}{2\times2} = \frac{7.8\times5\times5}{2\times2\times5\times5} = \frac{7.8\times25}{100} = \frac{195.0}{100} = 1.95$$

(ହରର ଗୁଣନୀୟକ ଦୁଇଟି 2 ହୋଇଥିବାରୁ ଦୁଇଟି 5 ଗୁଣିବା ଦରକାର ପଡ଼ିଲା)

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର, ଭାଜକ ସଂଖ୍ୟାର ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ମାନ କେବଳ 2 ଓ 5 ହୋଇଥିଲେ ଏହି ପ୍ରଣାଳୀ ଅବଲମ୍ବନ କରାଯାଏ ।

ଭାଜକ ସଂଖ୍ୟାର ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ମଧ୍ୟରେ 2 ବା 5 ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ଥିଲେ କ'ଣ କରିବା ? ଆସ ସେଭଳି ଗୋଟିଏ ଭାଗକ୍ରିୟା କରିବା ।

$$23.8 \div 7 = \frac{238}{10} \div 7 \quad \text{(ପ୍ରଥମ ସୋପାନ)}$$

$$= \frac{238}{10} \times \frac{1}{7} = \frac{238 \times 1}{10 \times 7} \quad \text{(ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ)}$$

$$= \frac{238 \times 1}{7 \times 10} = \frac{238}{7} \times \frac{1}{10} \quad \text{(ତୃତୀୟ ସୋପାନ)}$$

$$= 34 \times \frac{1}{10} = \frac{34}{10} \quad \text{(ଚତୁର୍ଥ ସୋପାନ)}$$

$$= 3.4 \quad \text{(ପଞ୍ଚମ ସୋପାନ)}$$

ଭାଗକ୍ରିୟା ଧାରା:

ପ୍ରଥମ ସୋପାନ : ଭାଜ୍ୟରେ ଥିବା ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରାଗଲା ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ : ଭାଜ୍ୟକୁ ଭାଜକର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ସହ ଗୁଣନ କରାଗଲା ।

ତୃତୀୟ ସୋପାନ : ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ପ୍ରଣାଳୀ ପ୍ରୟୋଗ କରାଗଲା ।

ଚତୁର୍ଥ ସୋପାନ : ହରରେ ଗୁଣନର କ୍ରମ ବିନିମୟ ପ୍ରଣାଳୀ ପ୍ରୟୋଗ କରାଗଲା ।

ପଞ୍ଚମ ସୋପାନ : ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାରେ ଥିବା ଭାଗକ୍ରିୟାର ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଗଲା ଓ $\frac{1}{10}$ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣି ଏହାକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରାଗଲା ।

ଉତ୍ତର କେତେ ହେବ ଲେଖ –

(କ) $2.4 \div 2$ (ଖ) $3.6 \div 4$ (ଗ) $3.3 \div 5$

(ଘ) $42.6 \div 25$ (ଙ) $73.8 \div 3$ (ଚ) $36.1 \div 14$

2.5.3 ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗକ୍ରିୟା

ଆସ, 24.45 କୁ 0.5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା ।

ଗୋଟିଏ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବାର ପ୍ରଣାଳୀ ଆମେ ଜାଣିଛୁ । ଏଠାରେ ଭାଜକଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ, ଆମେ ପୂର୍ବ ପ୍ରଣାଳୀ ଅବଲମ୍ବନ କରି ପାରିବା ।

(କ) $24.5 \div 0.5$

$$= \frac{24.45}{0.5} = \frac{24.45 \times 10}{0.5 \times 10} \quad \text{[ହରକୁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରାଗଲା]}$$

$$= \frac{244.5}{5} = \frac{244.5 \times 5 \times 2}{5 \times 2} \quad \text{[ହରକୁ 10 ରେ ପରିଣତ କରାଗଲା]}$$

$$= \frac{489.0}{10} = 48.9$$

(ଖ) $24.01 \div 0.7$ $= \frac{2401}{100} \div \frac{7}{10}$

$= \frac{2401}{100} \times \frac{10}{7} = \frac{2401}{10} \times \frac{1}{7}$ (ଲବ ଓ ହର ଉଭୟକୁ 10 ଦ୍ୱାରା କାଟି ଦିଆଗଲା)

$= \frac{2401}{7} \times \frac{1}{10} = 343 \times \frac{1}{10}$

$= 34.3$

ଉତ୍ତର କେତେ ହେବ ଲେଖ –

(କ) $32.72 \div 0.4$ (ଖ) $48.06 \div 0.9$ (ଗ) $90.48 \div 1.2$

ଉଦାହରଣ-15

ଗୋଟିଏ ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 150 ମି. । ରାସ୍ତାକଡ଼ରେ 12.5 ମି. ବ୍ୟବଧାନରେ ବିଦ୍ୟୁତ୍ ତାର ଲାଗିବା ପାଇଁ ଖୁଣ୍ଟମାନ ପୋତା ହେବ । ରାସ୍ତାର ଗୋଟିଏ ମୁଣ୍ଡରେ ପ୍ରଥମ ଖୁଣ୍ଟଟି ପୋତାଗଲେ ରାସ୍ତା ଧାରରେ ମୋଟରେ କେତୋଟି ଖୁଣ୍ଟି ପୋତା ହେବ ?

ସମାଧାନ:

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ପାଖାପାଖି ଥିବା ଖୁଣ୍ଟ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ= 12.5ମି.

ମୋଟ୍ ଦୂରତା $= 150$ମି.

ବ୍ୟବଧାନ ସଂଖ୍ୟା $= \frac{150}{12.5} = \frac{150 \times 10}{12.5 \times 10}$

$= \frac{1500}{125}$

$= \frac{60}{5}$ (ଲବ ଓ ହର ଉଭୟକୁ 25 ଦ୍ୱାରା କାଟି ଦିଆଗଲା)

$= 12$

ଖୁଣ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା $= 12 + 1 = 13$ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ -16

ଗୋଟିଏ ସୁଷମ ବହୁଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 2.5 ସେ.ମି. । ଏହାର ପରିସୀମା 12.5 ସେ.ମି. ହେଲେ, ବହୁଭୁଜର ବାହୁ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

ସମାଧାନ :

ପରିସୀମା = ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ବାହୁ ସଂଖ୍ୟା

∴ ବାହୁସଂଖ୍ୟା = $\frac{\text{ପରିସୀମା}}{\text{ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}}$

$= \frac{12.5}{2.5} = \frac{12.5 \times 10}{2.5 \times 10}$

$= \frac{125}{25} = 5$ (ଉତ୍ତର)

> **ଜାଣିଛ କି ?**
> ଯେଉଁ ବହୁଭୁଜର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ, ତାହାକୁ ସୁଷମ ବହୁଭୁଜ କୁହାଯାଏ ।

ଏବେ କହ, ଏଠାରେ ଲବ ଓ ହରରେ 10 ଗୁଣାଯାଇଛି କାହିଁକି ? ଲବ ଓ ହର ଉଭୟରେ 100 ଗୁଣନ କଲେ ଉତ୍ତର କେତେ ମିଳିବ ?

ଭାଜ୍ୟ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଭାଜକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭାଗକ୍ରିୟାର ବିକଳ୍ପ ପ୍ରକ୍ରିୟା

ପ୍ରଥମ ଉଦାହରଣ :

ମନେକରାଯାଉ, ଆମେ 17.4କୁ 6 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା। ଆମେ ତଳ ଶ୍ରେଣୀରେ ଯେପରି ଭାଗକ୍ରିୟା କରୁଥିଲେ, ଏଠାରେ ସେହିଭଳି ଭାଗକ୍ରିୟା କରିବା।

```
     2.9
6 | 17.4
    12
    ----
     5.4   ──────────►
     5.4
    ----
      0
```

∴ ଭାଗଫଳ = 2.9

ଲକ୍ଷ୍ୟକର :

ଏଠାରେ ଭାଜ୍ୟ ହେଉଛି 5ଏକ 4ଦଶାଂଶ ଯାହାକି 54 ଦଶାଂଶ ସହ ସମାନ। ଭାଜ୍ୟକୁ ଦଶାଂଶ କରାଯାଇ ଥିବାରୁ ଭାଗଫଳ ମଧ୍ୟ ଦଶାଂଶ ହେବ। ଏଣୁ ଭାଗଫଳରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ବସାଗଲା।

ଦ୍ୱିତୀୟ ଉଦାହରଣ :

ଆସ, 17.4 କୁ ଏହି ପ୍ରଣାଳୀରେ 5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା।

```
     3.48
5 | 17.4
    15
    ----
     2.4   ──────────►
     2.0
    ----
     0.40  ──────────►
      .40
    ----
       0
```

ଏଠାରେ ଭାଜ୍ୟ 2.4 କୁ ଦଶାଂଶରେ ପରିଣତ କଲେ ଏହା ହେବ 24 ଦଶାଂଶ। ଭାଗଫଳରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ବସାଗଲା ଓ 24 ଦଶାଂଶକୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରାଗଲା।

ଏଠାରେ ଦଶାଂଶକୁ ଶତାଂଶରେ ପରିଣତ କରି ପାଇଲେ 40 ଶତାଂଶ ଓ ଏହାକୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ।

∴ ଭାଗଫଳ ହେଲା 3.48

ତୃତୀୟ ଉଦାହରଣ :

ଆସ, 17.4 କୁ 7 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା।

```
     2.48
7 | 17.4
    14
    ----
     3.4
     2.8
    ----
     0.60  ──────────►
      .56
    ----
     0.04
```

ଶତାଂଶରେ ପରିଣତ କଲେ ପାଇବା 60 ଶତାଂଶ। ଏହାକୁ 7 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ।

∴ ଏଠାରେ ଭାଗଫଳ 2.48 ହେଲା ଓ ଭାଗଶେଷ 0.04 ରହିଲା।

ତୃତୀୟ ଉଦାହରଣରେ ହୋଇଥିବା ଭାଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକଲେ ଆମେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକ ପାଇବା ।

- ଏଠାରେ ଭାଗକ୍ରିୟା ଶେଷ ହେଉନାହିଁ ।
- ଆମେ ଉତ୍ତର ଦେଇ ପାରିଥାନ୍ତେ, ଭାଗଫଳ 2 ଓ ଭାଗଶେଷ 3.4
  ଅଥବା, ଭାଗଫଳ 2.4 ଓ ଭାଗଶେଷ 0.6
  ଅଥବା, ଭାଗଫଳ 2.48 ଓ ଭାଗଶେଷ 0.04 । (ଆମେ ଚାହିଁଲେ ଭାଗକ୍ରିୟାକୁ ଆହୁରି ଆଗେଇ ନେଇ ସହସ୍ରାଂଶ ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ପାରିବା ।)

2.5.4 ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଓଜନ (ବସ୍ତୁତ୍ୱ) ମାପର ଏକକ ପରିବର୍ତ୍ତନ

ଲିଜାର ସାଙ୍ଗ ରଜତ । ଲିଜା ଯେତେବେଳେ 7.5 ମି. ଦୀର୍ଘ ରିବନ୍‌କୁ ସେ ଓ ତା'ର ଦୁଇ ଭଉଣୀଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟିବା କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିଲା, ସେତେବେଳେ ରଜତ ସେଠି ଥିଲା ଓ ଲିଜାର ସମସ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟ ସେ ଦେଖିଲା । ତା' ପରେ କହିଲା, ''ତୁ ଯେଉଁ ହିସାବ କଲୁ ମୁଁ ବି ସେହି ହିସାବ କରୁଛି, ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।''

ରଜତ କହିଲା- ''ରିବନ୍‌ର ମୋଟ ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 7.5 ମି. = 750 ସେ.ମି''

ରଜତ କହିଲା - ''ଏଥର ରିବନଟିକୁ ସମାନ 3 ଭାଗ କଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗ କେତେ ହେବ କହିଲୁ'' ?

ଲିଜା କହିଲା - ''ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହେବ 250 ସେ.ମି.''

ରଜତ କହିଲା - ''100 ସେ.ମି. ରେ ତ 1ମି. ହୁଏ । ବର୍ତ୍ତମାନ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ମିଟରରେ ପରିଣତ କର ।''

ଲିଜା ହିସାବ କଲା - 100 ସେ.ମି. = 1 ମି.

250 ସେ.ମି = 250 ÷ 100

= 2.50ମି.

> **କହିଲ ଦେଖି :** 250 ସେ.ମି.କୁ କି.ମି. ଏକକରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ କଲେ କେତେ ହେବ ?

ଲିଜା ଦେଖିଲା, ଅନେକ ସମୟରେ ମାପ ପରିମାଣର ଏକକ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼େ ।

ଉଦାହରଣ -17

(କ) 2.4 ମି. କୁ ସେ.ମି.ରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(ଖ) 457 ସେ.ମି. କୁ ମିଟରରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(ଗ) 3.2 କି.ଗ୍ରା.କୁ ଗ୍ରାମ୍‌ରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(ଘ) 2524 ଗ୍ରାମ୍ କୁ କି.ଗ୍ରା. ରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ସମାଧାନ:

(କ) ଏଠାରେ ମି. ଏକକକୁ ସେ.ମି. ଏକକରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯିବ ।

1ମି. = 100 ସେ.ମି.

∴ 2.4 ମି. = 2.4 × 100 ସେ.ମି. = 240ସେ.ମି.

> **ଜାଣିଛ କି ?** କୌଣସି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 100 ରେ ଗୁଣନ କରାଗଲେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁକୁ ଦୁଇ ଘର ଡାହାଣକୁ ଘୁଞ୍ଚାଇବାକୁ ହୁଏ ।

(ଖ) ଏଠାରେ ସେ.ମି. ଏକକକୁ ମିଟର ଏକକରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯିବ ।

100 ସେ.ମି. = 1 ମି.

475 ସେ.ମି.= (457 ÷ 100)ମି. = 4.57ମି.

(ଗ) ଏଠାରେ କି.ଗ୍ରା. ଏକକକୁ ଗ୍ରାମ ଏକକରେ ପରିଣତ କରାଯିବ ।

1 କି.ଗ୍ରା = 1000ଗ୍ରାମ୍

∴ 3.2 କି.ଗ୍ରା = 3.2 × 1000 ଗ୍ରାମ୍ = 3200 ଗ୍ରାମ୍

(ଘ) ଏଠାରେ ଗ୍ରାମ ଏକକକୁ କି.ଗ୍ରା. ଏକକରେ ପରିଣତ କରାଯିବ ।

1000ଗ୍ରାମ୍ = 1କି.ଗ୍ରା.

∴ 2524 କି.ଗ୍ରା = (2524 ÷ 1000) ଗ୍ରାମ୍ = 2.524 କି.ଗ୍ରା

କହିଲ ଦେଖି :
3.2 କି.ଗ୍ରା.କୁ ମିଲିଗ୍ରାମ୍‌ରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ କେତେ ହେବ ?

ଉତ୍ତର ଲେଖ –

(କ) 2.6 ମିଟର କୁ ମିଟରରେ ପରିଣତ କର ।

(ଖ) 3.24 ମିଟରକୁ ଡେସି ମିଟରରେ ପରିଣତ କର ।

(ଗ) 3.48 ସେ.ମି କୁ ମି. ଓ ସେ.ମି. ଏକକ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖିବା ପାଇଁ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର । ____ମି ____ ସେ.ମି ।

(ଘ) 0.728 ଗ୍ରାମ୍‌କୁ କି.ଗ୍ରା ରେ ପରିଣତ କର ।

(ଙ) 3.2 କି.ଗ୍ରା.କୁ ଗ୍ରାମ୍ ଏକକରେ ପରିଣତ କର ।

(ଚ) 4357 ଗ୍ରାମ୍‌କୁ ନିମ୍ନମତେ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କରି ଲେଖ ।

4357 ଗ୍ରାମ୍ = ... କି.ଗ୍ରା. .... ଗ୍ରାମ୍ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 2.5

1. ଭାଗଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

(କ) 6.4 ÷ 2 (ଖ) 12.4 ÷ 4 (ଗ) 2.48 ÷ 4 (ଘ) 65.4 ÷ 6

(ଙ) 14.49 ÷ 7 (ଚ) 0.80 ÷ 5 (ଛ) 3.76 ÷ 8 (ଜ) 10.8 ÷ 3

2. ଭାଗଫଳ ଲେଖ ।

(କ) 4.8 ÷ 10 (ଖ) 6.78 ÷ 10 (ଗ) 23.6 ÷ 10 (ଘ) 0.56 ÷ 10

(ଙ) 126.3 ÷ 10 (ଚ) 036 ÷ 10 (ଛ) 0.02 ÷ 10 (ଜ) 4.8 ÷ 10

3. ଭାଗଫଳ ଲେଖ ।

(କ) 132.4 ÷ 100 (ଖ) 257.4 ÷ 100 (ଗ) 348.0 ÷ 100 (ଘ) 25.7 ÷ 100

(ଙ) 32.4 ÷ 100 (ଚ) 4.79 ÷ 100 (ଛ) 0.321 ÷ 100 (ଜ) 0.012 ÷ 100

4. ଭାଗଫଳ ଲେଖ ।

(କ) $345.8 \div 1000$ (ଖ) $35.48 \div 1000$ (ଗ) $345 \div 1000$ (ଘ) $7.68 \div 1000$

5. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ଠିକ୍ ଚିହ୍ନଟ କର ।

(କ) $35.6 \div 1000 = 3.56 \div 10$

(ଖ) $283.5 \div 1000 = 2.835 \div 10$

(ଗ) $47.2 \div 1000 = 472.0 \div 10$

(ଘ) $0.839 \div 10 = 8.39 \div 10$

6. ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(କ) $7.0 \div 3.5$ (ଖ) $36 \div 0.2$ (ଗ) $3.25 \div 0.5$ (ଘ) $37.8 \div 1.4$

7. ଗୋଟିଏ ସ୍କୁଟର 3 ଲିଟର ପେଟ୍ରୋଲରେ 100.2କି.ମି. ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିଥିଲା । ତେବେ ସ୍କୁଟରଟି 1 ଲିଟର ପେଟ୍ରୋଲରେ କେତେ ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିବ ?

8. ଗୋଟିଏ କ୍ଷୀରବାଲା ପାଖରେ 31.2 ଲିଟର କ୍ଷୀର ଥିଲା । ସେ ଚାରି ଜଣ ଚା' ଦୋକାନୀଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କ୍ଷୀରତକ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟିଦେଲା । ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚା' ଦୋକାନୀ କେତେ ଲେଖାଏଁ କ୍ଷୀର ପାଇଲେ ?

9. 23.5 ମି. ଦୀର୍ଘ ରିବନ୍‌ଟିକୁ 5 ଜଣ ଝିଅଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟି ଦିଆଗଲା । ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାଇଥିବା ରିବନ୍ ଖଣ୍ଡିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

10. ଗୋଟିଏ ଦୋକାନୀ ପାଖରେ 37.5 କି.ଗ୍ରା ଚିନି ଥିଲା । ସେ 2.5 କି.ଗ୍ରା ଚିନିର ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ପ୍ୟାକେଟ୍ ତିଆରି କଲା, ତେବେ ତା' ପାଖରେ ଥିବା ସମସ୍ତ ଚିନି କେତୋଟି ପ୍ୟାକେଟ୍‌ରେ ରହିପାରିବ ?

11. ସୂଚନା ଅନୁଯାୟୀ ଏକକ ପରିବର୍ତ୍ତନ କର ।

(କ) 7.2 ମି. କୁ ସେ.ମି. ଏକକରେ ଲେଖ ।

(ଖ) 4.2 ମି. କୁ ସେ.ମି. ଏକକରେ ଲେଖ ।

(ଗ) 7.48 ମି. କୁ ଡେସିମି. ଏକକରେ ଲେଖ ।

(ଘ) 238 ସେ.ମି. କୁ ମି.ଏକକରେ ଲେଖ ।

(ଙ) 357 ସେ.ମି. କୁ ମି.ଏକକରେ ଲେଖ ।

(ଚ) 2.3 ସେ.ମି. କୁ ମିଲି ମିଟର ଏକକରେ ଲେଖ ।

ଜାଣିଛ କି ?

1000 ମି.	=	1 କିଲୋ ମି.
100 ମି.	=	1 ହେକ୍ଟୋ ମି.
10 ମି.	=	1 ଡେକା ମି.
1 ମି.	=	10 ଡେସି ମି.
	=	100 ସେ.ମି.
	=	1000 ମି.ମି.

12. ସୂଚନା ଅନୁଯାୟୀ ଏକକ ପରିବର୍ତ୍ତନ କର ।

(କ) 3.2 କି.ଗ୍ରା. କୁ ଗ୍ରାମ ଏକକରେ ଲେଖ ।

(ଖ) 52.47 କି.ଗ୍ରା. କୁ ଗ୍ରାମ ଏକକରେ ଲେଖ ।

(ଗ) 2537 ଗ୍ରାମ୍‌କୁ କି.ଗ୍ରା. ଏକକରେ ଲେଖ ।

(ଘ) 483.2 ଗ୍ରାମକୁ କି.ଗ୍ରା. ଏକକରେ ଲେଖ ।

(ଙ) 5.2 ଗ୍ରାମ୍‌କୁ ମିଲି ଗ୍ରାମ୍ ଏକକରେ ଲେଖ ।

ତୃତୀୟ ଅଧ୍ୟାୟ

ମୌଳିକ ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ର

FNDXNM

3.1 ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ

ଆମେ ଯେଉଁ ଜ୍ୟାମିତିକ ଆକୃତିଗୁଡ଼ିକ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢ଼ିଛୁ ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା-

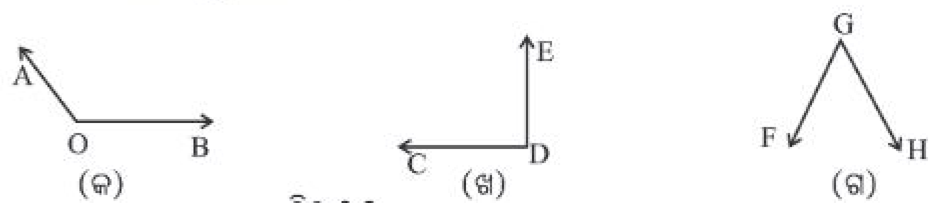
- ସରଳରେଖା, ରେଖାଖଣ୍ଡ, ରଶ୍ମି ।
- କୋଣ ଓ କୋଣର ପରିମାଣ, ପରିମାଣ ଦୃଷ୍ଟିରୁ କୋଣର ପ୍ରକାର ଭେଦ, ଯଥା- ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ, ସମକୋଣ ଓ ସ୍ଥୂଳ କୋଣ ।
- ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ସରଳରୈଖିକ ଆବଦ୍ଧଚିତ୍ର ଯଥା-ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ଚତୁର୍ଭୁଜ । ସରଳରୈଖିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଶୀର୍ଷ, କୋଣ, ବାହୁ, ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଓ ବହିର୍ଦେଶ । ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜ, ଯଥା : ଟ୍ରାପିଜିୟମ, ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର, ଆୟତଚିତ୍ର, ବର୍ଗଚିତ୍ର ଓ ରମ୍ବସ୍ । ବକ୍ରରେଖୀୟ ଚିତ୍ର, ଯଥା : ବୃତ୍ତ, ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ, ବ୍ୟାସ, ଜ୍ୟା, ବୃତ୍ତକଳା, ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡ, ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ, ବୃତ୍ତର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଓ ବହିର୍ଦେଶ ।

ଆସ, ଆମେ ଜାଣିଥିବା କଥାକୁ ମନେ ପକାଇବା :

1. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଚିତ୍ରମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ରେଖା, ରଶ୍ମି ଓ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଚିହ୍ନଟ କର ।

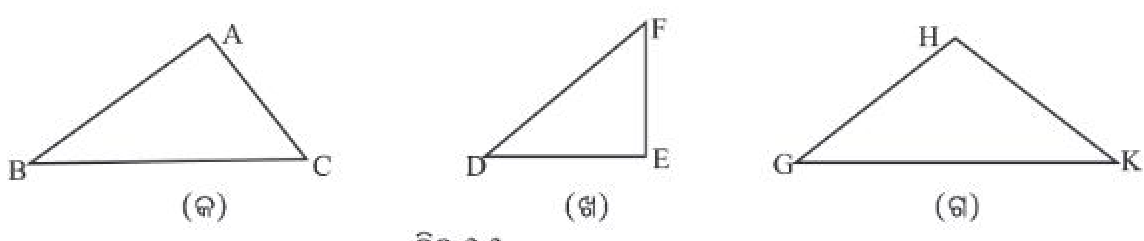
ଚିତ୍ର 3.1

2. ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରୁ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ, ସମକୋଣ ଓ ସ୍ଥୂଳକୋଣ ଚିହ୍ନଟ କର ।



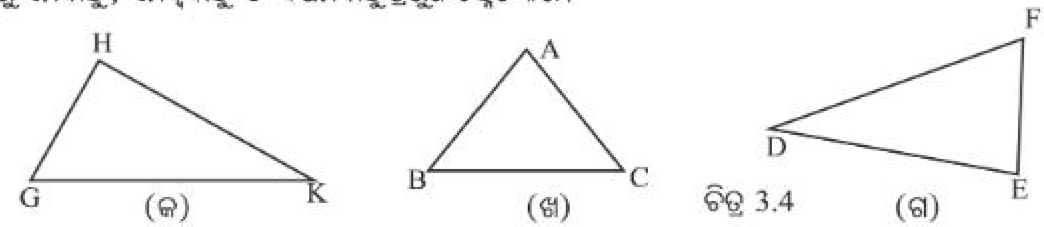
ଚିତ୍ର 3.2

3. ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରୁ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ, ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଚିହ୍ନଟ କର ।



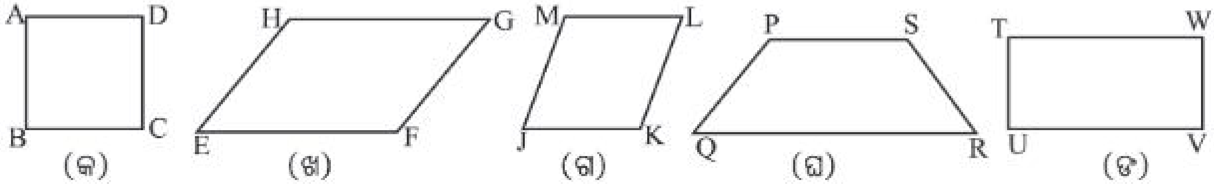
ଚିତ୍ର 3.3

4. ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରୁ ସମବାହୁ , ସମଦ୍ୱିବାହୁ ଓ ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଚିହ୍ନଟ କର।



ଚିତ୍ର 3.4

5. (କ) ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରୁ ଟ୍ରାପିଜିୟମ, ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର, ଆୟତଚିତ୍ର, ବର୍ଗଚିତ୍ର ଓ ରମ୍ବସ୍ ଚିହ୍ନଟ କର।



ଚିତ୍ର 3.5

(ଖ) ଉପରିସ୍ଥ ଚିତ୍ରମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ କେଉଁ ଚିତ୍ରର ସମସ୍ତ କୋଣ ସମକୋଣ ?

(ଗ) EFGH ଚିତ୍ରରେ କେଉଁ କୋଣମାନ ସମାନ ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ? କେଉଁ ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ?

(ଘ) MJKL ଚିତ୍ରରେ କେଉଁ ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ?

3.2 ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର କୋଣ-ଯୋଡ଼ି

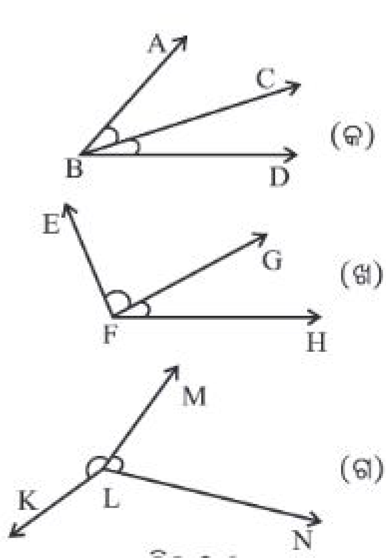
3.2.1. ସନ୍ନିହିତ କୋଣ :

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର (କ), (ଖ) ଓ (ଗ)ରେ ଦେଖୁଥିବା ତିନିଯୋଡ଼ା କୋଣ ହେଲେ-

(କ) ଚିତ୍ରରେ, $\angle ABC$ ଓ $\angle CBD$

(ଖ) ଚିତ୍ରରେ, $\angle EFG$ ଓ $\angle GFH$

(ଗ) ଚିତ୍ରରେ, $\angle KLM$ ଓ $\angle MLN$



ଚିତ୍ର 3.6

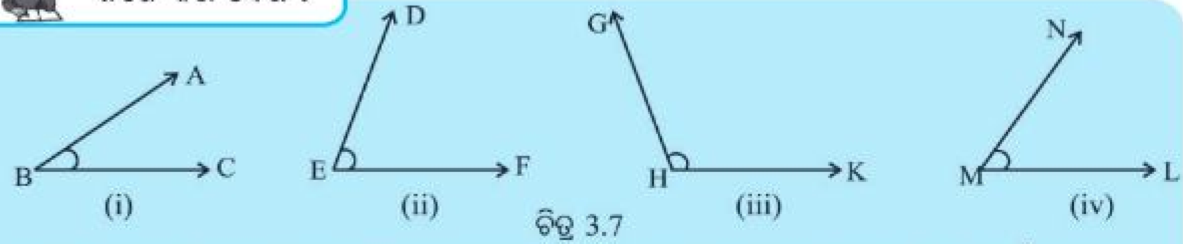
(କ) ଚିତ୍ରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର-

- $\angle ABC$ ଓ $\angle CBD$ ଉଭୟର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ B , ଏଣୁ ଆମେ କହୁ, B ବିନ୍ଦୁ ହେଉଛି $\angle ABC$ ଓ $\angle CBD$ ର **ସାଧାରଣ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ।**
- $\overrightarrow{BC}$ ହେଉଛି $\angle ABC$ ଓ $\angle CBD$ ପ୍ରତ୍ୟେକର ବାହୁ । ଏଣୁ ଆମେ $\overrightarrow{BC}$ କୁ $\angle ABC$ ଓ $\angle CBD$ ର **ସାଧାରଣ ବାହୁ** ବୋଲି କହିଥାଉ ।
- A ଓ D ବିନ୍ଦୁ $\overrightarrow{BC}$ ବା $\overleftrightarrow{BC}$ ର ବିପରୀତ ପାଖରେ ଅଛନ୍ତି ଅର୍ଥାତ୍ କୋଣ ଦୁଇଟିର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ କୌଣସି ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ ନାହିଁ। ଏହି ତିନୋଟି କାରଣରୁ $\angle ABC$ ଓ $\angle CBD$ କୁ **ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ କୋଣ** କୁହାଯାଏ।

ଚିତ୍ର 3.6 (ଖ) ଓ (ଗ)ରେ ଥିବା ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ କୋଣର ନାମ ଲେଖ।

3.2.2. ଅନୁପୂରକ ଓ ପରିପୂରକ କୋଣ :

ନିଜେ କରି ଦେଖ :



ଚିତ୍ର 3.7

ଉପରିସ୍ଥ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ ମାପ ଓ ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ନିମ୍ନ ଭଳି ସାରଣୀଟିଏ କରି ତହିଁରେ ଲେଖ ।

କୋଣ	∠ABC	∠DEF	∠GHK	∠LMN
ପରିମାଣ				

- କେଉଁ କୋଣ ଦୁଇଟିର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 90^0 ସ୍ଥିର କର ।
- କେଉଁ କୋଣ ଦୁଇଟିର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ସ୍ଥିର କର ।
- ଯେଉଁ କୋଣଦୁଇଟିର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 90^0, ସେ ଦୁଇଟିକୁ **ପରସ୍ପର ଅନୁପୂରକ କୋଣ** କୁହାଯାଏ ।

ଏଠାରେ ପରସ୍ପର ଅନୁପୂରକ କୋଣ ଦୁଇଟିର ନାମ ଲେଖ ।

ଡିଗ୍ରୀ ଏକକରେ ∠ABC ର ପରିମାଣକୁ ସଂକେତରେ m∠ABC ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ।

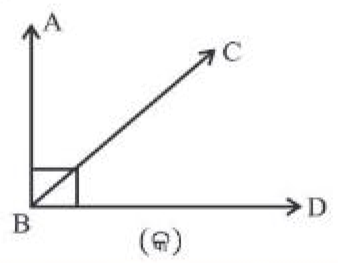
ତୁମେ ତିଆରି କରିଥିବା ସାରଣୀକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର :

- ଯେଉଁ କୋଣ ଦୁଇଟିର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0, ସେ କୋଣ ଦୁଇଟିକୁ **ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ କୋଣ** କୁହାଯାଏ ।
- ଏଠାରେ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ କୋଣ ଦୁଇଟିର ନାମ ଲେଖ ।
- ଏଠାରେ ∠ABC ଓ ∠LMN ପରସ୍ପର ଅନୁପୂରକ ।
  ଅର୍ଥାତ୍, ∠ABC ର ଅନୁପୂରକ ∠LMN ଏବଂ ∠LMN ର ଅନୁପୂରକ ∠ABC ।
- ତୁମେ ପାଇଥିବ, ∠DEF ଓ ∠GHK ର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ।
  ଏଣୁ ∠DEF ଓ ∠GHK ର ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ।
  ଅର୍ଥାତ୍, ∠DEF ପରିପୂରକ ∠GHK ଏବଂ ∠GHK ର ପରିପୂରକ ∠DEF ।

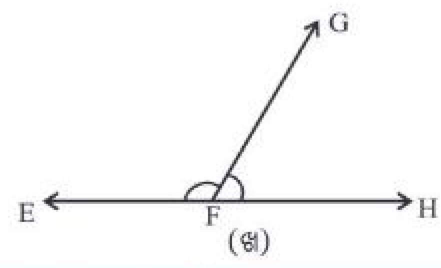
କହିଲ ଦେଖି :
ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ କୋଣମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ସ୍ଥୂଳକୋଣ ହେଲେ, ଅନ୍ୟଟି କି ପ୍ରକାର କୋଣ ?

3.2.3. ସନ୍ନିହିତ ଅନୁପୂରକ ଓ ସନ୍ନିହିତ ପରିପୂରକ :

ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖ ।



ଚିତ୍ର 3.8



ଚିତ୍ର (କ)ରେ ∠ABC ଓ ∠CBD ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ହେବେ କି ? କାହିଁକି ?
ଚିତ୍ର (ଖ)ରେ ∠EFG ଓ ∠GFH ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ହେବେ କି ? କାହିଁକି ?

ଚିତ୍ରରେ ଥିବା କୋଣଗୁଡ଼ିକ ମାପି ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ପୂରଣ କର ।

କୋଣର ନାମ	∠ABC	∠CBD	∠EFG	∠GFH
କୋଣର ପରିମାଣ				

- ∠ABC ଓ ∠CBD ର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
- ∠EFG ଓ ∠GFH ର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

କ'ଣ ଦେଖିଲ ?

(କ) କେଉଁ ଦୁଇଟି ସନ୍ନିହିତ କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 90° ହେଲା ?

(ଖ) କେଉଁ ଦୁଇଟି ସନ୍ନିହିତ କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180° ହେଲା ?

(ଗ) କେଉଁ କୋଣ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ଅନୁପୂରକ ?

(ଘ) କେଉଁ କୋଣ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ?

କହିଲ ଦେଖି :
∠ABC ଓ ∠ABD ସନ୍ନିହିତ ହେବେ କି ? ତା'ର କାରଣ କ'ଣ ?

ଜାଣିଛ କି ?
ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ ପରିପୂରକ କୋଣ ଦୁଇଟିକୁ ମଧ୍ୟ ଏକ ସରଳଯୋଡ଼ି କୋଣ କୁହାଯାଏ ।

∠ABC ଓ ∠CBD ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ ଅନୁପୂରକ, କାରଣ ସେ ଦୁଇଟି ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ଏବଂ ପରସ୍ପର ଅନୁପୂରକ ।

∠EFG ଓ ∠GFH ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ ପରିପୂରକ, କାରଣ ସେ ଦୁଇଟି କୋଣ ସନ୍ନିହିତ ଓ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ଗୋଟିଏ ସ୍କେଲ୍ ନିଅ ।
- ସ୍କେଲର ଗୋଟିଏ ଧାରକୁ ଚିତ୍ର 3.8 (ଖ)ର E ଓ F ବିନ୍ଦୁ ସହିତ ମିଳାଇ ରଖ ।
- କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?
- ତୁମେ ନିଶ୍ଚୟ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଥିବ ଯେ, H ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟ ସ୍କେଲର ଧାର ସହିତ ମିଶି ରହୁଛି ।

ଆମେ ଦେଖିଲେ $\overleftrightarrow{FE}$ ଏବଂ $\overrightarrow{FH}$ ଉଭୟ ଗୋଟିଏ ସରଳ ରେଖାରେ ଅବସ୍ଥିତ । ଏଣୁ ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ∠EFG , ∠GFH ର ବହିଃସ୍ଥ ବାହୁ $\overrightarrow{FE}$ ଏବଂ $\overrightarrow{FH}$ ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖାରେ ରହିଥିବାର ଦେଖିଲେ ।

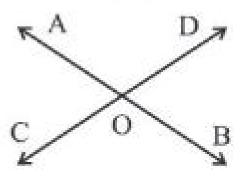
ଏହି କାରଣରୁ ସନ୍ନିହିତ କୋଣଦୁଇଟିକୁ ସରଳଯୋଡ଼ି କୁହାଯାଏ ।

3.2.4. ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ କୋଣ

ଚିତ୍ର 3.9 (କ)ରେ ଦେଖୁଥିବା କଇଁଚିରେ କେତୋଟି କୋଣର ଆକୃତି ଦେଖୁଛ ?

ଚିତ୍ର (ଖ) ରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ସରଳ ରେଖା ଦୁଇଟି ପରସ୍ପରକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଛନ୍ତି । ଏହି ଚିତ୍ରରେ କେତୋଟି କୋଣ ଦେଖା ଯାଉଛି ?

(କ)



(ଖ)

ଚିତ୍ର 3.9

ଚିତ୍ର 3.9 (ଖ)ରେ ଚାରୋଟି କୋଣ ଦେଖାଯାଉଛି । ସେ କୋଣ ଚାରୋଟି ହେଉଛି

∠AOC, ∠COB, ∠BOD, ∠DOA

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର :

- ଉଭୟ ∠AOC ଏବଂ ∠COB ର ସାଧାରଣ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ O ;
- ଉଭୟ ∠AOC ଓ ∠COB ର ସାଧାରଣ ବାହୁ $\overrightarrow{OC}$ ।

- A ଓ B ବିନ୍ଦୁ $\overleftrightarrow{CD}$ ର ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱରେ $\overrightarrow{OC}$ ଅଛନ୍ତି ।
  ବର୍ତ୍ତମାନ ନିଶ୍ଚୟ କରିପାରିବ ଯେ

> **କହିଲ ଦେଖି :**
> ∠AOC ଏବଂ ∠COB କୋଣ ଦୁଇଟି କି ପ୍ରକାର କୋଣ ?

∠AOC ଏବଂ ∠AOD ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ କୋଣ,

ସେହିପରି, ∠AOC କୋଣ ସହ ସନ୍ନିହିତ ଅନ୍ୟ କୌଣସି କୋଣ ଅଛି କି ?

ତୁମେ ନିଶ୍ଚୟ କହିବ, ∠AOC ସହ ∠AOD ମଧ୍ୟ ସନ୍ନିହିତ ।

∠AOC ସହ ∠COB ସନ୍ନିହିତ ;

∠AOC ସହ ∠COA ସନ୍ନିହିତ ।

ସେହି ଚିତ୍ରରେ ଅବଶିଷ୍ଟ କେଉଁ କୋଣ ରହିଲା ?

ଅବଶିଷ୍ଟ କୋଣଟି ହେଲା ∠BOD ।

> **ଜାଣିଛ କି ?**
> ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ କୋଣକୁ ପରସ୍ପର ବିପରୀତ କୋଣ ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ ।

ଏହି ∠BOD ଏବଂ ∠AOC କୁ **ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ କୋଣ** କୁହାଯାଏ ।

∠AOC ର ପ୍ରତୀପ କୋଣ ∠BOD ଏବଂ ∠BOD ର ପ୍ରତୀପ କୋଣ ∠AOC ।

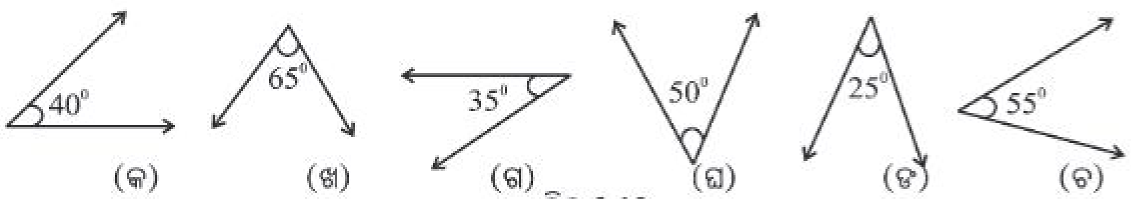
ଏଣୁ ଆମେ କହିବା-

ଦୁଇଟି ସରଳ ରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରିବା ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ହୋଇଥିବା କୋଣ ଚାରୋଟି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ କୋଣ ସହ ସନ୍ନିହିତ ହୋଇ ନ ଥିବା କୋଣଟି ତା'ର ପ୍ରତୀପ କୋଣ ।

✍ ଚିତ୍ର 3.9 (ଖ)ରେ କେତେ ଯୋଡ଼ା ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ କୋଣ ଥିବାର ଦେଖୁଛ ?

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 3.1

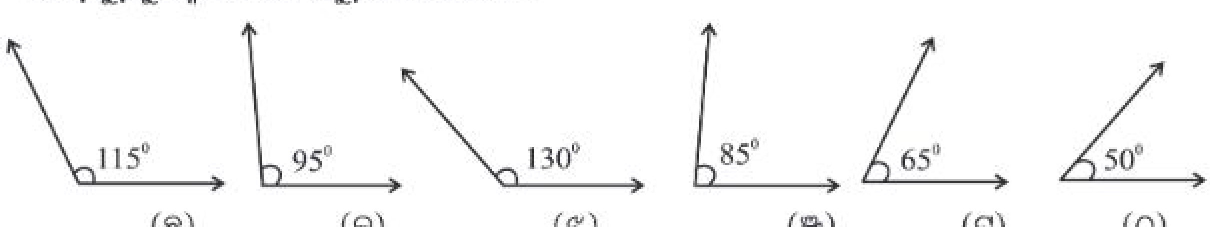
1.



ଚିତ୍ର 3.10

ଉପରେ 6 ଗୋଟି କୋଣର ଚିତ୍ର ଓ ସେଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ଦର୍ଶା ଯାଇଛି । ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପରସ୍ପର ଅନୁପୂରକ କୋଣ ଯୋଡ଼ିଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କର ଓ ସେଗୁଡ଼ିକର ନାମ ଲେଖ ।

2.



ଚିତ୍ର 3.11

ଉପରେ 6 ଗୋଟି କୋଣର ଚିତ୍ର ଓ ସେଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ କୋଣ ଯୋଡ଼ିଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କର ଓ ସେଗୁଡ଼ିକର ନାମ ଲେଖ ।

3. ନିମ୍ନରେ ଦିଆ ଯାଇଥିବା ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ କୋଣମାନଙ୍କର ଅନୁପୂରକ କୋଣର ପରିମାଣ ଲେଖ ।

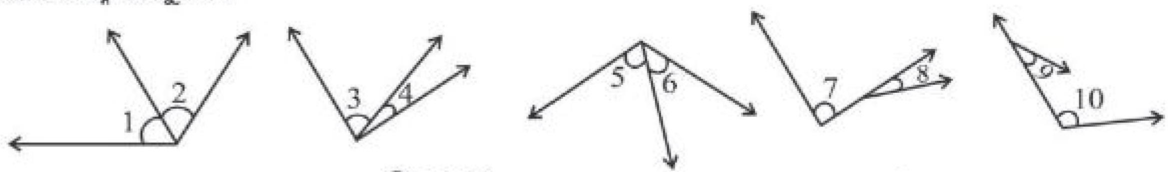
(କ) 40^0 (ଖ) 70^0 (ଗ) 85^0

4. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଡ଼ିଗ୍ରୀ ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିପୂରକ କୋଣର ପରିମାଣ ଲେଖ ।

(କ) 30^0 (ଖ) 90^0 (ଗ) 110^0

> **ଜାଣିଛ କି ?**
> ଗୋଟିଏ ସ୍ଥୂଳ କୋଣର ଅନୁପୂରକ କୋ'ଣ ଥାଏ କି ? ତୁମ ଉତ୍ତରର କାରଣ କ'ଣ ?

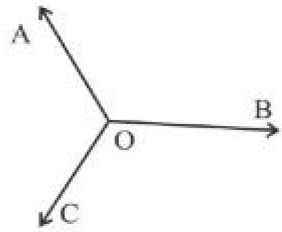
5. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ଯୋଡ଼ିମାନଙ୍କର ନାମ ଲେଖ । କେଉଁ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା କୋଣ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ ନୁହନ୍ତି ?



ଚିତ୍ର 3.12

6. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ଯୋଡ଼ି ମାନଙ୍କର ନାମ ଲେଖ ।

ସୂଚନା : ଏଠାରେ ତିନି ଯୋଡ଼ା ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ରହିଛି । ପାଇବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

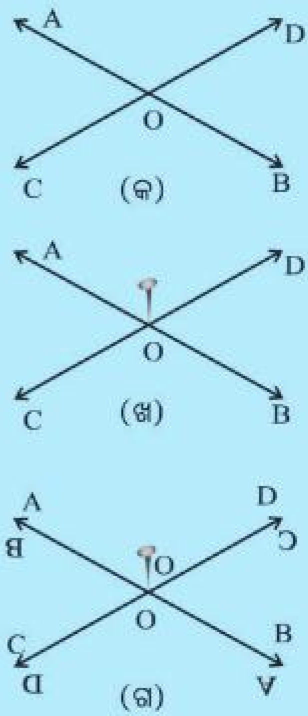


3.3. ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ କୋଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ

ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ କୋଣ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସଂପର୍କ ଜାଣିବା ପାଇଁ ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା କାମଟିକୁ କରିବା ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ସ୍କେଲ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ତୁମ ଖାତାରେ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 3.13(କ) ଭଳି ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରୁଥିବା ଦୁଇଟି ସରଳ ରେଖା ଅଙ୍କନ କର । ରେଖା ଦୁଇଟିର ନାମ ଦିଅ $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ଏବଂ ଛେଦ ବିନ୍ଦୁର ନାମ ଦିଅ O ।
- ଖଣ୍ଡେ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ (ସ୍ୱଚ୍ଛ କାଗଜ) ନେଇ ସେହି ଚିତ୍ର ଉପରେ ରଖ ଓ ସେ କାଗଜ ଉପରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ରେଖା ସହ ମିଶାଇ ଦୁଇଟି ରେଖା ଅଙ୍କନ କର । ଖାତାରେ ଦେଇଥିବା ନାମ ସହ ମିଶାଇ ଟ୍ରେସିଂ କାଗଜ ଉପରେ ଆଙ୍କିଥିବା ରେଖା ଦୁଇଟିର ନାମ ଦିଅ $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ । ଛେଦ ବିନ୍ଦୁର ନାମ ଦିଅ O ।
- ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ଉପରେ ଖାତାରେ ଥିବା ଚିତ୍ରର ଅବିକଳ ନକଲ ପାଇଲେ ।
- O ବିନ୍ଦୁରେ ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଭଳି ଗୋଟିଏ ପିନ୍‌କଣ୍ଟା ଲଗାଇ ଦିଅ (ଚିତ୍ର-ଖ)
- ବର୍ତ୍ତମାନ ଖାତାକୁ ସ୍ଥିର ରଖି ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜଟିକୁ ଧୀରେ ଧୀରେ ଘୁରାଅ ଯେପରି ପିନ୍‌କଣ୍ଟାଟି ଖସିବ ନାହିଁ ।
- ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜରେ ଲେଖାଥିବା A ଅକ୍ଷରଟି ଆସି ଖାତାରେ ଲେଖାଥିବା B ଅକ୍ଷର ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆସିବା ମାତ୍ରେ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜଟିକୁ ସ୍ଥିର ରଖ । ଏହି ଅବସ୍ଥାରେ ଦେଖିବ ଯେ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜର ରେଖା ଦୁଇଟି ଖାତାରେ ଥିବା ରେଖା ଦୁଇଟି ସହ ମିଶି ଯାଇଛି । ବର୍ତ୍ତମାନ କ'ଣ ଦେଖୁଛ ?



ଚିତ୍ର 3.13

(କ) ଟ୍ରେସିଂ କାଗଜରେ ଲେଖାଥିବା ଅକ୍ଷରଗୁଡ଼ିକ ଓଲଟା ଦେଖାଯାଉଛି-

A ଦେଖାଯାଉଛି ∀ ଭଳି

B ଦେଖାଯାଉଛି ꓭ ଭଳି

C ଦେଖାଯାଉଛି Ɔ ଭଳି

D ଦେଖାଯାଉଛି ᗡ ଭଳି

(ଖ) ଖାତାର କେଉଁ ଅକ୍ଷର ପାଖରେ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜର କେଉଁ ଅକ୍ଷର ରହିଛି ?

ଖାତାର A ପାଖରେ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜର ଓଲଟା B ରହିଛି ।

ଖାତାର B ପାଖରେ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜର ଓଲଟା A ରହିଛି ।

ଖାତାର C ପାଖରେ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜର ଓଲଟା D ରହିଛି ।

ଖାତାର D ପାଖରେ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜର ଓଲଟା C ରହିଛି ।

(ଗ) ଖାତାର $\overleftrightarrow{AB}$ ସହ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜର $\overleftrightarrow{DC}$ ରେଖା ମିଳି ଯାଇଛି ।

ଖାତାର $\overleftrightarrow{CD}$ ସହ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜର $\overleftrightarrow{AB}$ ରେଖା ମିଳିଯାଇଛି ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ

1. ଖାତାର ∠AOC ସହ ଟ୍ରେସିଂ କାଗଜର କେଉଁ କୋଣଟି ମିଳି ଯାଇଛି ?
2. ଖାତାର ∠BOD ସହ ଟ୍ରେସିଂ କାଗଜର କେଉଁ କୋଣଟି ମିଳିଯାଇଛି ?
3. ଦୁଇଟି କୋଣ ପରସ୍ପର ସହ ମିଳିଗଲେ, ସେ କୋଣ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ କି ସମ୍ପର୍କ ଅଛି ବୋଲି କହିବା ?
4. ଉପରୋକ୍ତ କାମରୁ ∠AOD ଓ ∠BOC ର ପରିମାଣ ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ସଂପର୍କ ଥିବାର ଜାଣିଲ ?

ବର୍ତ୍ତମାନ ତୁମ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ ∠AOB, ∠BOC, ∠COD ଓ ∠DOA କୋଣ ଚାରୋଟିକୁ ମାପ ଓ ସେମାନଙ୍କର ପରିମାଣକୁ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଳି ଏକ ସାରଣୀ ତିଆରି କରି ଲେଖ ।

କୋଣ	∠AOC	∠BOD	∠BOC	∠DOA
କୋଣର ପରିମାଣ				

ତୁମେ ସାରଣୀ ଦେଖି ଓ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନ ଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

1. ∠AOC ର ପରିମାଣ ସହ କେଉଁ କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ ?
2. ∠BOC ର ପରିମାଣ ସହ କେଉଁ କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ ?
3. ∠AOC ଓ ∠BOD କୁ କି ପ୍ରକାର କୋଣ କୁହାଯାଏ ?
4. ∠BOC ଓ ∠DOA କୁ କି ପ୍ରକାର କୋଣ କୁହାଯାଏ ?

ଚିତ୍ର 3.13 (କ) ଭଳି ଆଉ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରି ସେଥିରେ ଥିବା ପ୍ରତୀପକୋଣଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନାଅ । କୋଣଗୁଡିକର ପରିମାଣ ମାପି ଲେଖ । ପ୍ରତୀପ କୋଣ ଯୋଡ଼ା ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ସଂପର୍କ ଅଛି ଲେଖ ।

ଆମେ ଜାଣିଲେ,

ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କଲେ, ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ପ୍ରତୀପ କୋଣ ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ହୁଅନ୍ତି ।

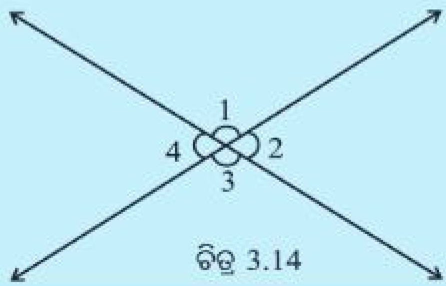
✍ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରଦେଖି ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଲେଖ ।

(କ) $\angle 1$ ସହ ଅନ୍ୟ କେଉଁ କୋଣ ସରଳ ଯୋଡ଼ି ଗଠନ କରେ ?

(ଖ) $\angle 3$ ର ପ୍ରତୀପ କୋଣଟି କିଏ ?

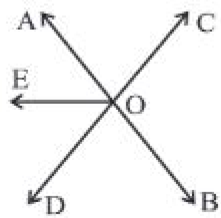
(ଗ) $\angle 2$ ର ପ୍ରତୀପ କୋଣଟି କିଏ ?

(ଘ) ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $\angle 4$ ର ପରିମାଣ 60° ହେଲେ, ଅନ୍ୟ କୋଣ ତିନୋଟିର ପରିମାଣ କେତେ ?



ଚିତ୍ର 3.14

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 3.2



ଚିତ୍ର 3.15

1. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ପରସ୍ପରକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି ।

(କ) $\angle AOC$ କୋଣ ସନ୍ନିହିତ ହୋଇଥିବା ଗୋଟିଏ କୋଣର ନାମ ଲେଖ । ଏଭଳି ଅନ୍ୟ କୌଣସି କୋଣ ଅଛି କି ? ଯଦି ଅଛି, ତା'ର ନାମ ଲେଖ ।

(ଖ) $\angle AOC$ ଏବଂ $\angle AOB$ କୋଣ ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ଅଟନ୍ତି କି ?

(ଗ) $\angle COB$ ସହ ଅନ୍ୟ ଯେଉଁ କୋଣ ସରଳ ଯୋଡ଼ି ଗଠନ କରେ ତା'ର ନାମ ଲେଖ ।

(ଘ) $\angle AOD$ ସହ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ହୋଇଥିବା ଗୋଟିଏ କୋଣର ନାମ ଲେଖ । $\angle AOD$ ସହ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ହୋଇଥିବା ଅନ୍ୟ କୋଣ ଅଛି କି ? ଯଦି ଥାଏ, ତେବେ ତା'ର ନାମ ଲେଖ ।

(ଙ) $\angle AOC$ କୋଣଟି ଯେଉଁ କୋଣର ପ୍ରତୀପ କୋଣ ତା'ର ନାମ ଲେଖ ।

(ଚ) ଚିତ୍ରରେ $\angle AOD$ କୋଣର ପ୍ରତୀପ କୋଣ ଥିଲେ, ତା'ର ନାମ ଲେଖ ।

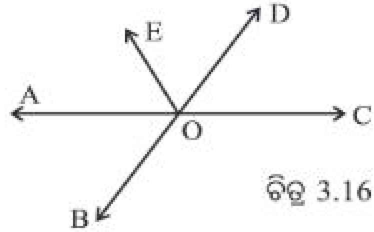
(ଛ) ଚିତ୍ରରେ $\angle BOD$ ର ପ୍ରତୀପ କୋଣ ଥିଲେ, ତା'ର ନାମ ଲେଖ ।

2. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $\overleftrightarrow{AC}$ ଓ $\overleftrightarrow{BD}$ ରେଖାଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି ।

(କ) ଦୁଇ ଯୋଡ଼ା ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ କୋଣର ନାମ ଲେଖ ।

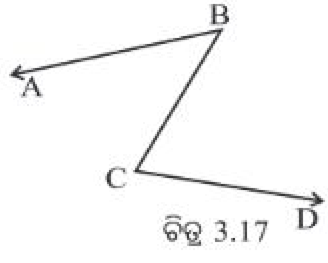
(ଖ) ଚାରିଯୋଡ଼ା ସରଳ ଯୋଡ଼ି କୋଣର ନାମ ଲେଖ ।

(ଗ) $m\angle AOE = 75^\circ, m\angle EOD = 40^\circ$ ହେଲେ $m\angle AOB, m\angle BOC, m\angle COD$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



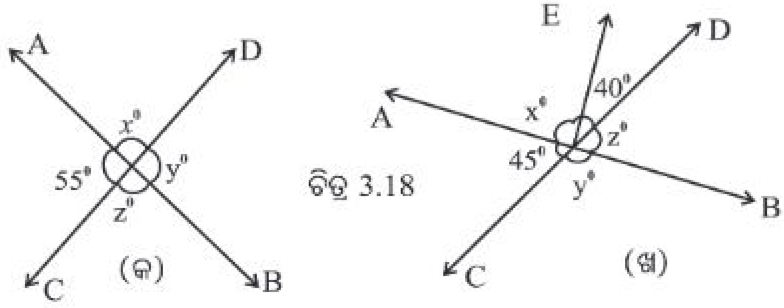
ଚିତ୍ର 3.16

3. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 3.17 ରେ $\angle ABC$ ଓ $\angle BCD$ ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ଅଟନ୍ତି କି ? ତୁମ ଉତ୍ତର ଲାଗି କାରଣ ଦର୍ଶାଅ ।



ଚିତ୍ର 3.17

4.



ଚିତ୍ର 3.18

ଉପରିସ୍ଥ ଚିତ୍ର (କ) ଏବଂ ଚିତ୍ର (ଖ) ରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରୁଛନ୍ତି । ଚିତ୍ର (କ)ରେ ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ ଓ ଚିତ୍ର (ଖ) ରେ ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣ ଲେଖାଯାଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା କୋଣ ପରିମାଣ x, y ଓ z ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

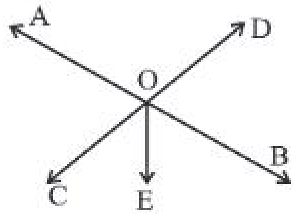
(କ) ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି............ ହେଲେ, କୋଣ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ଅନୁପୂରକ ।

(ଖ) ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ କୋଣ ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି........... ।

(ଗ) ଗୋଟିଏ ସରଳ ଯୋଡ଼ି ଗଠନ କରୁଥିବା କୋଣ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର...... ।

(ଘ) ଦୁଇଟି ରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କଲେ ପ୍ରତୀପ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ....... ।

(ଙ) ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ଛେଦୀ ରେଖା ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଗୋଟିଏ ଯୋଡ଼ା ପ୍ରତୀପ କୋଣ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସୂକ୍ଷ୍ମ କୋଣ ହେଲେ, ଅନ୍ୟ ଯୋଡ଼ା ପ୍ରତୀପ କୋଣ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ......... ।



ଚିତ୍ର 3.19

6. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ପରସ୍ପରକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି ।

(କ) ଯେଉଁ ପ୍ରତୀପ କୋଣଦ୍ୱୟ ସ୍ଥୂଳକୋଣ ସେ ଦୁଇଟିର ନାମ ଲେଖ ।

(ଖ) ଯେଉଁ ସନ୍ନିହିତ କୋଣମାନ ସରଳ ଯୋଡ଼ି ନୁହନ୍ତି ସେଗୁଡ଼ିକର ନାମ ଲେଖ । ଏଭଳି କେତେ ଯୋଡ଼ା ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ଅଛନ୍ତି ?

7. ନିମ୍ନରେ ଡିଗ୍ରୀ-ପରିମାଣଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ଯୋଡ଼ିଗୁଡ଼ିକ ଅନୁପୂରକ କୋଣର ପରିମାଣ ଓ କେଉଁ ଯୋଡ଼ିଗୁଡ଼ିକ ପରିପୂରକ କୋଣର ପରିମାଣକୁ ସୂଚନ୍ତି ଚିହ୍ନଟ କର ।

(କ) $55^0, 125^0$ (ଖ) $43^0, 47^0$ (ଗ) $112^0, 68^0$ (ଘ) $62^0, 28^0$

(ଙ) $40^0, 140^0$ (ଚ) $70^0, 20^0$ (ଛ) $15^0, 165^0$ (ଜ) $90^0, 90^0$

8. (କ) ଯେଉଁ କୋଣଟି ନିଜର ପରିପୂରକ, ସେ କୋଣଟିର ପରିମାଣ କେତେ ?

(ଖ) ଯେଉଁ କୋଣଟି ନିଜର ଅନୁପୂରକ, ସେ କୋଣଟିର ପରିମାଣ କେତେ ?

9. ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ କୋଣ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣକୁ 10^0 ଅଧିକ କରି ଦିଆଗଲା । ଅନ୍ୟ କୋଣର ପରିମାଣରେ କି ପରିବର୍ତ୍ତନ କଲେ, ନୂତନ କୋଣ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ହେବ ?

10. ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ହୋଇଥିବା ଦୁଇଟି କୋଣ ମଧ୍ୟରୁ ଉଭୟ

(କ) ସୂକ୍ଷ୍ମ କୋଣ ହୋଇ ପାରିବେ କି ?

(ଖ) ସ୍ଥୂଳ କୋଣ ହୋଇ ପାରିବେ କି ?

(ଗ) ଉଭୟ ସମକୋଣ ହୋଇପାରିବେ କି ?

(ଘ) ଗୋଟିଏ ସୂକ୍ଷ୍ମ ଓ ଅନ୍ୟଟି ସମକୋଣ ହୋଇ ପାରିବେ କି ?

(ଙ) ଗୋଟିଏ ସୂକ୍ଷ୍ମ ଓ ଅନ୍ୟଟି ସ୍ଥୂଳକୋଣ ହୋଇ ପାରିବେ କି ?

11. (କ) ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ କୋଣ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ପରିମାଣ ଅନ୍ୟଟିର ପରିମାଣର ପାଞ୍ଚ ଗୁଣ ହେଲେ, କୋଣଦୁଇଟିର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ଖ) ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ଅନୁପୂରକ କୋଣ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ପରିମାଣ ଅନ୍ୟଟିର ଋରି ଗୁଣ ହୋଇଥିଲେ, କୋଣଦୁଇଟିର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

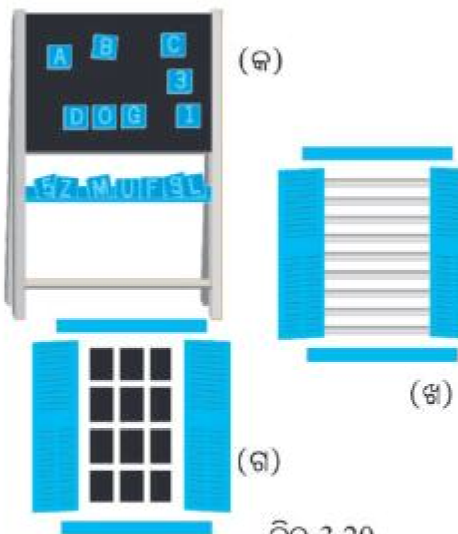
3.4 ଏକାଧିକ ସରଳରେଖା ଓ ଛେଦକ

ଦୁଇଟି ସରଳରେଖାର ଦୁଇଟି ଅବସ୍ଥା ଥାଇପାରେ । ହୁଏତ ସେ ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ବା ସେ ଦୁଇଟି ଅସମାନ୍ତର (ଅର୍ଥାତ୍ ପରସ୍ପର ଛେଦୀ) ।

ଚିତ୍ର 3.20 (କ) ରେ କଳାପଟାଟିଏ ଷ୍ଟାଣ୍ଡରେ ରହିଥିବାର ଦେଖୁଛ । କଳାପଟାର ଉପର ଧାର ଓ ତଳ ଧାର ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ରେଖାଖଣ୍ଡ । ସେହିପରି ବାମଧାର ଓ ଡାହାଣଧାର ମଧ୍ୟ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ରେଖାଖଣ୍ଡର ନମୁନା ।

ଚିତ୍ର (ଖ) ରେ ଲୁହା ରଡ଼ ଲଗାଯାଇଥିବା ଝରକାଟିଏ ଦେଖାଯାଉଛି । ଏଥିରେ ଥିବା ଲୁହା ରଡ଼ଗୁଡ଼ିକ ସମାନ୍ତର ରେଖାଖଣ୍ଡର ନମୁନା ।

ଚିତ୍ର (ଗ) ରେ ଗ୍ରୀଲ୍ ଲଗାଯାଇଥିବା ଝରକାଟିଏ ଦେଖାଯାଉଛି । ଗ୍ରୀଲରେ ଲାଗିଥିବା ଲୁହାପାତଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପର ଛେଦୀ ରେଖାଖଣ୍ଡର ନମୁନା ।



ଚିତ୍ର 3.20

ଦୁଇଟି ରେଖାର ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ ଥିଲେ ସେ ରେଖାଦୁଇଟିକୁ **ପରସ୍ପର ଛେଦୀ ରେଖା** କୁହାଯାଏ ଏବଂ ସେହି ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁକୁ ରେଖା ଦ୍ୱୟର **ଛେଦବିନ୍ଦୁ** କୁହାଯାଏ ।

ତୁମ ପରିବେଶରେ କେଉଁ କେଉଁଠାରେ ପରସ୍ପରଛେଦୀ ରେଖା ଦେଖୁଛ ତାହାର ପାଞ୍ଚଟି ଉଦାହରଣ ଲେଖ ।

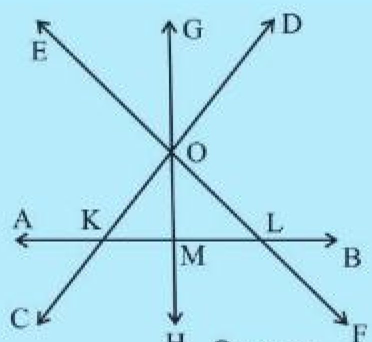
ଚିତ୍ର 3.20 ଯେଉଁ ଭଳି ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି, ତୁମ ଖାତାରେ ସେହିଭଳି ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

(କ) ଚିତ୍ର 3.21 ରେ ଦେଖୁଥିବା ପରସ୍ପର ଛେଦୀ ରେଖା ଯୋଡ଼ି ଓ ସେ ଦ୍ୱୟର ଛେଦ ବିନ୍ଦୁର ନାମ ଲେଖ ।

ଯେପରି : $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ପରସ୍ପର ଛେଦୀ ଏବଂ ସେ ଦ୍ୱୟର ଛେଦ ବିନ୍ଦୁ K । ଏହିପରି ଛଅ ଯୋଡ଼ା ପରସ୍ପର ଛେଦୀ ରେଖା ଓ ସେମାନଙ୍କର ଛେଦ ବିନ୍ଦୁର ନାମ ଲେଖ ।

- ଏହି ଚିତ୍ରରେ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଥିବାର ଦେଖୁଛ କି ?



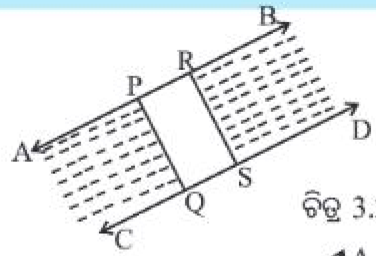
ଚିତ୍ର 3.21

(ଖ) ଦୁଇଟି ରେଖା ବା ରେଖାଖଣ୍ଡର ଗୋଟିଏରୁ ଅଧିକ ଛେଦବିନ୍ଦୁ ରହିବା ସମ୍ଭବ କି ? ଯଦି ସମ୍ଭବ, ଏପରି ଦୁଇଟି ରେଖାର ଚିତ୍ର କର ।

(ଗ) ତୁମ ପରିବେଶରେ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ଛେଦ କରୁଥିବା ରେଖା ବା ରେଖାଖଣ୍ଡର ଉଦାହରଣ କେଉଁଠି ଦେଖିବାକୁ ମିଳେ ତାହା ଲେଖ ।

(ଘ) ଗୋଟିଏ ଆୟତଚିତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ବାହୁର ଛେଦବିନ୍ଦୁରେ ଉତ୍ପନ୍ନ କୋଣର ପରିମାଣ କେତେ ମାପି ସ୍ଥିର କର । ଗୋଟିଏ ପୋଷ୍ଟକାର୍ଡ଼ ନେଇ ଏହି କାର୍ଯ୍ୟ କର ।

3.4.1 ଛେଦକ ରେଖା

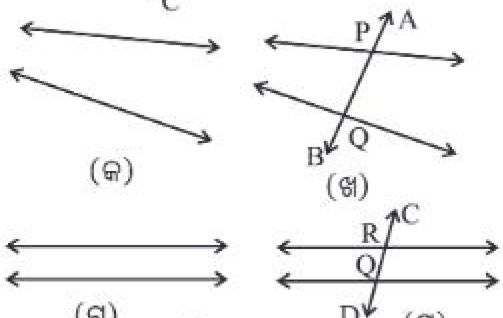


ଚିତ୍ର 3.22

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 3.22ରେ କେନାଲର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ଦୁଇ ବନ୍ଧ $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ଦୁଇଟି ରେଖାର ନମୁନା ।

ପୋଲଟିର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାର $\overline{PQ}$ ଓ $\overline{RS}$ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ରେଖାଖଣ୍ଡର ନମୁନା । ଏଠାରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ କୁ $\overline{PQ}$ ଛେଦ କରୁଛି ।

ସେହିପରି, $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ କୁ $\overline{RS}$ ମଧ୍ୟ ଛେଦ କରୁଛି ।



ଚିତ୍ର 3.23

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 3.23 (କ) ରେ ଦୁଇଟି ଅସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ରହିଛି । ଚିତ୍ର (ଖ) ରେ ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ଦୁଇଟି ଅସମାନ୍ତର ରେଖାକୁ P ଓ Q ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଛି ।

ଚିତ୍ର (ଗ) ରେ ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ରହିଛି ।

ଚିତ୍ର (ଘ) ରେ ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା $\overleftrightarrow{CD}$, ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ରେଖାକୁ R ଓ Q ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଛି ।

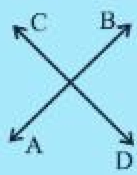
ଚିତ୍ର (ଖ) ରେ $\overleftrightarrow{AB}$ କୁ ଅନ୍ୟ ଦୁଇ ରେଖାର **ଛେଦକ ରେଖା** କୁହାଯାଏ ।

ଚିତ୍ର (ଘ) ରେ $\overleftrightarrow{CD}$ କୁ ଅନ୍ୟ ଦୁଇ ରେଖାର **ଛେଦକ ରେଖା** କୁହାଯାଏ ।

ଗୋଟିଏ ରେଖା ଅନ୍ୟ ଦୁଇ (ବା ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ) ରେଖାକୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କଲେ, ସେହି ରେଖାକୁ ଛେଦକ ରେଖା କୁହାଯାଏ ।

ଜାଣିଛ କି ?

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ଛେଦୀ ରେଖା । ଏଠାରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ରେଖା, ଅନ୍ୟ ଏକ ରେଖା $\overleftrightarrow{CD}$ କୁ ଛେଦ କରୁଛି ଏବଂ ଏଠାରେ $\overleftrightarrow{CD}$ ରେଖା ଅନ୍ୟ ଏକ ରେଖା $\overleftrightarrow{AB}$ କୁ ଛେଦ କରୁଛି । ଏଠାରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ଅଥବା $\overleftrightarrow{CD}$ କୌଣସିଟିକୁ ଛେଦକ ରେଖା କୁହାଯିବ ନାହିଁ ।



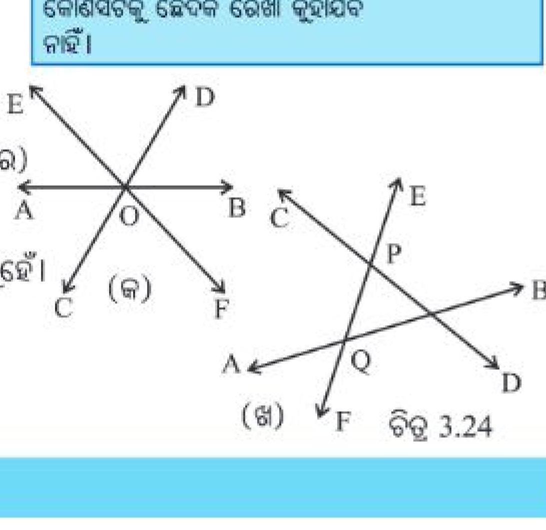
ଲକ୍ଷ୍ୟ କର :

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 3.24 (କ) ରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ଛେଦୀ (ବା ଅସମାନ୍ତର) ରେଖା । ଏହି ରେଖା ଦୁଇଟିକୁ $\overleftrightarrow{EF}$ O ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଛି ।

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର (ଖ) ରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ଛେଦୀ (ବା ଅସମାନ୍ତର) ରେଖାକୁ $\overleftrightarrow{EF}$ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ବିନ୍ଦୁ P ଓ Q ରେ ଛେଦ କରୁଛି ।

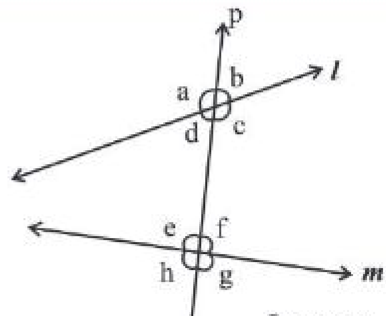
ଚିତ୍ର (କ) ରେ $\overleftrightarrow{EF}$, ଅନ୍ୟ ଦୁଇରେଖା $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ର ଛେଦକ ରେଖା ନୁହେଁ । ଏଠାରେ $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$ ଓ $\overleftrightarrow{EF}$ କୁ **ଏକ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ସରଳରେଖା** କୁହାଯାଏ ।

ଚିତ୍ର (ଖ) ରେ $\overleftrightarrow{EF}$ ଅନ୍ୟ ଦୁଇ ରେଖା $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ର ଛେଦକ ରେଖା ।



ଚିତ୍ର 3.24

3.4.2. ଛେଦକ ରେଖାଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପନ୍ନ କୋଣ



ଚିତ୍ର 3.25

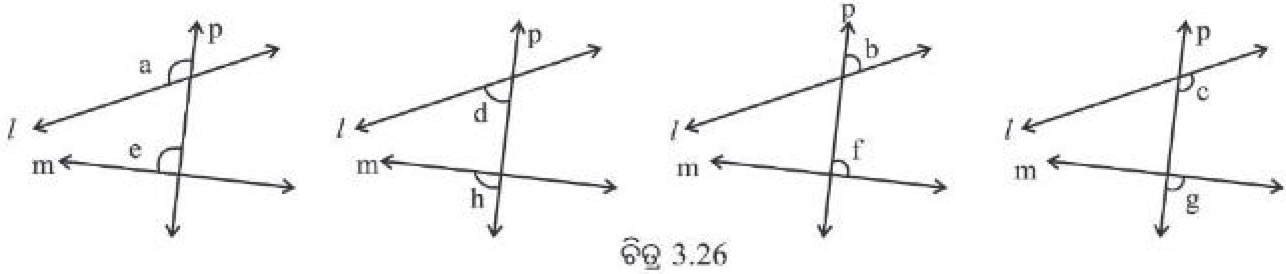
ଚିତ୍ର 3.25 ରେ *l* ଓ *m* ରେଖା ଦ୍ୱୟକୁ p ରେଖା ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଛି । ଏଣୁ P ରେଖା ଏକ ଛେଦକ ରେଖା । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଛେଦବିନ୍ଦୁରେ କୋଣମାନ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଛି ଏବଂ ସେ କୋଣଗୁଡ଼ିକୁ a, b, c, d, e, f, g ଓ h ନାମରେ ନାମିତ କରାଯାଇଛି ।

l ରେଖା ଓ p ରେଖାର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ଠାରେ 4 ଟି କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଛି । *m* ରେଖା ଓ p ରେଖାର ଛେଦବିନ୍ଦୁରେ ମଧ୍ୟ 4 ଗୋଟି କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଛି ।

ଏହି ୫ ଗୋଟି କୋଣ ମଧ୍ୟରୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ କୋଣମାନଙ୍କୁ ଭିନ୍ନ ଭାବରେ ନାମକରଣ କରାଯାଏ । ସେ ନାମକରଣକୁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଦେଖ ।

ଛେଦିତ ରେଖା *l* ଓ m ର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ : d, c, e, f
ଛେଦିତ ରେଖା *l* ଓ m ର ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ : a, b, h, g
ଛେଦକ ରେଖା p ର ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ କୋଣ : b, c, f, g
ଛେଦକ ରେଖା p ର ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ କୋଣ : a, d, e, h
ଅନୁରୂପ କୋଣ ଯୋଡ଼ି : a ଓ e, d ଓ h, b ଓ f, c ଓ g
ଏକାନ୍ତର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ ଯୋଡ଼ି : d ଓ f, c ଓ e
ଏକାନ୍ତର ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ଯୋଡ଼ି : a ଓ g, b ଓ h
ଛେଦକ ରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ ଯୋଡ଼ି : d ଓ e, c ଓ f

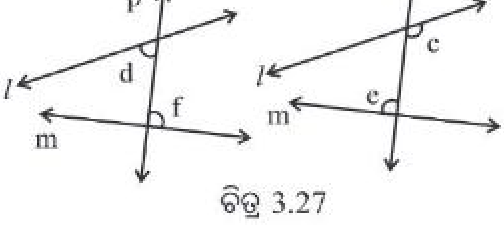
ଚିତ୍ର 3.26 ରେ ଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର କୋଣ ଯୋଡ଼ିମାନଙ୍କୁ ଭିନ୍ନ ଭାବରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।



ଚିତ୍ର 3.26

ଉପର ଚିତ୍ର ଚାରୋଟିରେ ଚାରି ଯୋଡ଼ା ଅନୁରୂପ କୋଣର ଚିତ୍ର ରହିଛି ।

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 3.27 ଦୁଇଟିରେ ଦୁଇ ଯୋଡ଼ା ଏକାନ୍ତର କୋଣର ଚିତ୍ର ରହିଛି ।



ଚିତ୍ର 3.27

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର–

ଚିତ୍ର 3.26 ରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅନୁରୂପ କୋଣ ଯୋଡ଼ା –

- ଛେଦକ ରେଖାର ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅବସ୍ଥିତ । $\angle a$ ଓ $\angle e$ $\angle d$ ଓ $\angle h$ କୋଣ ଯୋଡ଼ାଗୁଡ଼ିକ ଛେଦକ ରେଖାର ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅବସ୍ଥିତ । $\angle b$ ଓ $\angle f$, $\angle c$ ଓ $\angle h$ କୋଣ ଯୋଡ଼ାଗୁଡ଼ିକ ଛେଦକ ରେଖାର ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

- ଛେଦିତ ରେଖାର ଅନୁରୂପ ପାଖରେ ଅବସ୍ଥିତ । $\angle a$ ଓ $\angle e$, $\angle b$ ଓ $\angle f$ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଛେଦିତ ରେଖାର ଉପର ପାଖରେ ଅବସ୍ଥିତ । $\angle d$ ଓ $\angle h$, $\angle c$ ଓ $\angle g$ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଛେଦିତ ରେଖାର ତଳ ପାଖରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

ଚିତ୍ର 3.27 (ଖ) ରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଏକାନ୍ତର କୋଣ ଯୋଡ଼ା –

- ଛେଦକ ରେଖାର ବିପରୀତ ପାଖରେ ଅବସ୍ଥିତ । ଯଥା : $\angle d$, ଛେଦକ ରେଖାର ବାମରେ ଓ $\angle f$, ଛେଦକ ରେଖାର ଡାହାଣରେ, $\angle e$, ଛେଦକ ରେଖାର ବାମରେ ଓ $\angle c$. ଛେଦକ ରେଖାର ଡାହାଣରେ ଅବସ୍ଥିତ ।
- ଛେଦିତ ରେଖାର ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅବସ୍ଥିତ । ଯଥା : $\angle d$, ଛେଦିତ ରେଖା l ର ତଳ ପାଖରେ ଓ $\angle f$, ଛେଦିତ ରେଖା m ର ଉପର ପାଖରେ ଅବସ୍ଥିତ । $\angle e$, ଛେଦିତ ରେଖା m ର ଉପର ପାଖରେ ଓ $\angle c$, ଛେଦିତ ରେଖା l ର ତଳ ପାଖରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

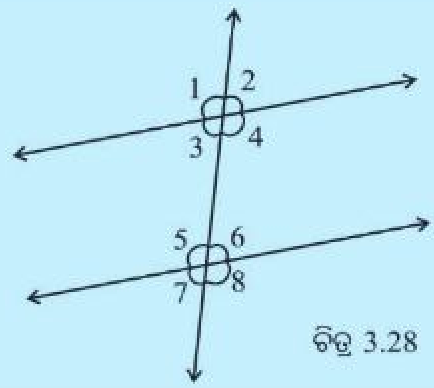
ଉତ୍ତର ଲେଖ

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା କୋଣ-ଯୋଡ଼ାଗୁଡ଼ିକ କି ପ୍ରକାର କୋଣ ଲେଖ ।

(କ) $\angle 1$ ଓ $\angle 5$ (ଖ) $\angle 3$ ଓ $\angle 6$

(ଗ) $\angle 4$ ଓ $\angle 6$ (ଘ) $\angle 4$ ଓ $\angle 5$

(ଙ) $\angle 3$ ଓ $\angle 6$ (ଚ) $\angle 2$ ଓ $\angle 6$



ଚିତ୍ର 3.28

3.4.3 ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଓ ଛେଦକ

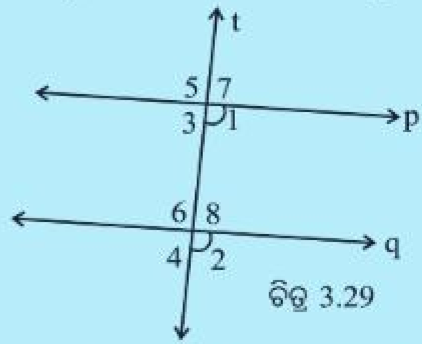
ତୁମେ ଜାଣିଛ ଯେ,

ଏକ ସମତଳ ଉପରେ ଅଙ୍କିତ ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ପରସ୍ପରକୁ କୌଣସିଠାରେ ଛେଦ ନ କଲେ, ସେ ସରଳରେଖା ଦୁଇଟିକୁ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା କୁହାଯାଏ ।

କହିଲ ଦେଖି :
- ତିନୋଟି ରେଖାକୁ ଗୋଟିଏ ଛେଦକ ରେଖା କେତୋଟି ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବ ?
- ଦୁଇଟି ରେଖା ଲାଗି କେତୋଟି ଛେଦକ ରେଖା ଅଙ୍କନ କରିବା ସମ୍ଭବ ?
- କେଉଁ କେଉଁ ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷରରେ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଥିବାର ଦେଖୁଛ ଲେଖ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :
- ଖଣ୍ଡେ ରୁଲିଂ କାଗଜ ନିଅ ବା ଗୋଟିଏ ରୁଲିଂ ଖାତାର ଗୋଟିଏ ପୃଷ୍ଠା ଖୋଲ ।
- ସ୍କେଲ୍‌ଟିଏ ନେଇ ପୃଷ୍ଠା ଉପରେ ଆଗରୁ ଥିବା ଗାର ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ପାଖାପାଖି ନ ଥିବା ଦୁଇଟି ଗାର ସହ ମିଶାଇ ସ୍କେଲ୍‌ର ଧାରକୁ ରଖ ଓ ତୁମ କଲମରେ ଗାର ପକାଅ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖିବ, ତୁମେ ନେଇଥିବା ଗାର ଦୁଇଟି ମୋଟା ହୋଇଯିବାରୁ ତାହା ଅନ୍ୟ ଗାର ତୁଳନାରେ ଅଧିକ ସ୍ପଷ୍ଟ ହୋଇଗଲା ।
- ଏହିଭଳି ଚାରିଯୋଡ଼ା ଗାରକୁ ଅଧିକ ସ୍ପଷ୍ଟ କରିଦିଅ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ଗାରକୁ ସରଳରେଖାର ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କର । (ଅର୍ଥାତ୍ ଉଭୟ ଆଡ଼କୁ ତୀର ଚିହ୍ନ ଦିଅ) ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ସରଳରେଖା ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାରେ ପରିଣତ ହେବ (କାରଣ ରୁଲିଂ କାଗଜରେ ରହିଥିବା ଗାରଗୁଡ଼ିକ ସମସ୍ତ ସମାନ୍ତର) ।



ଚିତ୍ର 3.29

- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ସମାନ୍ତର ରେଖା ଲାଗି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଛେଦକ ଅଙ୍କନ କର ।
- ଛେଦକ ରେଖା ଛେଦିତ ରେଖା ଦ୍ୱୟ ସହ ଯେଉଁ କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କଲା ସେଗୁଡ଼ିକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର ଭଳି ନାମକରଣ କର ।
- ରେଖା ଓ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ନାମକରଣ କର ।

  ଗୋଟିଏ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ନେଇ ଉପରେ ଥିବା ଚିତ୍ରର ଉପରେ ରଖ । ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ଉପରେ p, q ଓ t ରେଖାଗୁଡ଼ିକ ସହ ମିଳିଲା ଭଳି ରେଖା ତିନୋଟି ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ପୂର୍ବଚିତ୍ର ଅନୁଯାୟୀ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜରେ ଅଙ୍କିତ ରେଖା ତିନୋଟିର ନାମକରଣ କର । ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ଉପରେ ନକଲ କରାଯାଇଥିବା କୋଣକୁ $\angle 1$, $\angle 2$ ନାମ ଦିଅ ।
- ବର୍ତ୍ତମାନ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜଟିକୁ ଧୀରେ ଧୀରେ ଉପର ଆଡକୁ ଖସାଇ ନିଅ । ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ଉପରେ ଅଙ୍କିତ p ରେଖା, ରୁଲିଂକାଗଜ ଉପରେ ଅଙ୍କିତ q ରେଖା ସହ ମିଳିଗଲା ପରେ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜକୁ ସ୍ଥିର କରି ରଖ ।
- କ'ଣ ଦେଖୁଛ ?

ବର୍ତ୍ତମାନ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜରେ ଅଙ୍କିତ $\angle 2$, ରୁଲିଂ କାଗଜରେ ଅଙ୍କିତ $\angle 1$ ସହ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ମିଳିଯିବାର ଦେଖିବ ।

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ $m\angle 1 = m\angle 2$

- ସେହିଭଳି ଚିତ୍ର ଉପରେ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ରଖି ପୂର୍ବ ଭଳି କାର୍ଯ୍ୟକର । ନିମ୍ନ କୋଣଯୋଡ଼ା ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସଂପର୍କକୁ ସ୍ଥିର କର ।

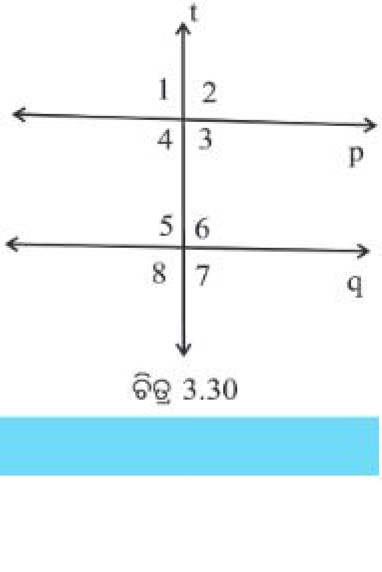
(କ) $\angle 3, \angle 4$ (ଖ) $\angle 5, \angle 6$ (ଗ) $\angle 7, \angle 8$

ଉପର କାର୍ଯ୍ୟରୁ ଆମେ କ'ଣ ପାଇଲେ ?

ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାକୁ ଗୋଟିଏ ଛେଦକ ରେଖା ଛେଦ କଲେ, ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ଅନୁରୂପ କୋଣ ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ।

ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଅନ୍ୟ ଏକ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ପହଞ୍ଚିପାରିବା ।

ଚିତ୍ର 3.30 କୁ ଦେଖ ।



ଚିତ୍ର 3.30

ଏଠାରେ p ଓ q ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ରେଖା ଓ t ସେ ରେଖା ଦୁଇଟିର ଏକ ଛେଦକ ରେଖା ।

ଅନୁରୂପ କୋଣ ହେତୁ $m\angle 4 = m\angle 8$ । ମାତ୍ର t ଓ q ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରୁଥିବାରୁ ପ୍ରତୀପ ହେତୁ $m\angle 8 = m\angle 6$ ଏଣୁ $m\angle 4 = m\angle 6$ ।

ପୁନଶ୍ଚ, ସେହିପରି ଅନୁରୂପ ହେତୁ $m\angle 7 = m\angle 5$

ମାତ୍ର t ଓ q ରେଖାଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରୁଥିବାରୁ ପ୍ରତୀପ ହେତୁ $m\angle 7 = m\angle 5$ ।

ଏଣୁ $m\angle 3 = m\angle 5$ ।

$\angle 4$ ଓ $\angle 6$ ଏବଂ $\angle 3$ ଓ $\angle 5$ କୋଣ ଯୋଡ଼ାଗୁଡ଼ିକ କି ପ୍ରକାର କୋଣ ଯୋଡ଼ା ?

ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା କୋଣ ପରସ୍ପର ଏକାନ୍ତର ।

ଏଣୁ ଆମର ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ହେଲା -

ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାକୁ ଗୋଟିଏ ଛେଦକ ରେଖା ଛେଦ କଲେ, ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ଏକାନ୍ତର କୋଣ ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ହୋଇଥାଆନ୍ତି ।

ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତରୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଅନ୍ୟ ଏକ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ପହଞ୍ଚିପାରିବା ।

ଚିତ୍ର 3.30ରେ ସରଳଯୋଡ଼ି ହେତୁ $\angle 6$ ଓ $\angle 7$ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ । ମାତ୍ର, ଅନୁରୂପ କୋଣ ହେତୁ $m\angle 3 = m\angle 7$ । ଏଣୁ $\angle 6$ ଓ $\angle 3$ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ । ସେହିପରି, ସରଳଯୋଡ଼ି ହେତୁ $\angle 1$ ଓ $\angle 4$ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ । ଏଣୁ $\angle 5$ ଓ $\angle 4$ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ।

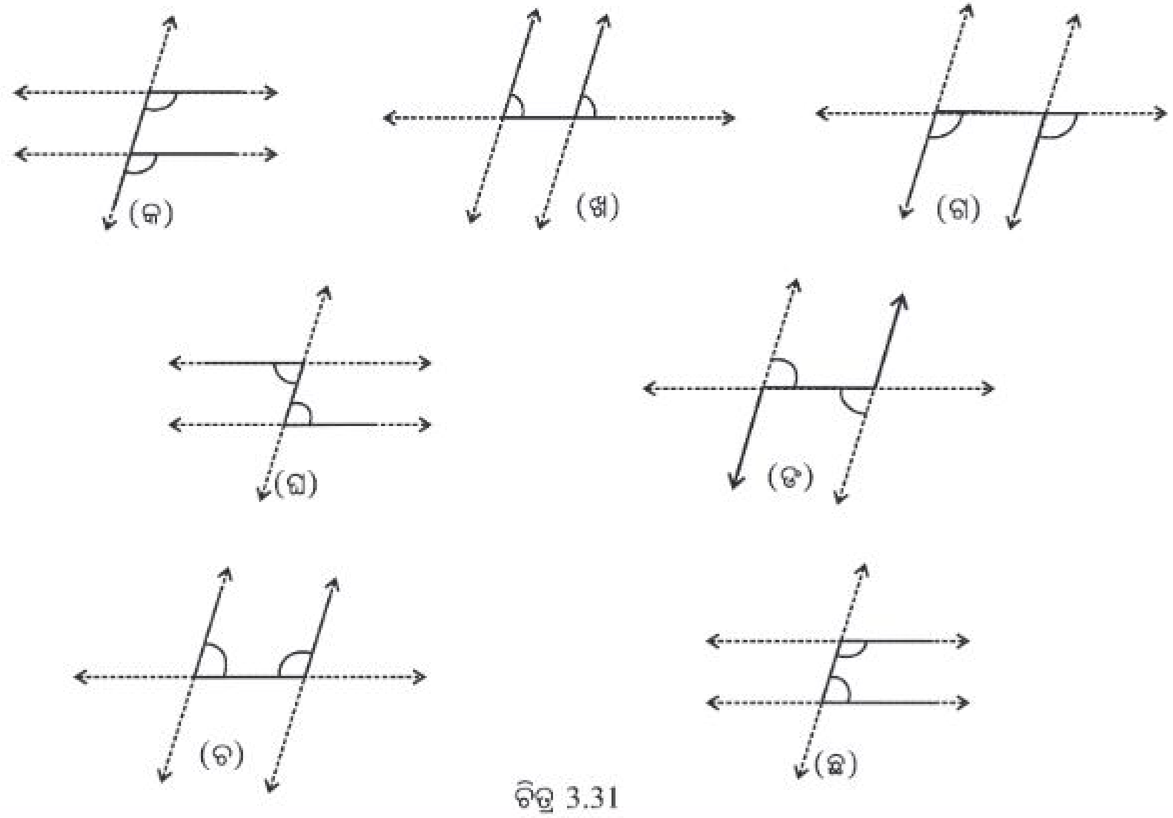
$\angle 6$ ଓ $\angle 3$ ଏବଂ $\angle 5$ ଓ $\angle 4$ କୋଣ ଯୋଡ଼ା ଗୁଡ଼ିକ କି ପ୍ରକାର କୋଣ ଯୋଡ଼ା ?

ଏ କୋଣ ଯୋଡ଼ା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ଛେଦକ ରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ ।

ଏଣୁ ଆମର ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ହେଲା -

ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାକୁ ଗୋଟିଏ ଛେଦକ ରେଖା ଛେଦ କଲେ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା ଛେଦକ ରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ଅର୍ଥାତ୍ ସେ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180° ।

ଏକାନ୍ତର କୋଣ ଯୋଡ଼ା, ଅନୁରୂପ କୋଣ ଯୋଡ଼ା ଓ ଛେଦକ ରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ ଯୋଡ଼ାମାନଙ୍କୁ ସହଜରେ ଚିହ୍ନଟ କରିବା ପାଇଁ ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରମାନଙ୍କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।



ଚିତ୍ର 3.31

ଚିତ୍ର 3.31 (କ), (ଖ) ଓ (ଗ) ପ୍ରତ୍ୟେକରେ ଗୋଟିଏ ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର F ର ବିଭିନ୍ନ ଅବସ୍ଥା ଦେଖିବାକୁ ମିଳୁଛି । ଏ ସମସ୍ତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏକ ଯୋଡ଼ା ଅନୁରୂପ କୋଣକୁ ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଛି । ଏଣୁ F ଆକୃତିରେ ଅନୁରୂପ କୋଣ ରହିଥାଏ ।

(ଘ) ଓ (ଙ) ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ ଗୋଟିଏ ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର Z ର ବିଭିନ୍ନ ଅବସ୍ଥା ଦେଖିବାକୁ ମିଳୁଛି ।

ଏ ସମସ୍ତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏକ ଯୋଡ଼ା ଏକାନ୍ତର କୋଣକୁ ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଛି । ଏଣୁ Z ଆକୃତି ଏକାନ୍ତର କୋଣକୁ ଦର୍ଶାଇ ଥାଏ ।

(ଚ) ଓ (ଛ) ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ ଗୋଟିଏ ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର U ର ବିଭିନ୍ନ ଅବସ୍ଥା ଦେଖିବାକୁ ମିଳୁଛି ।

ଏ ସମସ୍ତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏକ ଯୋଡ଼ା ଛେଦକ ରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣକୁ ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଛି । ଏଣୁ U ଆକୃତି ଛେଦକ ରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣକୁ ଦର୍ଶାଇଥାଏ ।

✍ ଏକ ଯୋଡ଼ା ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ସେ ରେଖା ଦୁଇଟିର ଏକ ଛେଦକ ରେଖା ଅଙ୍କନ କର ।

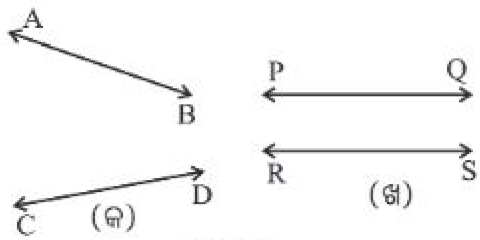
ଛେଦକ ରେଖା ଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପନ୍ନ କୋଣଗୁଡ଼ିକୁ ମାପି ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କର ।

(କ) ଅନୁରୂପ କୋଣମାନ ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ।

(ଖ) ଏକାନ୍ତର କୋଣମାନ ସମ ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ।

(ଗ) ଛେଦକ ରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣମାନ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ।

3.5 ସମାନ୍ତର ରେଖା ଚିହ୍ନଟ

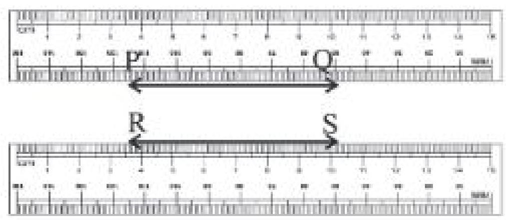


ଚିତ୍ର 3.32

ଚିତ୍ର 3.32ରେ ଦୁଇଯୋଡ଼ା ସରଳରେଖା ଦେଖୁଛ ।

(କ) ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ସରଳରେଖା $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ କୁ ଦେଖିଲେ ଜାଣି ହେଉଛି ଯେ ସେ ଦୁଇଟିର ଡାହାଣ ଆଡ଼କୁ ଥିବା ଅଂଶ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରନ୍ତି । ଏଣୁ ରେଖାଦ୍ୱୟ **ଅସମାନ୍ତର** ।

ମାତ୍ର (ଖ) ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ରେଖା ଦ୍ୱୟ $\overleftrightarrow{PQ}$, $\overleftrightarrow{RS}$ କୁ କେଉଁ ଆଡ଼କୁ ଥିବା ଅଂଶ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରିବେ ତାହା ଜଣାପଡୁଛି କି ? ଜଣାପଡୁନାହିଁ । ତେବେ ତାହା ଜାଣିବା ପାଇଁ ଦୁଇଟି ସ୍କେଲ୍ ନେଇ ଗୋଟିକୁ $\overleftrightarrow{PQ}$ ସହ ଓ ଗୋଟିକୁ $\overleftrightarrow{RS}$ ସହ ଲଗାଇ ରଖ (ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର ଭଳି) । ସ୍କେଲର ଧାର ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ସହ ଲାଗିଯାଉ ନାହିଁ । ଏଣୁ ରେଖାଦ୍ୱୟକୁ ଡାହାଣ ବା ବାମକୁ ବଢ଼ାଇ ପୃଷ୍ଠା ଭିତରେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରିବେ ନାହିଁ ବୋଲି ଜଣାପଡୁଛି । ମାତ୍ର କେବଳ ରେଖାଦ୍ୱୟର ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖି ସେମାନେ କେଉଁଠାରେ ଛେଦ କରିବେ କି ନାହିଁ ତାହା ଜାଣି ହେବନାହିଁ । ଏଣୁ ଆମକୁ ଏକ ପଦ୍ଧତି ସ୍ଥିର କରିବାକୁ ହେବ ଯାହା ରେଖାଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର କି ନୁହେଁ ତାହା ଜାଣିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବ ।

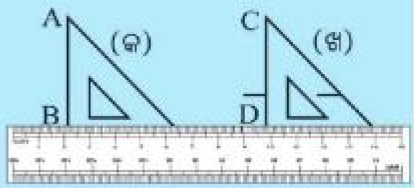


ଚିତ୍ର 3.33

ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖିବା ଦୁଇଟି ରେଖାର ଏକ ଛେଦକ ରେଖା ସେ ରେଖାଦ୍ୱୟ ସହ ଉତ୍ପନ୍ନ କରୁଥିବା ଅନୁରୂପ ବା ଏକାନ୍ତର ବା ଛେଦକ ରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ ସାହାଯ୍ୟରେ ରେଖାଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର କି ନାହିଁ ଜାଣି ତାହା ଜାଣିବାର କିଛି ଉପାୟ ଅଛି କି ?

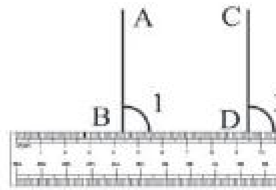
ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ତୁମେ ତୁମର ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରକୁ ବ୍ୟବହାର କରି କିପରି ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରିଥିଲ ମନେ ପକାଅ । ଚିତ୍ର 3.34 ରେ ସେହି ପ୍ରଣାଳୀ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।
- ତୁମେ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରଟିକୁ ଗୋଟିଏ ସ୍କେଲ୍‌ର ଧାରକୁ ଲଗାଇ (କ ଚିତ୍ରଭଳି) ସ୍ଥାନରେ ରଖ ଓ ତା'ର ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ଧାରକୁ ଲଗାଇ ଗୋଟିଏ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର ।
- ପୁଣି ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରକୁ (ଖ ଚିତ୍ରଭଳି) ଅନ୍ୟଏକ ସ୍ଥାନକୁ ଘୁଞ୍ଚାଇ ନେଇ ପୂର୍ବ ଧାରକୁ ଲଗାଇ ଆଉଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନକର । ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦୁଇଟିକୁ AB ଓ CD ନାମ ଦିଅ । ପାଇଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡ AB ଓ CD ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର ।



ଚିତ୍ର 3.33

ଚିତ୍ର 3.35 ରେ AB ଓ CD ରେଖାଖଣ୍ଡ ପାଇଁ ସ୍କେଲର ଧାର ଏକ ଛେଦକ ରେଖାଭଳି ରହିଛି ।



ଚିତ୍ର 3.35

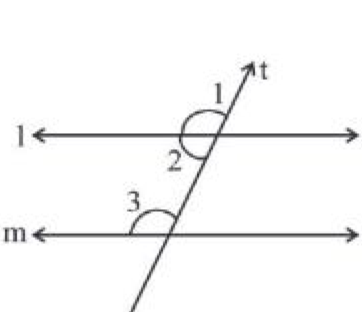
ଫଳରେ ∠1 ଓ ∠2 ଏକଯୋଡ଼ା ଅନୁରୂପ କୋଣ । ∠1 ଓ ∠2 ପ୍ରତ୍ୟେକ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରର ସମକୋଣର ନକଲ । ଏଣୁ ତେଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ, ଉପରିସ୍ଥ ଅଙ୍କନ ପଦ୍ଧତିରେ ଆମେ ଏକ ଯୋଡ଼ା ଏକାନ୍ତର କୋଣକୁ ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ କରି ଦେଲେ । ଏହାଦ୍ୱାରା ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ରେଖାଖଣ୍ଡ ବା ସମାନ୍ତର ରେଖା ପାଇଲେ ।

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ -

ଦୁଇଟି ସରଳରେଖାକୁ ଏକ ଛେଦକ ରେଖା ଛେଦ କଲେ, ଯଦି ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା ଏକ ଯୋଡ଼ା ଅନୁରୂପ କୋଣ ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ହୁଏ, ତେବେ ରେଖାଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ହୁଅନ୍ତି ।

ଦୁଇଟି ସରଳରେଖାକୁ ଏକ ଛେଦକ ରେଖା ଛେଦକଲେ, ଯଦି ଏକ ଯୋଡ଼ା ଏକାନ୍ତର କୋଣ ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ହୁଏ, ତେବେ ରେଖାଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ହୁଅନ୍ତି ।

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ସରଳରେଖା l ଓ m ଲାଗି t ରେଖା ଏକ ଛେଦକ ବୋଲି ଧରି ନିଆଯାଉ । ଛେଦକ ରେଖାର ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ∠2 ଓ ∠3 ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ।



ଚିତ୍ର 3.36

ସରଳ ଯୋଡ଼ି ହେତୁ ∠1 ଓ ∠2 ମଧ୍ୟ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ।

$\therefore m\angle 3 = m\angle 1$

ମାତ୍ର ଏ କୋଣ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ଅନୁରୂପ ।

ଏଣୁ $l \parallel m$

ଫଳରେ ଆମେ ଦେଖିଲେ-

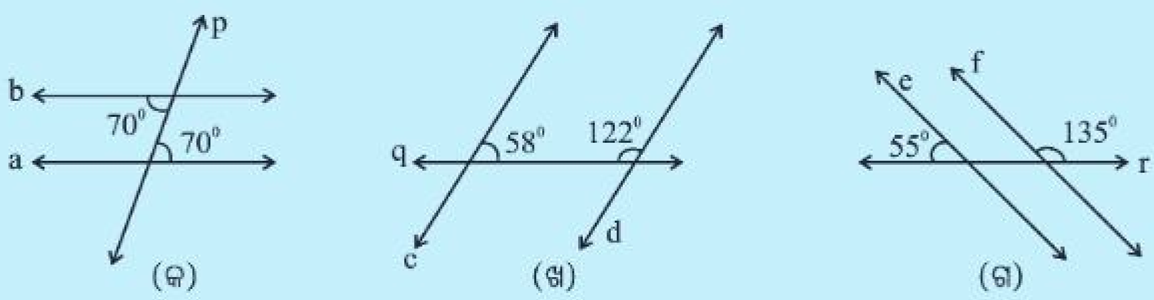
ଛେଦକ ରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ହେଲେ, ଅନୁରୂପ କୋଣଦ୍ୱୟ ସର୍ବଦା ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ହୁଅନ୍ତି ।

ମାତ୍ର ଅନୁରୂପ କୋଣଦ୍ୱୟ ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ହେଲେ, ରେଖାଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ହୁଅନ୍ତି ।

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ,

ଦୁଇଟି ସରଳ ରେଖାକୁ ଏକ ରେଖା ଛେଦ କଲେ, ଯଦି ଛେଦକ ରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ହୁଅନ୍ତି, ତେବେ ରେଖାଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ହେବେ ।

ନିଜେ ଉତ୍ତର ଦେବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର

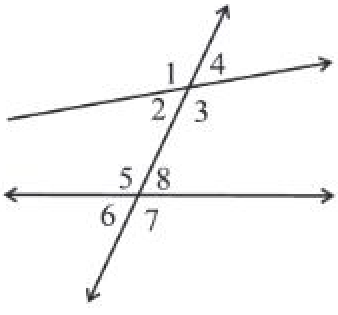


ଚିତ୍ର 3.37

ଉପରିସ୍ଥ (କ), (ଖ) ଓ (ଗ) ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ରେଖାଯୋଡ଼ି ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ରେଖାଯୋଡ଼ି ସମାନ୍ତର ଏବଂ କେଉଁ ରେଖା ଯୋଡ଼ି ଅସମାନ୍ତର ସ୍ଥିର କର । ନିଜ ଉତ୍ତର ଲାଗି କାରଣ ଦର୍ଶାଅ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 3.3

1. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର ଦେଖି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।



(କ) $\angle 1$ ଓ $\angle 5$ କି ପ୍ରକାର କୋଣ ଯୋଡ଼ି ?

ଆଉ ଯେଉଁ କୋଣଗୁଡ଼ିକ ସେହି ପ୍ରକାର, ସେଗୁଡ଼ିକର ନାମ ଲେଖ ।

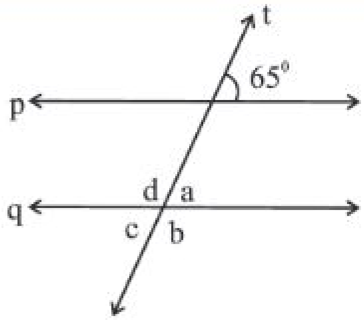
(ଖ) $\angle 3$ ଓ $\angle 5$ କି ପ୍ରକାର କୋଣ ଯୋଡ଼ି ?

ସେହି ପ୍ରକାର ଅନ୍ୟ କୋଣ ଯୋଡ଼ିର ନାମ ଲେଖ ।

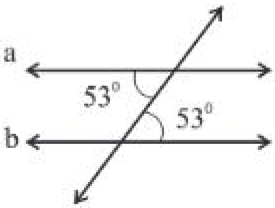
(ଗ) $\angle 2$ ଓ $\angle 5$ କି ପ୍ରକାର କୋଣ ଯୋଡ଼ି ?

ସେହି ପ୍ରକାର ଅନ୍ୟ କୋଣ ଯୋଡ଼ିର ନାମ ଲେଖ ।

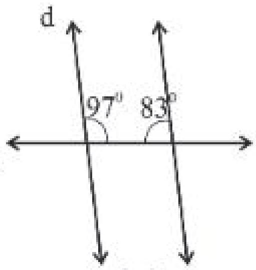
2. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ସରଳ ରେଖା p ∥ q ଏବଂ ରେଖା t ଏକ ଛେଦକ । ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା କୋଣମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ 65° ଚିତ୍ରରେ ଦିଆଯାଇଛି । ଅନ୍ୟ ଚାରୋଟି କୋଣର ପରିମାଣକୁ a, b, c, d ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ଦର୍ଶାଯାଇଛି । a, b, c ଓ d ପ୍ରତ୍ୟେକର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



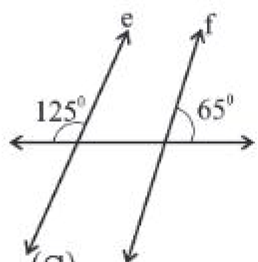
3. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଚାରି ଯୋଡ଼ା ରେଖାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ଯୋଡ଼ା ସମାନ୍ତର ଓ କେଉଁ ଯୋଡ଼ା ଅସମାନ୍ତର କହ । ତୁମର ଉତ୍ତର ସପକ୍ଷରେ କାରଣ ଦର୍ଶାଅ ।



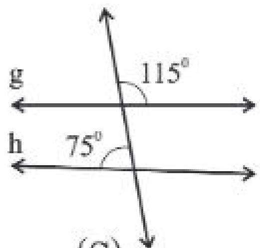
(କ)



(ଖ)

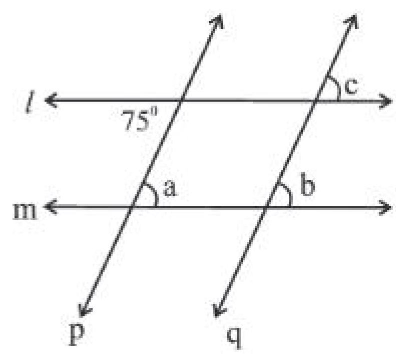


(ଗ)



(ଘ)

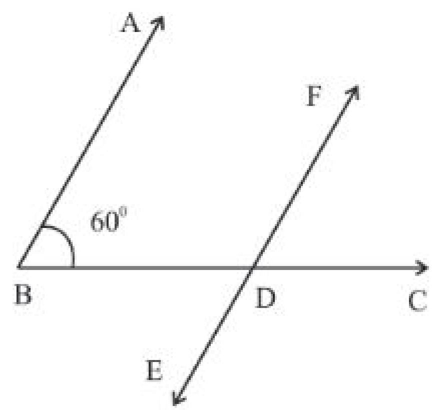
4. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ସରଳରେଖା $l \parallel m$ ଏବଂ ସରଳରେଖା p ∥ q । ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ 75° ଦିଆଯାଇଛି । ଅନ୍ୟ ତିନୋଟି କୋଣର ପରିମାଣକୁ a, b, c ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଇଛି । a, b ଓ c ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



5. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର ଭଳି 60° ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ∠ABC ଅଙ୍କନ କରି $\overrightarrow{BC}$ ଉପରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର, ତା'ର ନାମ ଦିଅ D ।

D ବିନ୍ଦୁରେ $\overleftrightarrow{DE}$ (ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଭଳି) ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି $\overleftrightarrow{DE} \parallel \overrightarrow{BA}$ ହେବ ।

ଏହି କାର୍ଯ୍ୟ ଲାଗି ∠BDE କୋଣର ପରିମାଣ କେତେ ନେଇ $\overleftrightarrow{DE}$ ଅଙ୍କନ କରିବ ? କାରଣ ଲେଖ ।



ଚତୁର୍ଥ ଅଧ୍ୟାୟ

ଘାତାଙ୍କ ଓ ଘାତରାଶି

FNHTQA

4.1 ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ

ଷଷ୍ଠ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମେ ଘାତରାଶି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ବେଶ୍ କିଛି ଶିଖିଛୁ । କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ବା ରାଶିକୁ ଆଧାର ଓ ଘାତାଙ୍କ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ ତାକୁ **ଘାତ ରାଶି** କୁହାଯାଏ ।

ଯଥା : $32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$

ଏଠାରେ 32 କୁ 2^5 ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରାଗଲା, ଯେଉଁଠାରେ ଆଧାର 2ଏବଂ ଘାତାଙ୍କ 5 ।

ଆମେ କହୁ 32 ହେଉଛି '2' ର ପଞ୍ଚମ ଘାତ ।

ସଂଖ୍ୟା : 32
ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପ : 2^5
2^5 ଏକ ଘାତରାଶି

ଉତ୍ତର ଲେଖ -

- 16, 2 ଆଧାରର କେଉଁ ଘାତ ?
- 3 ଆଧାରର ଚତୁର୍ଥ ଘାତ କେତେ ?
- 125, କେଉଁ ଆଧାରର ତୃତୀୟ ଘାତ ?
- 216 କୁ କେଉଁ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତ ରାଶି ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରି ହେବ ?

4.2 ଘାତରାଶି

ପୃଥିବୀର ବସ୍ତୁତ୍ୱ କେତେ ତୁମେ କହିପାରିବ କି ?

ଏହା ହେଉଛି ପ୍ରାୟ 5,970,000,000,000,000,000,000,000 କି.ଗ୍ରା. । ଏହାକୁ ପଢ଼ିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

ସେହିପରି ୟୁରେନସ୍‌ର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ହେଉଛି ପ୍ରାୟ 86,800,000,000,000,000,000,000,000 କି.ଗ୍ରା. ।

ଏବେ କହ, ୟୁରେନସ୍ ଓ ପୃଥିବୀ ମଧ୍ୟରୁ କାହାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଅଧିକ ?

ଏହିପରି ବହୁତ ବଡ଼ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକୁ ପଢ଼ିବା, ବୁଝିବା ତଥା ତୁଳନା କରିବା କଷ୍ଟକର । ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ପଢ଼ିବା, ବୁଝିବା ଓ ତୁଳନା କରିବା ପାଇଁ ଆମେ ଘାତରାଶି ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ । ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଆମେ ଆଧାର ଓ ଘାତ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କରିଥାଉ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, $100000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$

ଏଠାରେ '10' ଆଧାର ଏବଂ '5' ଏହାର ଘାତାଙ୍କ ।

100000 ର ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପ ହେଉଛି 10^5 ।

ସେହିପରି 1000 ର ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପ ହେବ 10^3 ।

କାରଣ $1000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$

ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସମାନ ସମାନ ଉତ୍ପାଦକମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିହେବ, ସେହି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରି ହେବ ।

ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିସ୍ତାରିତ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଲେଖିବା ପ୍ରଣାଳୀ ଆମେ ଜାଣିଛୁ।

ଯଥା : $23574 = 2 \times 10000 + 3 \times 1000 + 5 \times 100 + 7 \times 10 + 4 \times 1$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ବିସ୍ତାରିତ ରୂପକୁ ନିମ୍ନ ମତେ ଲେଖିପାରିବା।

$23574 = 2 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 4 \times 1$

ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର 10000, 1000, 100, 10 କୁ ଯଥାକ୍ରମେ 10^4, 10^3, 10^2, 10^1 ଭଳି ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ଲେଖାଯାଇଛି।

ତୁମେ ସେହିପରି 135724 ଓ 2164593 କୁ ବିସ୍ତାରିତ ରୂପେ ଲେଖ।
ତୁମେ ଲେଖିଥିବା ବିସ୍ତାରିତ ରୂପକୁ 10 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର।

ଯେପରି କେତେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ କେବଳ 10 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରେ (ଯେପରି $1000=10^3$), ସେହିପରି କେତେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅନ୍ୟ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶିରେ ମଧ୍ୟ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରେ।

ଯଥା : $81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

$64 = 4 \times 4 \times 4 = 4^3$, ଅଥବା $64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ନିମ୍ନ ସାରଣୀର ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକୁ ପୂରଣ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର।

ସଂଖ୍ୟା	ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପ	ଆଧାର	ଘାତାଙ୍କ
125		5	
128			7
243			3
256		4	
216			3

ଉପରୋକ୍ତ ଆଲୋଚନାରେ ଆମେ ଉଭୟ ଆଧାର ଓ ଘାତାଙ୍କ ପ୍ରତ୍ୟେକଙ୍କୁ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଭାବେ ନେଇଛୁ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଆଧାର ଏବଂ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଘାତାଙ୍କ ରୂପେ ନେଇ କେତେକ ସଂଖ୍ୟାର ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପ ସ୍ଥିର କରିବା।

ଜାଣିଛ କି ?
25 କୁ 25^1 ରୂପେ ଲେଖିବା, 25^1 କୁ 25 ର ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପ ବୋଲି ନ କହିବା ଭଲ।

$-8 = (-2) \times\!=\!4(-2\quad) \times (-2) \times (-2) = (-2)^3$,

ସେହିପରି, $81 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = (-3)^4$,

$25 = (-5) \times (-5) = (-5)^2$

କହିଲ ଦେଖି :

81କୁ ଯେପରି $(-3)^4$ ଓ $(+3)^4$ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରୁଛି । ସେହିପରି (-8) କୁ (-2) ଓ $+2$ ଉଭୟ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତ ରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କରିହେବ କି ? କାରଣ ଲେଖ ।

ଉଦାହରଣ - 1

2^3 ଓ 3^2 ଘାତ ରାଶି ମଧ୍ୟରେ କେଉଁଟି ବଡ଼ ?

ସମାଧାନ :

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

$3^2 = 3 \times 3 = 9$

8 ଠାରୁ 9 ବଡ଼ । ଏଣୁ 2^3 ଠାରୁ 3^2 ବଡ଼ ।

ଉଦାହରଣ - 2

ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର । କେଉଁ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆଧାରଟି ଏକ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ?

(କ) 10000 (ଖ) 625 (ଗ) 729

ସମାଧାନ :

(କ) $10000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$

(ଖ) $625 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$

(ଗ) $729 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6$

625 ଓ 729 କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆଧାର ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ।

5	625
5	125
5	25
	5

3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
	3

ଉଦାହରଣ - 3

ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଋଣାତ୍ମକ ଆଧାରର ଘାତ ରୂପରେ ଲେଖ ।

(କ) -27 (ଖ) -32

ସମାଧାନ :

(କ) $-27 = (-3) \times (-3) \times (-3) = (-3)^3$

(ଖ) $-32 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = (-2)^5$

ଉଦାହରଣ - 4

ନିମ୍ନ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରାଶିଗୁଡ଼ିକୁ ବିସ୍ତାରିତ ରୂପରେ ଲେଖ ।

(କ) a^4 (ଖ) b^5 (ଗ) $(ab)^3$

ସମାଧାନ :

(କ) $a^4 = a \times a \times a \times a$

(ଖ) $b^5 = b \times b \times b \times b \times b$

(ଗ) $(ab)^3 = ab \times ab \times ab$

$= a \times b \times a \times b \times a \times b = a \times a \times a \times b \times b \times b$

ଉଦାହରଣ - 5

ନିମ୍ନ ଘାତ ରାଶିଗୁଡ଼ିକର ମାନ ସ୍ଥିର କର ।

$(1)^5$, $(-1)^3$, $(-1)^6$, $(-10)^3$, $(-2)^3$

ସମାଧାନ :

$(1)^5 = 1\times1\times1\times1\times1=1$

$(-1)^3 = (-1)\times(-1)\times(-1)$

$= 1\times(-1) = -1$

$(-1)^6 = (-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)$

$= 1\times1\times1 = 1$

$(-10)^3 = (-10)\times(-10)\times(-10)$

$= 100\times(-10) = -1000$

$(-2)^3 = (-2)\times(-2)\times(-2)$

$= (+4)\times(-2) = -8$

କହିଲ ଦେଖି :
$(1)^{10}$ ଓ $(1)^8$ ମଧ୍ୟରେ ବଡ଼ କେଉଁଟି ?
$(-1)^5$ ଓ $(-1)^{11}$ ମଧ୍ୟରେ ସାନ କେଉଁଟି ?

ଋଣାତ୍ମକ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଘାତରାଶିର ଘାତାଙ୍କ ଯୁଗ୍ମସଂଖ୍ୟା ହେଲେ, ଘାତରାଶିଟି ଧନାତ୍ମକ ହୁଏ । ସେହିପରି, ଋଣାତ୍ମକ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଘାତରାଶିର ଘାତାଙ୍କ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ, ଘାତରାଶିଟି କି ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

ଉଦାହରଣ - 6

ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ଘାତ ରାଶିମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) 500 (ଖ) 392

ସମାଧାନ :

(କ) $500 = 2\times2\times5\times5\times5$

$= 2^2\times5^3$

(ଖ) $392 = 2\times2\times2\times7\times7$

$= 2^3\times7^2$

2	500
2	250
5	125
5	25
	5

2	392
2	196
2	98
7	49
	7

ଜାଣିଛ କି ?

(-1) ର ଘାତ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ ଘାତରାଶିର ମାନ -1 ହେବ, (-1) ର ଘାତ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ ଘାତ ରାଶିର ମାନ 1 ହେବ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 4.1

1. ନିମ୍ନ ଘାତ ରାଶିମାନଙ୍କର ମାନ ସ୍ଥିର କର ।

(କ) 2^6 (ଖ) 9^3 (ଗ) 10^4 (ଘ) 5^4

2. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର । ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆଧାର ଓ ଘାତାଙ୍କକୁ ଚିହ୍ନାଅ ।

(କ) 512 (ଖ) 343 (ଗ) 729 (ଘ) 625

3. ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) $6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$

(ଖ) $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

(ଗ) $p \times p \times p$

(ଘ) $a \times a \times a \times a \times a$

(ଙ) $r \times r \times r \times r \times r \times r$

4. ଦିଆଯାଇଥିବା ଘାତ ରାଶି ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ କିଏ ବଡ଼ ସ୍ଥିର କର ।

(କ) 4^3 ଓ 3^4

(ଖ) 5^3 ଓ 3^5

(ଗ) 2^8 ଓ 8^2

(ଘ) 2^{10} ଓ 10^2

କହିଲ ଦେଖି :
0^5 ଓ 0^{13} ମଧ୍ୟରେ ବଡ଼ କିଏ କହିପାରିବ କି ?

5. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଘାତ ରାଶିର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) 648 (ଖ) 432 (ଗ) 3600

6. ସରଳ କର ।

(କ) 2×10^3 (ଖ) $7^2 \times 2^2$

(ଗ) $2^3 \times 5^2$ (ଘ) $3^2 \times 4^3$

(ଙ) $3^2 \times 2^3 \times 5^2$ (ଚ) $5^2 \times 3^2 \times 2^2$

7. ସରଳ କର ।

(କ) $(-4)^3$ (ଖ) $(-2)^3 \times (-3)^2$

(ଗ) $(-3)^2 \times 2^4$ (ଘ) $(-2)^3 \times (-10)^3$

4.3. ଘାତାଙ୍କୀୟ ନିୟମ :

4.3.1. ସମ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶି ମାନଙ୍କର ଗୁଣନ

ଉଦାହରଣ - 1

ଆସ, $2^2 \times 2^3$ କୁ ଗୋଟିଏ ଘାତରାଶି ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ।

$2^2 \times 2^3$

$= (2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 2^{2+3}$

ଯେହେତୁ 5 କୁ (2+3) ରୂପେ ଲେଖାଯାଇପାରେ ।

ଦୁଇଟି 2 ଓ ତିନୋଟି 2 ର ଗୁଣନ ହେଉଛି ପାଞ୍ଚଟି 2 ର ଗୁଣନ । 2^2 ଓ 2^3 ସମ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ହେତୁ $2^2 \times 2^3 = 2^{2+3}$ ହେବ ।

ଉଦାହରଣ - 2

ସେହିପରି $(3)^4 \times (3)^3 = \{(3) \times (3) \times (3) \times (3)\} \times \{(3) \times (3) \times (3)\}$

$= (3) \times (3) \times (3) \times (3) \times (3) \times (3) \times (3) = (3)^7 = (3)^{4+3}$

ଏଣୁ $(3)^4 \times (3)^3 = (3)^{4+3}$

ଉଦାହରଣ - 3

$a^2 \times a^6 = (a \times a) \times (a \times a \times a \times a \times a \times a)$

$= a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a = a^8$

ଏଣୁ $a^2 \times a^6 = a^{2+6}$

ଆମେ ପାଇଥିବା ଗୁଣଫଳକୁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଲେଖିବା ।

ଉଦାହରଣ	ପ୍ରଥମ ଘାତରାଶି	ଦ୍ୱିତୀୟ ଘାତରାଶି	ଘାତରାଶି ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ
1	2^2	2^3	2^5
2	3^4	3^3	3^7
3	a^2	a^6	a^8

ଉପର ସାରଣୀରୁ ତୁମେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

ଆମେ ନିମ୍ନ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେବା ।

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

ଏଠାରେ a ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ m ଓ n ପ୍ରତ୍ୟେକେ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ।

1. ନିଜେ ପରୀକ୍ଷା କରି ସତ୍ୟତା ପ୍ରତିପାଦନ କର ।

   (କ) $3^2 \times 3^3 = 3^5$ (ଖ) $4^2 \times 4^2 = 4^4$

2. ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ଗୋଟିଏ ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

   (କ) $2^3 \times 2^5$ (ଖ) $p^3 \times p^4$ (ଗ) $5^2 \times 5^3$

ଆସ, ସମ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ତିନୋଟି ଘାତ ରାଶିର ଗୁଣନ କରିବା ।

$5^2 \times 5^3 \times 5^4 = (5^2 \times 5^3) \times 5^4$ (ଗୁଣନର ସହଯୋଗୀ ନିୟମ)

$= 5^{2+3} \times 5^4$ (ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

$= 5^{2+3+4}$ (ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

$= 5^9$

କହିଲ ଦେଖି : $2^3 \times 3^2$ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲାବେଳେ ତୁମେ ଘାତାଙ୍କକୁ ଯୋଗ କରିପାରିବ କି ? କାରଣ କହ ।

ସେହିପରି, $a^m \times a^n \times a^p = (a^m \times a^n) \times a^p$ (ଗୁଣନର ସହଯୋଗୀ ନିୟମ)

$= a^{m+n} \times a^p$ (ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

$= a^{m+n+p}$ (ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

$$a^m \times a^n \times a^p = a^{m+n+p}$$

ଯେଉଁଠି a ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ m, n ଓ p ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା

4.3.2 ସମ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତ ରାଶି ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଭାଗକ୍ରିୟା

ଏବେ ସମ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ଘାତରାଶି ମଧ୍ୟରେ ଭାଗ କରିବା, ଯେଉଁଠି ଭାଜ୍ୟର ଘାତାଙ୍କ ଭାଜକର ଘାତାଙ୍କଠାରୁ ବଡ଼

ପ୍ରଥମ ଉଦାହରଣ : $3^5 \div 3^3$ କୁ ସରଳ କରିବା।

$$3^5 \div 3^3 = \frac{3^5}{3^3} = \frac{3\times3\times3\times3\times3}{3\times3\times3} = 3^2 = 3^{5-3} \quad (\text{ଯେହେତୁ } 2 = 5-3)$$

$$\therefore 3^5 \div 3^3 = 3^{5-3}$$

ଦ୍ୱିତୀୟ ଉଦାହରଣ : $5^4 \div 5^2 = \frac{5^4}{5^2} = \frac{5\times5\times5\times5}{5\times5} = 5^2 = 5^{4-2}$

$$\therefore 5^4 \div 5^2 = 5^{4-2}$$

ତୃତୀୟ ଉଦାହରଣ : a ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ $a^7 \div a^4$ କେତେ ସ୍ଥିର କରିବା।

$$\frac{a^7}{a^4} = \frac{a\times a\times a\times a\times a\times a\times a}{a\times a\times a\times a} = a^3 = a^{7-4}$$

ଏଣୁ $\frac{a^7}{a^4} = a^{7-4}$

ଆସ, ଉପରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଥିବା ତିନୋଟି ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା।

ପ୍ରଥମ ଉଦାହରଣ : $3^5 \div 3^3 = 3^{5-3}$

ଦ୍ୱିତୀୟ ଉଦାହରଣ : $5^4 \div 5^2 = 5^{4-2}$

ତୃତୀୟ ଉଦାହରଣ : $a^7 \div a^4 = a^{7-4}$

ଉପରୋକ୍ତ ଉଦାହରଣ ତିନୋଟିରେ ତୁମେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉଦାହରଣରେ-

- ଭାଜ୍ୟ ଓ ଭାଜକ ଉଭୟର ଆଧାର ସମାନ। ଭାଗଫଳର ଆଧାର ମଧ୍ୟ ଭାଜ୍ୟ ବା ଭାଜକର ଆଧାର ସଙ୍ଗେ ସମାନ।
- ଭାଗଫଳର ଘାତାଙ୍କ ପାଇବା ପାଇଁ ନିଆଯାଇଥିବା ଭାଜ୍ୟର ଘାତାଙ୍କରୁ ଭାଜକର ଘାତାଙ୍କକୁ ବିୟୋଗ କରାଯାଇଛି। ସାଧାରଣ ଭାବେ ଏହାକୁ ଆମେ ନିମ୍ନମତେ କହିପାରିବା।

a ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ m ଓ n ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା (ଯେଉଁଠି $m > n$) ହେଲେ $a^m \div a^n = a^{m-n}$

ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ଏକ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର।

(କ) $2^9 \div 2^3$

(ଖ) $10^5 \div 10^3$

(ଗ) $9^{11} \div 9^7$

(ଘ) $20^{15} \div 20^7$

କହିଲ ଦେଖି :
ଏହି ନିୟମର ସାହାଯ୍ୟ ନେଇ 4^5 କୁ 2^5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକରି ପାରିବା କି ? (ସୂଚନା : ପ୍ରଥମେ 4^5 କୁ 2 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶିରେ ପରିଣତ କର)

4.3.3 ଏକ ଘାତ ରାଶିର ଘାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ

(i) $(2^3)^2$ କୁ ଏକ ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ।

$(2^3)^2 = 2^3 \times 2^3 = 2^{3+3}$ (ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

ଏଣୁ $(2^3)^2 = 2^{3\times2}$

(ii) ସେହିପରି $(3^2)^4 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2$

$= (3^2 \times 3^2) \times (3^2 \times 3^2)$ (ଗୁଣନର ସହଯୋଗୀ ନିୟମ)

$= 3^{2+2} \times 3^{2+2}$ (ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

$= 3^{2+2+2+2}$ (ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

$= 3^{2\times4}$

(iii) ସେହିପରି a ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ $(a^3)^4$ କେତେ ସ୍ଥିର କରିବା -

$(a^3)^4 = a^3 \times a^3 \times a^3 \times a^3 = (a^3 \times a^3) \times (a^3 \times a^3)$ (କେଉଁ ନିୟମର ବ୍ୟବହାର ହୋଇଛି ?)

$= a^{3+3} \times a^{3+3}$ (କେଉଁ ନିୟମର ବ୍ୟବହାର ହୋଇଛି ?)

$= a^{3+3+3+3}$ (କେଉଁ ନିୟମର ବ୍ୟବହାର ହୋଇଛି ?)

$= a^{3\times4}$

ଉପରୋକ୍ତ ଉଦାହରଣରୁ ଆମେ ନିମ୍ନ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେଲେ -

a ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ m ଓ n ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ $(a^m)^n = a^{mn}$
ଏହାକୁ **ଘାତରାଶିର ଘାତ ନିୟମ** କୁହାଯାଏ ।

✎ ନିମ୍ନ ଘାତରାଶିର ଘାତକୁ ଏକ ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) $(7^3)^6$ (ଖ) $(5^2)^3$ (ଗ) $(4^3)^5$

4.3.4 ସମଘାତାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ

(i) $2^3 \times 3^3$ କୁ ଏକ ଘାତରାଶିରେ ପରିଣତ କରିବା ।

$2^3 \times 3^3 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$= (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3)$

$= (2 \times 3)^3$

$\therefore 2^3 \times 3^3 = (2 \times 3)^3$

(ii) $4^4 \times 3^4 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

$= (4 \times 3) \times (4 \times 3) \times (4 \times 3) \times (4 \times 3)$

$= (4 \times 3)^4$

$\therefore 4^4 \times 3^4 = (4 \times 3)^4$

(iii) ସେହିପରି a ଓ b ଉଭୟେ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ -

$$a^5 \times b^5 = a \times a \times a \times a \times a \times b \times b \times b \times b \times b$$
$$= (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b)$$
$$= (a \times b)^5$$

$\therefore\ a^5 \times b^5 = (a \times b)^5$

ଉପରୋକ୍ତ ଉଦାହରଣରୁ ଆମେ ନିମ୍ନ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେଲେ -

> a ଓ b ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ,
> $a^m \times b^m = (ab)^m$ (ଯେଉଁଠି m ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା)

ନିମ୍ନ ସମ ଘାତାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶି ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳକୁ ଏକ ଘାତ ରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର।

(କ) $5^2 \times 3^2$ (ଖ) $3^3 \times a^3$ (ଗ) $a^4 \times b^4$

(a ଓ b ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା)

ଉଦାହରଣ :

$3^2 \times 5^2$ ଓ $(5^2)^3$ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଟି ବଡ଼ ସ୍ଥିର କର।

ସମାଧାନ :

ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀ :

$3^2 \times 5^2 = (3 \times 5)^2$
$= (15)^2 = 225$

ପୁନଶ୍ଚ $(5^2)^3 = 5^{2\times3}$
$= 5^6 = 15625$

ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ :

$3^2 \times 5^2 = 9 \times 25$ ବା 25 ର 9 ଗୁଣ

$(5^2)^3 = (25)^3$
$= 25 \times 25 \times 25$
$= 25 \times (25 \times 25)$
$= 25 \times 625$ ବା 25 ର 625 ଗୁଣ

$\therefore\ 3^2 \times 5^2$ ଅପେକ୍ଷା $(5^2)^3$ ବଡ଼।

ଉଦାହରଣ :

$\left[(2^2)^3 \times 3^6\right] \times 5^6$ କୁ ଏକ ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର।

ସମାଧାନ : $\left[(2^2)^3 \times 3^6\right] \times 5^6 = \left[2^{2\times3} \times 3^6\right] \times 5^6$ (ଘାତରାଶିରେ ଘାତ ନିୟମ)

$= \left[2^6 \times 3^6\right] \times 5^6$

$= (2 \times 3)^6 \times 5^6$ (ସମ ଘାତାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

$= 6^6 \times 5^6$

$= (6 \times 5)^6$ (ସମ ଘାତାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

$= 30^6$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 4.2

1. ଘାତାଙ୍କୀୟ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ଘାତରାଶିରେ ପରିଣତ କର ।

(କ) $2^3 \times 2^4 \times 2^5$ (ଖ) $6^{15} \div 6^{12}$ (ଗ) $a^3 \times a^7$

(ଘ) 7×7^2 (ଙ) $5^2 \div 5^3$ (ଚ) $2^5 \times 3^5$

(ଛ) $a^4 \times b^5$ (ଜ) $(3^4)^3 \times (2^6)^2$ (ଝ) $(2^{10} \div 2^8) \times 2^3$

2. ସରଳ କରି ଏକ ଘାତରାଶିରେ ପରିଣତ କର ।

(କ) $\dfrac{2^3 \times 3^4 \times 4}{3 \times 3^3}$ (ଖ) $\dfrac{3 \times 7 \times 11^8}{21 \times 11^3}$

(ଗ) $\left[(5^2)^3 \times 5^4\right] \div 5^7$ (ଘ) $25^4 \div 5^3$

(ଙ) $\dfrac{3^7}{3^4 \times 3^3}$ (ଚ) $\dfrac{2^4 \times a^5}{4^2 \times a}$

(ଛ) $(2^3 \times 2)^2 \div 2^5$ (ଜ) $\left(\dfrac{a^5}{a^3}\right) \times a^8$

3. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକାଧିକ ଘାତରାଶିର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) 270   (ଖ) 768   (ଗ) 108×192 (ଘ) 729×64

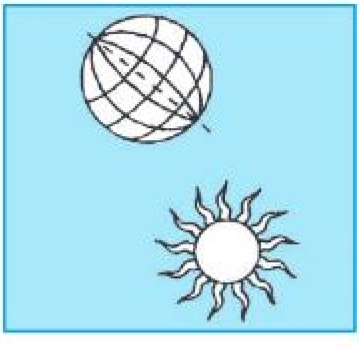
4. ସରଳ କର ।

(କ) $\{(4)^2\}^2$ (ଖ) $(6)^3 \div (6)$ (ଗ) $(2)^3 \times (3)^3 \div (6)^3$

(ଘ) $(5)^2 \times (5)^4 \div (5)^2$ (ଙ) $\dfrac{(2^5) \times 7^3}{8^3 \times 7}$ (ଚ) $\dfrac{3^2 \times 10^5 \times 25}{5^3 \times 6^4}$

4.4. ବୈଜ୍ଞାନିକ ପଦ୍ଧତିରେ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ

ବିଭିନ୍ନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ 65,000; 125,00,000; 35,00,000,00 ଆଦି ବଡ଼ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ(ଅଧିକ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା) ବ୍ୟବହାର କରୁ । ଏପରିକି କେତେକ ତଥ୍ୟକୁ ମଧ୍ୟ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ହିଁ ପ୍ରକାଶ କରିଥାଉ ।



ଯେପରି –

- ପୃଥିବୀଠାରୁ ସୂର୍ଯ୍ୟର ଦୂରତା ପ୍ରାୟ 149,600,000,000 ମି. ।
- ଆଲୋକର ବେଗ ସେକେଣ୍ଡ ପ୍ରତି ପ୍ରାୟ 300,000,000 ମିଟର ।
- ପୃଥିବୀର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ହେଉଛି ପ୍ରାୟ 5,976,000,000,000,000,000,000,000 କି.ଗ୍ରା.

ଏପରି ବଡ଼ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଛୋଟ ଆକାରରେ ଲେଖିଲେ ହିସାବ କରିବା, ମନେ ରଖିବା ଓ ବିଭିନ୍ନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବ୍ୟବହାର କରିବା ସୁବିଧାଜନକ ହୋଇଥାଏ ।

ଆସ ଦେଖିବା, ସେଗୁଡ଼ିକୁ କିପରି ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଆକାରରେ ଲେଖାଯାଏ ।

ଏବେ କହ, ଏହିଭଳି ବଡ଼ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ପଢ଼ିବାରେ ସୁବିଧା ହେଉଛି କି ? କାରଣ କ'ଣ କହ ।

ନିମ୍ନ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

$$48 = 4.8 \times 10 = 4.8 \times 10^1$$

$$480 = 4.8 \times 100 = 4.8 \times 10^2$$

$$4800 = 4.8 \times 1000 = 4.8 \times 10^3$$

$$48000 = 4.8 \times 10000 = 4.8 \times 10^4$$

କହିଲ ଦେଖି :
48000000 କୁ ଏହିପରି କିପରି ଲେଖାଯିବ ?

ଏଠାରେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଗୋଟିଏ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ରୂପରେ ଲେଖାଯାଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଛି । ସେ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ -

- ପ୍ରଥମଟି ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଯାହାର ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପୂର୍ବରୁ ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ଅଙ୍କ ରହିଛି, ଏହା ଫଳରେ ସଂଖ୍ୟାଟି 1 ବା ତା'ଠାରୁ ବଡ଼ କିନ୍ତୁ 10 ଠାରୁ ସାନ ।
- ଅନ୍ୟଟି 10 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଘାତରାଶି, ଯାହାର ଘାତାଙ୍କ ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ।

ଯଥା : $480 = 4.8 \times 10^2$

480	4.8	10^2
↓	↓	↓
ସଂଖ୍ୟା	ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା	10 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଘାତରାଶି

ଆଉ ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ନେବା ।

130,000,000 ସଂଖ୍ୟାକୁ ଆମେ ନିମ୍ନ ମତେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା ।

$$130,000,000 = 1.3 \times 100000000$$
$$= 1.3 \times 10^8$$

ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକରୁ ଦେଖିଲେ ଯେ, ମୂଳ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଛି । ପ୍ରଥମଟି ହେଉଛି 1 ବା ତା' ଠାରୁ ବଡ଼ ଓ 10 ଠାରୁ ସାନ ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା । ଅନ୍ୟଟି 10 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଘାତରାଶି ଯାହାର ଘାତାଙ୍କ ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ।

ଉପରୋକ୍ତ ପଦ୍ଧତିରେ ପ୍ରକାଶିତ ସଂଖ୍ୟା ରୂପକୁ ସଂଖ୍ୟାର **ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପ ବା ମାନକ ରୂପ** ଏବଂ ପ୍ରକାଶ ପଦ୍ଧତିଟିକୁ **ବୈଜ୍ଞାନିକ ପଦ୍ଧତି** କୁହାଯାଏ ।

ଆମେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପ କିପରି ପାଉ ତାହା ନିମ୍ନରେ ଦେଖ ।

3768.2 କୁ ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ।

$$= \frac{3768.2}{1000} \times 1000$$

[ଯେହେତୁ ପ୍ରଥମ ଅଂଶଟି 3.7682 ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ଏଣୁ 1000 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରାଗଲା । ସଂଖ୍ୟାଟି ନ ବଦଳିବା ଲାଗି 1000 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରାଗଲା ।]

$$= 3.7682 \times 1000$$
$$= 3.7682 \times 10^3$$

ତେବେ 1,00,000 କୁ କିପରି ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ?

$$1,00,000 = 1 \times 1,00,000$$
$$= 1.0 \times (10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10) \ [\because 1 = 1.0]$$
$$= 1.0 \times 10^5$$

ଏଣୁ ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପରେ ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାକୁ 1 ଅଥବା 1 ଓ 10 ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଭାବେ ନିଆଯାଇପାରେ ।

(ଟୀକା : 1 ଠାରୁ ଖୁବ୍ ସାନ ହୋଇଥିବା ଏକ ଧନାତ୍ମକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା (ଯେପରି 0.0000345) କୁ କିପରି ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ତାହା ପରେ ଜାଣିବ ।)

ଉଦାହରଣ :

ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପ ଦର୍ଶାଅ ।

(କ) 65,950 (ଗ) 5985.3

(ଖ) 34,30,000 (ଘ) 783.14

ସମାଧାନ :

(କ) $65,950 = 6.595 \times 10000 = 6.5950 \times 10^4$

(ଖ) $34,30,000 = 3.43 \times 1000000$
$= 3.43 \times 10^6$

(ଗ) $5985.3 = 5.9853 \times 1000 = 5.9853 \times 10^3$
(ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁଟି ବାମକୁ ତିନି ସ୍ଥାନ ଘୁଞ୍ଚିଗଲା)

(ଘ) $783.14 = 7.8314 \times 100$
$= 7.8314 \times 10^2$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 4.3

1. (କ) ଆଲୋକର ବେଗ ସେକେଣ୍ଡ ପ୍ରତି 300,000,000 ମିଟର । ଏହି ବେଗକୁ ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।
   (ଖ) ପୃଥିବୀଠାରୁ ଚନ୍ଦ୍ରର ହାରାହାରି ଦୂରତା ପ୍ରାୟ 384000000 ମିଟର । ଉକ୍ତ ଦୂରତାର ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପ ଲେଖ ।
2. ନିମ୍ନରେ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପ ଦିଆଯାଇଛି । ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ଲେଖ ।
   (କ) 9.8×10^4 (ଖ) 1.385×10^7
   (ଗ) 5.15×10^{10} (ଘ) 3.9×10^{11}
3. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉକ୍ତିରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପ ଲେଖ ।
   (କ) ପୃଥିବୀର ବ୍ୟାସ ପ୍ରାୟ 1,27,56,000 ମିଟର ।
   (ଖ) ସୂର୍ଯ୍ୟର ବ୍ୟାସ ପ୍ରାୟ 1,400,000,000 ମିଟର ।
   (ଗ) ଶନି ଗ୍ରହଠାରୁ ସୂର୍ଯ୍ୟର ଦୂରତା ପ୍ରାୟ 1,433,500,000,000 ମିଟର ।
   (ଘ) ପୃଥିବୀରେ ପ୍ରାୟ 1,353,000,000 ଘନ କି.ମି. ସମୁଦ୍ର ଜଳ ଅଛି ।

ପଞ୍ଚମ ଅଧ୍ୟାୟ

ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା

FNHPRX

5.1 ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ :

ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା (1, 2, 3..................) ଓ ସେମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଚାରି ମୌଳିକ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ ବିଷୟରେ ଜାଣିଛୁ । ତା' ପରେ '0' ସହିତ ସମସ୍ତ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସଂପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା (0, 1, 2, 3..........) ଓ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଚାରି ମୌଳିକ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ମଧ୍ୟ ଜାଣିଛୁ । ସଂପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜାଣିଛୁ । ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ମାନଙ୍କ ସଂପୃକ୍ତ ଚାରି ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଓ ସେମାନଙ୍କର ଧର୍ମ ବିଷୟରେ ମଧ୍ୟ ଜାଣିଛୁ । ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ବିଷୟରେ ମଧ୍ୟ ଜାଣିଛୁ, ଯେଉଁଥିରେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଲବ ଓ ହର ସର୍ବଦା ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା । ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ଆମେ ସଂଖ୍ୟା ପଦ୍ଧତି ସଂପର୍କରେ ଅଧିକ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

5.2 ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଆବଶ୍ୟକତା

ମନେକର, ତୁମେ ଗଣିତରେ 100 ରୁ 45 ନମ୍ବର ପାଇଛ । ଏହି 100 ରୁ 45 କୁ ସଂଖ୍ୟା ରୂପରେ $\frac{45}{100}$ ଲେଖାଯାଏ । $\frac{45}{100}$ କୁ ଏକ ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ବୋଲି ତୁମେ ଜାଣିଛ । ସେହିପରି, ଜଣେ 100 ଟଙ୍କାର ପରିବା କିଣି ତା'କୁ ବିକିବାରୁ ତା'ର 38 ଟଙ୍କା କ୍ଷତି କରିଥିବା କଥାକୁ 100 ଟଙ୍କାରେ କ୍ଷତି 38ଟଙ୍କା କୁହାଯାଏ । ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ କ୍ଷତି 38 ଟଙ୍କା ଅଥବା ଲାଭ – 38 ଟଙ୍କା ବୋଲି କୁହାଯାଇଥାଏ ''100 ଟଙ୍କାରେ – 38 ଟଙ୍କା'' ଲାଭକୁ ଆମେ ''ଲାଭ $\frac{-38}{100}$'' ଭାବେ ଲେଖିଥାଉ ।

ମନେକର, ତୁମ ପାଖରେ ଥିବା ମିଠେଇର 8 ଭାଗରୁ 3 ଭାଗ ହରିକୁ ଦେଲ । ତେବେ ହରିକୁ ଦେଇଥିବା ମିଠେଇ ପରିମାଣକୁ ତୁମ ମିଠେଇର $\frac{3}{8}$ ରୂପେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ । 100 ଟଙ୍କାରେ କିଣି ବିନା ଲାଭ ବା କ୍ଷତିରେ ବିକିଲେ ଆମେ କହୁ 100 ଟଙ୍କାରେ ଲାଭ ବା କ୍ଷତି 0 ଟଙ୍କା । ଏହି ପରିସ୍ଥିତିକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ $\frac{0}{100}$ ଲେଖିପାରିବା ।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର : $\frac{45}{100}, \frac{38}{100}, \frac{3}{8}$ ହେଉଛନ୍ତି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ।

ଆସ, ସଂଖ୍ୟାରେଖା ନେଇ କେତେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଉପସ୍ଥାପନ କରିବା ।

ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ +1 ଓ +2 ର ଠିକ୍ ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁକୁ A ଭାବେ ସୂଚାଯାଇଛି । A ବିନ୍ଦୁ ସୂଚାଉଥିବା ସଂଖ୍ୟାଟି ହେଉଛି $1\frac{1}{2}$ ବା $\frac{3}{2}$ ।

ଏବେ କହ ; '0' ର ବାମପଟକୁ –1 ଓ – 2 ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁଟି କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଇବ ? ତୁମେ ନିଶ୍ଚୟ କହିବ ଯେ, ଏହା ଏହି ବିନ୍ଦୁ $-1\frac{1}{2}$ କୁ

ସୂଉଛି । $-1\frac{1}{2}$ ବା $\frac{-3}{2}$ ଭଳି ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ପରିଚିତ ନୁହେଁ । ଏଭଳି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା କହିପାରିବା ନାହିଁ । ଏହା ଗୋଟିଏ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।

$\frac{45}{100}, \frac{3}{7}, \frac{0}{100}, \frac{3}{2}, \frac{-3}{2}$ ଭଳି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛନ୍ତି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।

ଏବେ, ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

2 ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା । ଏହାର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ହେଉଛି – 2 ।

ଏବେ କହ, 2 ସହ କେତେ ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ 0 ହେବ ।

ସେହିପରି,

+5 ସହ କେତେ ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ 0 ହେବ ?

+5 ସହ – 5 କୁ ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ 0 ହେବ ।

> **ଜାଣିଛ କି ?**
> କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ତା'ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀକୁ ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ 0 ମିଳିବ ।

ଏବେ କହ, $\frac{1}{2}$ ସହ କେତେ ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ 0 ମିଳିବ ?

$\frac{2}{5}$ ସହ କେତେ ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ 0 ମିଳିବ ?

ତୁମେ ନିଶ୍ଚୟ କହିବ କୌଣସି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ସହ ତା'ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀକୁ ଯୋଗ କଲେ ଯୋଗଫଳ 0 ହେବ । ଅର୍ଥାତ୍ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଏକ ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ।

ସଂପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମସ୍ତ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଓ ସେମାନଙ୍କର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀକୁ ଏକତ୍ର ନେଇ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ଗଠିତ ।

ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ $\frac{p}{q}$ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରିହେଉଥିବ ତାହା ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା, ଯେଉଁଠାରେ p ଓ q ଉଭୟ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ q ର ମୂଲ୍ୟ 0 ହେଉ ନ ଥିବ ।

$\frac{p}{q}$ ରେ ପ୍ରକାଶିତ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାରେ p କୁ ଲବ ଓ q କୁ ହର କୁହାଯାଇଥାଏ ।

✍ ଉତ୍ତର ଲେଖ ।

(କ) 3 ଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ଯାହାର ଲବ ଧନାତ୍ମକ ।

(ଖ) 3 ଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ଯାହାର ଲବ ଋଣାତ୍ମକ ।

(ଗ) 3 ଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ଯାହାର ଲବ ଶୂନ ।

(ଘ) 3 ଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ଯାହାର ହର ଧନାତ୍ମକ ।

5.2.1. ଧନାତ୍ମକ ଓ ଋଣାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା

$\frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \frac{9}{13}, \frac{3}{8}$ ଭଳି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡିକର ଲବ ଓ ହର ଉଭୟ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ।

ଏଭଳି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ ।

ଯେଉଁ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଲବ ବା ହର ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ଋଣାତ୍ମକ ତା'କୁ ଋଣାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ: $\frac{-1}{3}, \frac{-4}{5}, \frac{3}{-7}, \frac{5}{-8}$ ଇତ୍ୟାଦି ।

$\frac{-3}{-5}$ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା

ଏହାର ଲବ ଓ ହର ଉଭୟ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, $\frac{-3}{-5} = \frac{(-3)\times(-1)}{(-5)\times(-1)} = \frac{3}{5}$

ଅର୍ଥାତ୍ $\frac{-3}{-5}$ ହେଉଛି ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା

ଅର୍ଥାତ୍ ଯେଉଁ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଲବ ଓ ହର ଉଭୟ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା, ତାହା ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟ ।

ଜାଣିଛ କି ?

$\frac{0}{-3}$ ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।
ଏହା '0' ସହିତ ସମାନ ।

0 ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଯାହା ଧନାତ୍ମକ ନୁହେଁ କି ଋଣାତ୍ମକ ନୁହେଁ ।

ଯେହେତୁ $\frac{0}{7} = \frac{0}{-3} = \frac{0}{18} = 0$

2,3,5, ହେଉଛନ୍ତି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକୁ ଯଥାକ୍ରମେ $\frac{2}{1}, \frac{3}{1}$ ଓ $\frac{5}{1}$ ଭାବେ ଲେଖି ପାରିବା ।

ଏହାକୁ ଏପରି ଭାବେ ଲେଖିପାରିବା,

$2 = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{8}{4} = ...$

$3 = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = ...$

$-4 = \frac{-4}{1} = \frac{4}{-1} = \frac{-8}{2} = \frac{8}{-2} = ...$

କହିଲ ଦେଖି :
5 କୁ ସେହିଭଳି ଆମେ କିପରି ଲେଖିପାରିବା ।

ଏଠାରେ ଦେଖିଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ $\frac{p}{q}$ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇ ପାରେ ଯେଉଁଥିରେ । p ଓ q ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ $q \neq 0$ ।

ଜାଣିଛ କି ?

$q \neq 0$ କୁ q , 0 ସହ ସମାନ ନୁହେଁ ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ

ଅର୍ଥାତ୍ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଗୋଟିଏ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।

$\frac{1}{2}, \frac{1}{7}$ ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା । ଏହି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା କାହିଁକି ?

କିନ୍ତୁ $3, \frac{-2}{3}, \frac{0}{2}, \frac{-5}{7}, \frac{3}{-8}$ ହେଉଛି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା, ମାତ୍ର ଏଗୁଡ଼ିକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ନୁହଁନ୍ତି ।

ଅର୍ଥାତ୍ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା, ମାତ୍ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ।

ଉତ୍ତର ଲେଖ

10ଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

ଯେପରି ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ 5 ଟି ଉଭୟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଓ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଥିବେ ଏବଂ ଅନ୍ୟପାଞ୍ଚଟି କେବଳ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଥିବେ ମାତ୍ର ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ହେଉନଥିବେ ।

5.3 ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପ

ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

$\frac{3}{5}, \frac{-5}{8}, \frac{4}{7}, \frac{-9}{11}, \frac{-3}{13}$

ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଲବ ଓ ହରର ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ବାହାର କର । କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

ଏଠାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଲବ ଓ ହରର ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ 1 ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକର ହର ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ କେବଳ ଲବରେ ଉଭୟ ଧନାତ୍ମକ ଓ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଛି । ଏହି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପରେ ଅଛି ।

✍ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପରେ ଅଛନ୍ତି ?

$\frac{5}{12}, \frac{-5}{7}, \frac{3}{4}, \frac{-45}{30}, \frac{12}{-19}, \frac{36}{-24}, \frac{28}{35}$

5.3.1 ପ୍ରମାଣିକ ରୂପରେ ନ ଥିବା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପକୁ ପରିବର୍ତ୍ତନ:

ଉଦାହରଣ: $\frac{-45}{60}$ କୁ ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ସମାଧାନ:

ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀ

$$\frac{-45}{60} = \frac{-45 \div 3}{60 \div 3} = \frac{-15}{20} = \frac{-15 \div 5}{20 \div 5} = \frac{-3}{4}$$

କିମ୍ବା

ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ

45 ଓ 60 ର ଗ.ସା.ଗୁ = 15

ତେଣୁ $\frac{-45}{60} = \frac{-45 \div 15}{60 \div 15} = \frac{-3}{4}$

ଏବେ କହ-

- ଉଭୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଉତ୍ତର ସମାନ ହେଉଛି କି ?
- ଉଭୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାରେ କ'ଣ କ'ଣ ଭିନ୍ନତା ଅଛି ?

ଉଦାହରଣ : ନିମ୍ନ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରମାଣିକ ରୂପ ଲେଖ ।

(କ) $\frac{48}{-36}$ (ଖ) $\frac{-21}{-35}$

ସମାଧାନ :

(କ) 48 ଓ 36ରେ ଗ.ସା.ଗୁ. = 12

$\frac{48}{-36}$ ର ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଆମକୁ ଉଭୟ ଲବ ଓ ହରକୁ (– 12) ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

$$\therefore \frac{48}{-36} = \frac{48 \div (-12)}{-36 \div (-12)} = \frac{-4}{3}$$

(ଗ) 21 ଓ 35ର ଗ.ସା.ଗୁ = 7

$\frac{-21}{-35}$ କୁ ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ପାଇଁ ଏହାର ଲବ ଓ ହର ଉଭୟଙ୍କୁ (-7) ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବାକୁ ହେବ ।

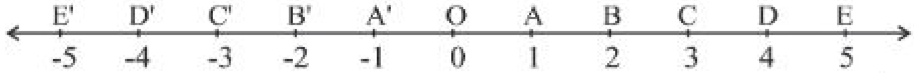
$$\frac{-21}{-35} = \frac{-21 \div (-7)}{-35 \div (-7)} = \frac{3}{5}$$

ଜାଣିଛ କି ?

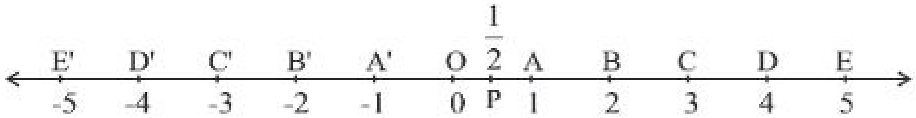
କୌଣସି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପ ପାଇଁ ଉଭୟ ଲବ ଓ ହରକୁ ସେମାନଙ୍କର ଗ.ସା.ଗୁ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରାଯିବ । ଯଦି ହରଟି ଋଣାତ୍ମକ ଥିବ ତେବେ ଉଭୟ ଲବ ଓ ହରକୁ ଗ.ସା.ଗୁର ଋଣାତ୍ମକ ରୂପ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରାଯିବ ।

5.3.2. ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା କୁ ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ପ୍ରକାଶ

ଆମେ ଆଗରୁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ସୂଚାଇବା ଜାଣିଛେ । ବର୍ତ୍ତମାନ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ କିପରି ସୂଚାଇବା ତାହା ଆଲୋଚନା କରିବା । ସଂଖ୍ୟାରେଖାର '0' ର ଡାହାଣକୁ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଓ ବାମକୁ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଦର୍ଶାଯାଇଥାଏ ।



ଆସ ଦେଖିବା, ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ କିପରି ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ଉପସ୍ଥାପନ କରାଯାଏ । ମନେକର, ଆମେ $\frac{1}{2}$ କୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଉପସ୍ଥାପନ କରିବା । ଏଥିପାଇଁ ପ୍ରଥମେ 0 ଓ 1 ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଦୂରତାକୁ ଦୁଇ ସମାନ ଭାଗ କରିବା । ମନେକର ସେମାନଙ୍କର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ 'P' ।

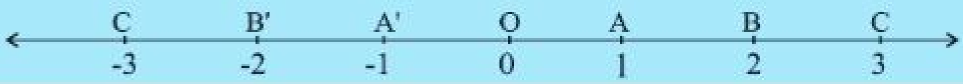


ତେଣୁ $OP = PA = \frac{1}{2}$

ଏବେ ଆମେ $\frac{-1}{2}$ କୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଦର୍ଶାଇବା ଆମେ ଜାଣିଛୁ $\frac{1}{2}$ ରେ $\frac{-1}{2}$ ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ 0 ହେବ ।

ଅର୍ଥାତ୍, ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ 0 ଠାରୁ $\frac{1}{2}$ ର ଦୂରତା ଡାହାଣକୁ ଯେତେ, 0 ଠାରୁ $\frac{-1}{2}$ ର ଦୂରତା ବାମ ପଟକୁ ସେତେ ।

ତୁମେ ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ $\frac{-1}{2}$ କୁ ଦର୍ଶାଇବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ।

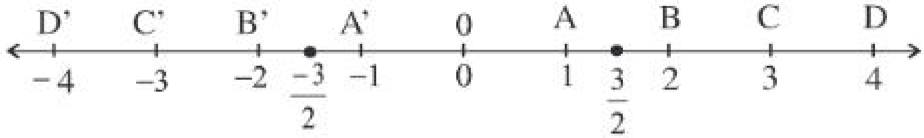


ଲକ୍ଷ୍ୟ କର : 0 ଠାରୁ A' ର ଦୂରତା 1 ଏକକ । 0 ଠାରୁ ବାମପଟେ ଥିବାରୁ A' ର ସୂଚକ ସଂଖ୍ୟାଟି ହେଉଛି -1 । 0 ଓ A' ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ବିନ୍ଦୁ ହେଉଛି $\frac{-1}{2}$ ।

ମନେକର, ଆମେ $\frac{3}{2}$ ଓ $\frac{-3}{2}$ କୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଉପସ୍ଥାପନ କରିବା ।

ପ୍ରଥମେ $\frac{3}{2}$ କୁ ମିଶ୍ର ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କର । $\frac{3}{2}$ କୁ ମିଶ୍ରସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କଲେ $1\frac{1}{2}$ ହେବ ।

ଏଥିରୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ ଏହା 1 ଓ 2 ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥାନ କରିବ । ସେହିପରି ମଧ୍ୟ $\frac{-3}{2}$ ର ଅବସ୍ଥିତି ହେଉଛି –1 ଓ –2 ମଧ୍ୟରେ । କାରଣ $\frac{3}{2}$ ଟି 0 ର ଡାହାଣକୁ ଯେତେ ଦୂରରେ ଅଛି $\frac{-3}{2}$ ଟି 0 ର ବାମକୁ ସେତିକି ଦୂରରେ ଅଛି ।



ଉଦାହରଣ:

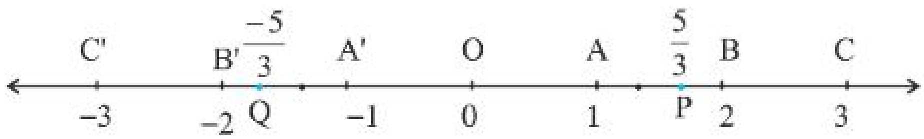
$\frac{5}{3}$ ଓ $\frac{-5}{3}$ କୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଉପସ୍ଥାପନ କର ।

ସମାଧାନ:

ସୋପାନ 1 : $\frac{5}{3}$ ଏକ ଅପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା $\frac{5}{3}$ କୁ ମିଶ୍ରସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶକଲେ $1\frac{2}{3}$ ହେବ ।

ସୋପାନ 2 : $1\frac{2}{3}$ ର ଅର୍ଥ ତେଣୁ 1 ଓ 1 ର ଦୁଇ-ତୃତୀୟାଂଶ । ତେଣୁ ଏହା 1 ଓ 2 ମଧ୍ୟରେ ରହିବ ।

ସୋପାନ 3 : $\frac{5}{3}$ ବା $1\frac{2}{3}$କୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଦର୍ଶାଇବାକୁ ହେଲେ 1 ଓ 2 ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଦୂରତାକୁ ସମାନ ତିନି ଭାଗ କରି ସେଥିରୁ 2 ଭାଗ ନେବାକୁ ହେବ ।



ସୋପାନ 4 : A ଓ B ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଦୂରତାକୁ 3 ସମାନ ଭାଗ କରାଯାଇ – $1\frac{2}{3}$ କୁ P ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱାରା ସୂଚାଯାଇଛି ।

ସୋପାନ 5 : '0' ଠାରୁ 'P' ର ଦୂରତା ଯେତେ, 0 ର ବାମ ପଟକୁ ସେତିକି ଦୂରତାରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁଟି ହେଉଛି $-1\frac{2}{3}$ ବା $\frac{-5}{3}$ । ଏହାକୁ Q ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଯାଉଛି ।

✍ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଅଙ୍କନକରି ସେଥିରେ $\frac{7}{3}$ ଓ $\frac{-7}{3}$ କୁ ସୂଚାଅ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 5.1

1. ନିମ୍ନ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଧନାତ୍ମକ ଓ ଋଣାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ବାଛ ।

$\frac{5}{5}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{3}{-5}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{-3}{-17}$, $\frac{-25}{-6}$, $\frac{-13}{9}$, $\frac{-15}{28}$, $\frac{5}{-6}$

2. ନିମ୍ନ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସେମାନଙ୍କର ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) $\frac{-22}{55}$ (ଖ) $\frac{16}{-24}$ (ଗ) $\frac{77}{132}$ (ଘ) $\frac{64}{24}$ (ଙ) $\frac{-27}{-15}$

3. $\frac{-55}{-27}$ କୁ ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରିବାର ସୋପାନଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ।

4. ନିମ୍ନ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ ଦେଖାଅ ।

(କ) $\frac{2}{3}$ (ଖ) $\frac{-4}{5}$ (ଗ) $\frac{-8}{3}$ (ଘ) $\frac{5}{2}$

5.4 ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ଚାରି ମୌଳିକ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା

ପୂର୍ବରୁ ଆମେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ଯୋଗ, ବିୟୋଗ, ଗୁଣନ ଓ ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରିଛୁ । ଏଠାରେ ଆମେ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ, ବିୟୋଗ, ଗୁଣନ ଓ ହରଣ ସଂପର୍କରେ ପର୍ଯ୍ୟାୟ କ୍ରମେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

5.4.1 ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଯୋଗ:

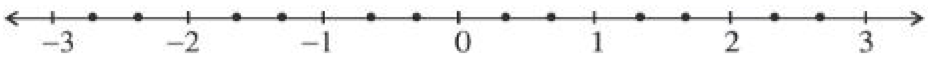
ଜାଣିଛ କି ?

1 କୁ $\frac{3}{3}$ 2 କୁ $\frac{6}{3}$ ଓ 3 କୁ $\frac{9}{3}$ ଭାବେ ଲେଖା ଯାଏ ।

- ଆସ, ସମ ହର ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କରିବା ।

  ବୁଇନା $\frac{2}{3}$ ଓ $\frac{-4}{3}$ କୁ ଯୋଗ କରିବା ପାଇଁ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଟାଣି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଉପସ୍ଥାପନ କଲା ।
- ବୁଇନା ପ୍ରଥମେ ଯୋଗକରିବାକୁ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ମିଶ୍ର ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କଲା । ସେ ପାଇଲା

  $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ ଓ $\frac{-4}{3} = -1\frac{1}{3}$
- ସେ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ –2 ରୁ –1, –1ରୁ 0, 0 ରୁ 1, 1 ରୁ 2, 2 ରୁ 3 ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଘରଗୁଡ଼ିକୁ ସମାନ ତିନିଭାଗରେ ପରିଣତ କଲା । $-2\frac{2}{3} + \left(-1\frac{1}{3}\right) = \left(-1\frac{1}{3}\right) + 2\frac{2}{3}$



ବର୍ତ୍ତମାନ କହ:

- –2 ଓ –1 ମଧ୍ୟରେ କେତୋଟି ଛୋଟ ଭାଗ ଅଛି ? ପ୍ରତ୍ୟେକ ଛୋଟ ଭାଗର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚଉଛି ।
- $-1\frac{1}{3}$ ଘରଟି ଶୂନର କେଉଁ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ରହିବ ?
- $-1\frac{1}{3}$ ସଂଖ୍ୟାଟି କେଉଁ ଦୁଇ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଅଛି ?
- $-1\frac{1}{3}$ ସହ $2\frac{2}{3}$ ମିଶାଇବାକୁ ହେଲେ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଡାହାଣ ବା ବାମ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ଦିଗକୁ ଯିବାକୁ ହେବ ?
- $-1\frac{1}{3}$ ଠାରୁ $2\frac{2}{3}$ ଘର ଡାହାଣକୁ ଆସିଲେ ଆମେ କେଉଁଠାରେ ପହଞ୍ଚିବା ?
- ଅର୍ଥାତ୍ ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟିର ଯୋଗଫଳ କେତେ ପାଇଲେ ?

✍ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଅଙ୍କନକରି ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟକର ।

(କ) $\frac{-1}{2}+\frac{3}{2}$ (ଖ) $\frac{3}{4}+\frac{-7}{4}$

ସମହର ବିଶିଷ୍ଟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଯୋଗ କରିବାର ଅନ୍ୟ ଏକ ଉପାୟ ଜାଣିବା । ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣ ଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ।

ଉଦାହରଣ : (କ) $\frac{3}{7}+\left(\frac{-6}{7}\right)$ (ଖ) $\frac{1}{-2}+\frac{3}{-2}$ (ଗ) $\frac{3}{-4}+\left(\frac{-1}{4}\right)$

ସମାଧାନ : (କ) $\frac{3}{7}+\left(\frac{-6}{7}\right)=\frac{3+(-6)}{7}=\frac{-3}{7}$

(ଖ) $\frac{1}{-2}+\frac{3}{-2}=\frac{1+3}{-2}=\frac{-4}{2}=-2$

(ଗ) $\frac{3}{4}+\left(\frac{-1}{4}\right)=\frac{3+(-1)}{4}=\frac{2}{4}$

ଜାଣିଛ କି ?

ଦୁଇଟି ସମହର ବିଶିଷ୍ଟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗକଲାବେଳେ ଯୋଗଫଳର ହରକୁ ସମାନ ରଖାଯାଇ ଲବ ଦୁଇଟିର ଯୋଗଫଳକୁ ଲବ ଭାବେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥାଏ ।

✍ ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର

(କ) $\frac{5}{7}+\left(\frac{-6}{7}\right)$ (ଖ) $-1\frac{3}{5}+\frac{2}{5}$

ଏବେ ହର ଅସମାନ ହୋଇଥିବା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କଲା ବେଳେ ପ୍ରଥମେ ସେମାନଙ୍କୁ ସମହର ବିଶିଷ୍ଟ କରାଯାଏ । ତା' ପରେ ନୂତନ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ଲବର ସମଷ୍ଟିକୁ ଲବ ରୂପେ ଏବଂ ସାଧାରଣ ହରଟିକୁ ହର ରୂପେ ନେଇ ଯେଉଁ ନୂତନ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଟି ମିଳେ ତାହା ସେମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ ଅଟେ ।

- ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ ।

$$\frac{3}{5}+\frac{2}{7}=\frac{21}{35}+\frac{10}{35}=\frac{21+10}{35}=\frac{31}{35}$$

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ଏଠାରେ $\frac{3}{5}$ ର ହର 5 ଓ $\frac{2}{7}$ ର ହର ହେଉଛି 7,

5 ଓ 7 ର ଲ.ସା.ଗୁ. 35 ଅର୍ଥାତ $\frac{3}{5}$ ଓ $\frac{2}{7}$ ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ 35 ହର ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରାଯିବ ।

2ୟ ପ୍ରଣାଳୀ : $\frac{3}{5}+\frac{2}{7}$

ସୋପାନ-1 : 5 ଓ 7 ର ଲ.ସା.ଗୁ.= 35

ସୋପାନ-2 : 35 କୁ ଯୋଗଫଳର ହର ରୂପେ ଲେଖ ।

ସୋପାନ-3 : ହର ମାନଙ୍କର ଲ.ସା.ଗୁ (35) କୁ ପ୍ରଥମ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ହର ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ଯାହା ଭାଗଫଳ ହେବ ତାକୁ ସେହି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଲବ ସହିତ ଗୁଣନ କର $(35 \div 5)\times 3$ । ଏହା ହେବ ଯୋଗଫଳର ଲବର ପ୍ରଥମ ଅଂଶ ।

ସୋପାନ-4 : ହରମାନଙ୍କର ଲ.ସା.ଗୁ. (35) କୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ହର ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଯାହା ଭାଗଫଳ ହେବ, ତାକୁ ସେହି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଲବ ସହ ଗୁଣନକର $(35 \div 7) \times 2$ ।

ଏହା ହେବ ଯୋଗଫଳର ଲବର ଦ୍ୱିତୀୟ ଅଂଶ । ଲବର ଏହି ଦୁଇ ଅଂଶକୁ ଯୋଗକର । ଏହାକୁ ସଂକ୍ଷେପରେ ଏପରି ଲେଖାଯାଇ ପାରେ ।

$$= \frac{3 \times 7 + 2 \times 5}{35}$$

$$= \frac{21 + 10}{35}$$

$$= \frac{31}{35}$$

ଏଠାରେ ଦୁଇଟି ପ୍ରଣାଳୀରେ ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇଛି ।

ଏହି ଦୁଇଟି ପ୍ରଣାଳୀ ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ଭିନ୍ନତା ଅଛି ?

ଉଦାହରଣ

- ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ଗୋଟିଏ ଋଣାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ ।

$$\frac{11}{2} + (\frac{-5}{4}) = \frac{22}{4} + (\frac{-5}{4}) + \frac{22 + (-5)}{4} = \frac{22 - 5}{4} = \frac{17}{4} = 4\frac{1}{4}$$

ଉଦାହରଣ

- ଦୁଇଟି ଋଣାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ ।

$$(\frac{-8}{5}) + (\frac{-7}{11}) = (\frac{-88}{55}) + (\frac{-35}{55}) = \frac{(-88) + (-35)}{55} = \frac{-123}{55} = -2\frac{13}{55}$$

ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(କ) $\frac{5}{3} + \frac{3}{5}$ (ଖ) $(\frac{-3}{7}) + \frac{2}{3}$ (ଗ) $(\frac{-5}{6}) + (\frac{-3}{11})$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 5.2

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ଯୋଗ କର ।

(କ) $\frac{2}{9}, \frac{5}{9}$ (ଖ) $\frac{-3}{7}, \frac{5}{7}$ (ଗ) $\frac{5}{4}, \frac{-7}{4}$ (ଘ) $\frac{-17}{6}, \frac{-13}{6}$

2. ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର

(କ) $\frac{11}{2} + \frac{5}{4}$ (ଖ) $\frac{-3}{7} + \frac{7}{17}$ (ଗ) $\frac{5}{4} + \frac{-4}{3}$ (ଘ) $\frac{-1}{2} + \frac{-2}{7}$

3. x ଓ y ର ନିମ୍ନଲିଖିତ ମାନ ପାଇଁ ପ୍ରମାଣ କର $x+y=y+x$

(କ) $x=\frac{5}{7}\ ,y=\frac{-3}{2}$ (ଖ) $x=-8,\ y=\frac{9}{2}$

4. ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(କ) $\frac{-3}{10}+\frac{12}{-10}+\frac{14}{10}$ (ଖ) $\frac{-9}{11}+\frac{2}{3}+\frac{-3}{4}$ (ଗ) $2+\frac{-1}{2}+\frac{-3}{4}$

5.4.2. ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ବିୟୋଗ

ରୀତା ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାନେଲା $\frac{5}{9}$ ଓ $\frac{3}{11}$ । "$\frac{5}{9}$ ରୁ $\frac{3}{11}$ ର ବିୟୋଗକଲେ ବିୟୋଗଫଳ କେତେ ହେବ"- ପଚାରିଲା ସୋମେଶ୍ ।

ରୀତା କିପରି ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲା ଲକ୍ଷ୍ୟକର-

$$\frac{5}{9}-\frac{3}{11}=\frac{55-27}{99}=\frac{28}{99}$$

ସୋମେଶ୍ ଜାଣିଥିଲା ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାର ବିୟୋଗ କଲାବେଳେ ବିୟୋଗ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଯୋଗ ରୂପରେ ନିମ୍ନମତେ ଲେଖାଯାଏ ।

$$n-y=n+(-y)$$

ସେ $\frac{5}{9}$ ଓ $\frac{3}{11}$ ର ବିୟୋଗ ଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଲାଗି ନିମ୍ନ ପ୍ରଣାଳୀ ଅବଲମ୍ବନ କଲା ।

$$\frac{5}{9}-\frac{3}{11}=\frac{5}{9}+\left(\frac{-3}{11}\right)=\frac{55+(-27)}{99}=\frac{28}{99}$$

ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମାନ ବିୟୋଗଫଳ ବାହାରିଲା ।

ଦୁଇଟିଯାକ ପ୍ରଣାଳୀରେ ବିୟୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବିୟୋଗଫଳ ସମାନ ହେଉଛି କି ?

(କ) $\frac{7}{8}-\frac{5}{11}$ (ଖ) $\frac{7}{11}-\frac{8}{5}$ (ଗ) $\frac{11}{2}-\frac{5}{4}$ (ଘ) $\frac{-3}{7}-\frac{7}{11}$

ସୀତା ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାରୁ ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ବିୟୋଗ କଲା । ସେ କିପରି ବିୟୋଗ କଲା ଲକ୍ଷ୍ୟକର ।

$$\frac{5}{6}-(\frac{-2}{5})=\frac{5}{6}+\frac{2}{5}=\frac{25+12}{30}=\frac{37}{30}$$

ରହିମ୍ ଗୋଟିଏ ଋଣାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାରୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କଲା ।

$\left(-\frac{2}{5}\right)-\left(\frac{-3}{8}\right)=\left(\frac{-2}{5}\right)+\left(\frac{-3}{8}\right)$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ

$=\frac{-2}{5}+\frac{3}{8}$

$=\frac{-16}{40}+\frac{15}{40}$

$=\left(\frac{-1}{40}\right)$

ଜାଣିଛ କି ?

ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ବିୟୋଗ କଲାବେଳେ, ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ବିୟୋଗ କରାଯାଉ ଥାଏ ତା'ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀକୁ ଯୋଗ କଲେ ଆବଶ୍ୟକ ଉତ୍ତର ମିଳିଥାଏ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 5.3

1. ପ୍ରଥମ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାରୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କର ।

(କ) $\frac{11}{2}, \frac{5}{4}$ (ଖ) $\frac{-3}{11}, \frac{7}{11}$ (ଗ) $\frac{5}{4}, \frac{-4}{3}$ (ଘ) $\frac{5}{42}, \left(\frac{-6}{21}\right)$

2. ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର

(କ) $\frac{6}{7}-\frac{-5}{7}$ (ଖ) $\frac{7}{24}-\frac{5}{36}$ (ଗ) $\frac{9}{10}-\frac{7}{-15}$ (ଘ) $\frac{8}{23}-\frac{5}{11}$

5.4.3 ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ମାନଙ୍କର ଗୁଣନ

ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ସମ୍ପର୍କରେ ଆମେ ଜାଣିଛୁ । ଆସ, ତାହାକୁ ମନେ ପକାଇବା ।

$\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}=$ କେତେ ?

ଏହା ତୁମେ ଜାଣିଲ କିପରି ?

ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲେ ଯେ,

ଦୁଇଟି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ $=\frac{\text{1ମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଲବ} \times \text{2ୟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଲବ}}{\text{1ମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ହର} \times \text{2ୟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ହର}}$

ଜାଣିଛ କି ?
ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ମାତ୍ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ।

ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନର ଏହି ନିୟମକୁ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନରେ ବ୍ୟବହାର କରିବା ।

ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉଦାହରଣରେ ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନ କରାଯାଇଛି । ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଉଦାହରଣ-1:
$$\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{1\times3}{2\times4}=\frac{3}{8}$$

ଉଦାହରଣ-2:
$$\frac{1}{4}\times\left(\frac{-1}{3}\right)=\frac{1\times(-1)}{4\times3}=\frac{-1}{12}$$

ଉଦାହରଣ-3 :
$$\frac{-3}{5}\times\frac{2}{7}=\frac{(-3)\times2}{5\times7}=\frac{-6}{35}$$

ଉଦାହରଣ- 4 :
$$\frac{-2}{5}\times\frac{-3}{11}=\frac{(-2)\times(-3)}{5\times11}=\frac{6}{55}$$

ଏବେ ଉପର ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି ନିମ୍ନ ସାରଣୀର ଖାଲି ଘରଗୁଡ଼ିକ ପୂରଣ କର । ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ତୁମପାଇଁ କରିଦିଆଯାଇଛି ।

ଉଦାହରଣ	ପ୍ରଥମ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା	ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା	ଗୁଣଫଳ	ପ୍ରଥମ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା କେଉଁ ପ୍ରକାରର ?	ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା କେଉଁ ପ୍ରକାରର ?	ଗୁଣଫଳ କେଉଁ ପ୍ରକାରର ସଂଖ୍ୟା ?
ପ୍ରଥମ	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{8}$	ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା	ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା	ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା
ଦ୍ୱିତୀୟ						
ତୃତୀୟ						
ଚତୁର୍ଥ						

ଏହି ସାରଣୀରୁ ତୁମେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

ପ୍ରଥମ ଉଦାହରଣ : ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ଉଦାହରଣ : ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ଓ ଗୋଟିଏ ଋଣାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।

ସେହିପରି ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ଉଦାହରଣରୁ ତୁମେ କ'ଣ ସବୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ଲେଖ ।

ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(କ) $\frac{-5}{8}\times\frac{-9}{7}$ (ଖ) $\frac{5}{7}\times\frac{-7}{5}$ (ଗ) $3\times\frac{-7}{8}$ (ଘ) $\left(\frac{-4}{7}\right)\times\left(\frac{-7}{4}\right)$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 5.4

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(କ) $\frac{7}{24}\times-16$ (ଖ) $\frac{-3}{5}\times2$ (ଗ) $\frac{-7}{6}\times(-24)$ (ଘ) $\frac{5}{7}\times(\frac{-2}{3})$

(ଙ) $\frac{9}{8}\times\frac{32}{7}$ (ଚ) $\frac{50}{7}\times\frac{14}{7}$ (ଛ) $\frac{4}{7}\times\frac{2}{7}$ (ଜ) $\frac{13}{15}\times\frac{25}{26}$

2. ସରଳ କର ।

(କ) $(\frac{-16}{15}\times\frac{20}{8})-(\frac{15}{5}\times\frac{35}{5})$ (ଖ) $(\frac{13}{8}\times\frac{12}{13})+(\frac{-4}{9}\times\frac{3}{2})$

3. ପ୍ରମାଣ କର $x\times y=y\times x$ ଯେତେବେଳେ

(କ) $x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{3}{5}$ (ଖ) $x=\frac{2}{7}$, $y=\frac{-11}{8}$ (ଗ) $x=\frac{3}{5}$, $y=\frac{2}{9}$

5.4.4 ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଭାଗକ୍ରିୟା

ଏହା ପୂର୍ବରୁ ଆମେ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ସମ୍ପର୍କରେ ପଢ଼ିଛେ । ଆସ, ତାହାର ପୁନରାଲୋଚନା କରିବା ।

$\frac{3}{4}$ ରେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନ କଲେ ଗୁଣଫଳ 1 ହେବ ?

$\frac{3}{4}$ ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା । ଲବ 3 ଓ 4 ହର ।

ତୁମେ ନିଶ୍ଚୟ କହିବ ଯେ, $\frac{3}{4}$ ର ଲବ ଓ ହରକୁ ଓଲଟାଇ ଲେଖିଲେ (ଲବ ସଂଖ୍ୟାକୁ ହରସଂଖ୍ୟାରେ ଓ ହର ସଂଖ୍ୟାକୁ ଲବ ସଂଖ୍ୟାରେ ବଦଳାଇ) ଯେଉଁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ମିଳିବ ତାହାକୁ $\frac{3}{4}$ ସହ ଗୁଣିଲେ ଗୁଣଫଳ 1 ହେବ ।

✎ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

$5\times\frac{1}{5}=$ ______	$\frac{-5}{8}\times$ ______ $=1$
$8\times$ ____ $=1$	$\frac{3}{-11}\times$ ______ $=1$
$\frac{4}{7}\times$ ____ $=1$	$\frac{7}{15}\times$ ______ $=1$

ଜାଣିଛ କି ?

ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନ କଲେ ଯଦି ଗୁଣଫଳ 1 ହୁଏ ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ଅନ୍ୟଟିର **ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ସଂଖ୍ୟା** ବା ଗୁଣନାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ କୁହାଯାଏ । ଏହାକୁ ମଧ୍ୟ ଅନ୍ୟଟିର ପ୍ରତିଲୋମୀ କୁହାଯାଏ ।

- ତଳେ ଦୁଇଟି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ହରଣ କରାଯାଇଛି । ତାହାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ପ୍ରଥମ ସୋପାନ $=\frac{3}{4}\div\frac{1}{2}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ

ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ $=\frac{3}{4}\times\frac{2}{1}$

ତୃତୀୟ ସୋପାନ $=\frac{3\times2}{4\times1}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

ଏଠାରେ ଉପର ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଲେଖ ।

- କେଉଁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା, କେଉଁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ହରଣ କରାଯାଇଛି ?
- ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ପ୍ରଥମ ସୋପାନରେ କ'ଣ କରାଯାଇଛି ?
- ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପନରେ କ'ଣ କରାଯାଇଛି ?
- ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ତୃତୀୟ ସୋପାନରେ କ'ଣ କରାଯାଇଛି ?

ଏଥିରୁ ଦୁଇଟି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ହରଣ କିପରି କରାଯାଏ ଜାଣିଲ ?

ଗୋଟିଏ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା (ଭାଜ୍ୟ)କୁ ଆଉ ଗୋଟିଏ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା (ଭାଜକ) ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା ଯାହା ଭାଜ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଭାଜକ ସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରିବା ତାହା । ଏବେ, ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ହରଣ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରିବା ।

ଉଦାହରଣ - 1

$$\frac{5}{8}\div\frac{7}{3}=\frac{5}{8}\times\left(\frac{7}{3}\text{ ର ପ୍ରତିଲୋମୀ}\right)$$
$$=\frac{5}{8}\times\frac{3}{7}=\frac{5\times3}{8\times7}=\frac{15}{56}$$

ଉଦାହରଣ - 2

$$\frac{1}{4}\div\left(\frac{-2}{5}\right)=\frac{1}{4}\times\left(\frac{-2}{5}\text{ ର ପ୍ରତିଲୋମୀ}\right)$$
$$=\frac{1}{4}\times\frac{5}{-2}=\frac{1\times5}{4\times(-2)}=\frac{5}{-8}=\frac{-5}{8}$$

ଜାଣିଛ କି ?

$\frac{-2}{5}$ ଯାହା $\frac{2}{-5}$ ତାହା ।

ଉଦାହରଣ - 3

$$\left(\frac{-2}{3}\right) \div \left(\frac{4}{11}\right) = \frac{-2}{3} \times \left(\frac{4}{11} \text{ ର ପ୍ରତିଲୋମୀ}\right)$$
$$= \frac{-2}{3} \times \frac{11}{4} = \frac{-2 \times 11}{3 \times 4} = \frac{-22}{12} = \frac{-11}{6}$$

ଉଦାହରଣ - 4

$$\left(\frac{-8}{5}\right) \div \left(\frac{-6}{7}\right) = \frac{-8}{5} \times \left(\frac{-6}{7} \text{ ର ପ୍ରତିଲୋମୀ}\right)$$
$$= \frac{-8}{5} \times \frac{-7}{6} = \frac{(-8) \times (-7)}{5 \times 6} = \frac{56}{30} = \frac{28}{15}$$

ଦିଆଯାଇଥିବା ଚାରୋଟି ଉଦାହରଣକୁ ଦେଖି ତଳ ସାରଣୀ ପୂରଣ କର–

	ପ୍ରଥମ ଉଦାହରଣ	ଦ୍ୱିତୀୟ ଉଦାହରଣ	ତୃତୀୟ ଉଦାହରଣ	ଚତୁର୍ଥ ଉଦାହରଣ
ପ୍ରଥମ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା (ଭାଜ୍ୟ)	$\frac{5}{8}$			
ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା (ଭାଜକ)	$\frac{7}{3}$			
ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରତିଲୋମୀ	$\frac{3}{7}$			
ପ୍ରଥମ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରତିଲୋମୀର ଗୁଣଫଳ	$\frac{15}{56}$			
ପ୍ରଥମ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଧନାତ୍ମକ ଅଥବା ଋଣାତ୍ମକ ?	ଧନାତ୍ମକ			
ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଧନାତ୍ମକ ଅଥବା ଋଣାତ୍ମକ ?	ଧନାତ୍ମକ			
ଭାଗଫଳ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଧନାତ୍ମକ ଅଥବା ଋଣାତ୍ମକ ?	ଧନାତ୍ମକ			

ପୂରଣ କରିଥିବା ସାରଣୀରୁ ତୁମେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

- କୌଣସି ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ଭାଗଫଳ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହେବ।
- ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ଭାଗଫଳ ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହେବ।

ସେହିଭଳି ତୃତୀୟ ଓ ଚତୁର୍ଥ ଉଦାହରଣରୁ ତୁମେ କ'ଣ ଜାଣୁଛ ଲେଖ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 5.5

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଗୁଣନାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(କ) $\frac{5}{9}$ (ଖ) $\frac{-4}{3}$ (ଗ) -2 (ଘ) 8

(ଙ) $1\frac{1}{2}$ (ଚ) $\frac{11}{-12}$ (ଛ) $\frac{-2}{-19}$ (ଜ) $-2\frac{1}{7}$

2. ଭାଗଫଳ ଲେଖ –

(କ) $3 \div \frac{4}{5}$ (ଖ) $\frac{-3}{5} \div 2$ (ଗ) $\frac{-4}{7} \div 3$ (ଘ) $\frac{1}{5} \div \frac{6}{7}$

(ଙ) $\frac{-1}{8} \div \frac{3}{4}$ (ଚ) $\frac{-7}{6} \div \left(\frac{-2}{3}\right)$ (ଛ) $\frac{-5}{6} \div \left(\frac{-1}{4}\right)$ (ଜ) $\frac{-3}{13} \div \left(\frac{-4}{65}\right)$

5.5 ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ରୂପ

ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ କିପରି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ସେ ସଂପର୍କରେ ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଛୁ ।

ତଳେ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଛି ।

$\frac{7}{10} = 0.7$ $\frac{17}{100} = 0.17$ $\frac{11}{10} = 1.1$

$\frac{123}{10} = 12.3$ $\frac{9}{1000} = 0.009$ $\frac{231}{1000} = 0.231$

ଜାଣିଛ କି ?

ଯେ କୌଣସି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ହର 10, 100,1000 ଭଳି ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ସହଜରେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରିହୁଏ ।

ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଉଦାହରଣ–

(କ) $\frac{1}{2} = \frac{1\times 5}{2\times 5} = \frac{5}{10} = 0.5$

(ଖ) $\frac{3}{4} = \frac{3\times 25}{4\times 25} = \frac{75}{100} = 0.75$

(ଗ) $\frac{3}{25} = \frac{3\times 4}{25\times 4} = \frac{12}{100} = 0.12$

(ଘ) $\frac{3}{125} = \frac{3\times 8}{125\times 8} = \frac{24}{1000} = 0.024$

କହିଲ ଦେଖି :

ଏହି ଉଦାହରଣରେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରିବା ପାଇଁ କେଉଁ ଉପାୟ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଛି ? ଏପରି କରାଯିବାର କାରଣ କ'ଣ ହୋଇପାରେ ?

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉଦାହରଣରେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ହରକୁ 10, 100 ବା 1000 ଭଳି (10 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶି) ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଛି । ମନେ ପକାଅ, ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ହରର ଗୁଣନୀୟକ ମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ 2 ବା 5 ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ଗୁଣନୀୟକ ନଥିଲେ ପରିମେୟଟି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ ହୋଇଥାଏ ।

ନିମ୍ନଲିଖିତ ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) $\frac{7}{8}$ (ଖ) $\frac{23}{125}$ (ଗ) $\frac{3}{16}$ (ଘ) $\frac{59}{200}$ (ଙ) $\frac{24}{25}$

5.5.1. ଭାଗକ୍ରିୟା ସାହାଯ୍ୟରେ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ

ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଭାଗକ୍ରିୟା ଦ୍ୱାରା ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇ ପାରିବ ।

ଉଦାହରଣ :

$\frac{3}{4}$ କୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ସମାଧାନ : **ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀ** – (ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ହରକୁ 10 ର ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କରି)

$$\frac{3}{8} = \frac{3\times125}{8\times125} = \frac{375}{1000} = 0.375$$

ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ- (ଭାଗକ୍ରିୟା ଦ୍ୱାରା)

```
     .375
   ______
8 ) 30
    24
   ----
    60
    56
   ----
    40
    40
   ----
     0
```

$$\therefore \quad \frac{3}{8} = 0.375$$

ଉଦାହରଣ

ଭାଗକ୍ରିୟା ଦ୍ୱାରା $\frac{16}{5}$ କୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ସମାଧାନ

$$\begin{array}{r|l} & 3.2 \\ \hline 5 & 16 \\ & 15 \\ \hline & 10 \\ & 10 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$\therefore \frac{16}{5} = 3.2$

ଉପରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଥିବା ସମସ୍ତ ଉଦାହରଣରେ ଯେଉଁ ସବୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ମିଳିଲା ସେଗୁଡ଼ିକୁ ସସୀମ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ । କାରଣ ଏଗୁଡ଼ିକୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲାବେଳେ ଭାଗକ୍ରିୟାରେ ଭାଗଫଳ କେତୋଟି ଅଙ୍କରେ ସୀମିତ ରହୁଛି ଓ ଶେଷରେ ଭାଗଶେଷ '0' ହେଉଛି ।

ଏବେ ତୁମେ ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଉଦାହରଣ

(କ) $\frac{1}{3}$ କୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ସମାଧାନ

$$\begin{array}{r|l} & .3333 \\ \hline 3 & 10 \\ & 9 \\ \hline & 10 \\ & 9 \\ \hline & 10 \\ & 9 \\ \hline & 10 \\ & 9 \\ \hline & 1 \end{array}$$

ଏଠାରେ ତୁମେ କ'ଣ ଦେଖୁଛ ?

ଏହି ଭାଗକ୍ରିୟାର ଭାଗଫଳରେ 3 ବାରମ୍ବାର ଆସୁଛି, ଭାଗଶେଷ '0' ହେଉ ନ ଥିବାରୁ ଏହି ହରଣର ଶେଷ ନାହିଁ ।

$\frac{1}{3} = 0.333...$ (ଏଠାରେ 3 ର ଅନ୍ତ ନାହିଁ) ।

ଏହି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସଂକ୍ଷେପରେ $0.\overline{3}$ ଭାବେ ଲେଖାଯାଏ । (ଏହାକୁ ପୌନଃପୁନିକ ଦଶମିକ ତିନି ଭାବେ ପଢ଼ାଯାଏ)

ଏଣୁ $\frac{1}{3} = 0.\overline{3}$ ।

(ଖ) $\frac{6}{11}$ କୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

```
      .545454...
  11 ) 60
       55
       ---
        50
        44
        ---
         60
         55
         ---
          50
          44
          ---
           60
           55
           ---
            50
            44
            ---
             6
```

> **ଜାଣିଛ କି ?**
>
> ଏଠାରେ ଭାଗଫଳରେ 5 ଓ 4 ର ପୁନରାବୃତ୍ତି ହେଉଛି । ତେଣୁ ଏଠାରେ ଭାଗଫଳକୁ $.\overline{54}$ ଭାବେ ଲେଖାଯିବ ।

ଏଠାରେ ସମସ୍ତ ପର୍ଯ୍ୟାୟର ଭାଗକ୍ରିୟାରେ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଭାଗଶେଷ 5 ଓ 6 ଆସୁଛି । ଏଣୁ ଆମେ ଯେତେ ଥର ଭାଗ କଲେ ମଧ୍ୟ ଭାଗଫଳରେ 5 ଓ 4 କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଆସିବ ।

$\therefore \frac{6}{11} = 0.545454... = 0.\overline{54}$ ଏଠାରେ 5 ଓ 4 ର ପୁନରାବୃତ୍ତି ଘଟୁଛି ।

(ଗ) $\frac{25}{12}$ କୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

```
      2.08333...
  12 ) 25
       24
       ---
        100
         96
         ---
          40
          36
          ---
           40
           36
           ---
            4
```

> **କହିଲ ଦେଖି :**
>
> ଏଠାରେ $\frac{25}{12}$ କୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ କିପରି ଲେଖାଯିବ ? ଏପରି ଲେଖାଯିବାର କାରଣ କ'ଣ ?

ଉପରୋକ୍ତ ଉଦାହରଣରେ ଆଲୋଚନା ହୋଇଥିବା ସମସ୍ତ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ **ଅସୀମ ପୌନଃପୁନିକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା** କୁହାଯାଏ ।

> **ଜାଣିଛ କି ?**
>
> - କୌଣସି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ହରର ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ 2 ବା 5 ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟକୌଣସି ଗୁଣନୀୟକ ନ ଥିଲେ, ଉକ୍ତ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଟି ସସୀମ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ ହୋଇପାରିବ ।
>
>   ଯଥା: $\frac{4}{5}, \frac{3}{8}, \frac{7}{25}$ ଇତ୍ୟାଦି ।
>
> - ଯଦି କୌଣସି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ହର 2 ଓ 5 ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ ଯେ କୌଣସି ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା କିମ୍ବା ସେମାନଙ୍କର ଗୁଣିତକ ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ଏହାକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ **ଅସୀମ ପୌନଃପୁନିକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା** ହେବ ।
>
>   ଯଥା: $\frac{1}{3}, \frac{6}{11}, \frac{73}{7}, \frac{2}{15}$ ଇତ୍ୟାଦି ।

5.5.2. ଋଣାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ରୂପ :

ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଉଦାହରଣ 1 : $\frac{-4}{5} = \frac{-4\times2}{5\times2} = \frac{-8}{10} = -\left(\frac{8}{10}\right) = -0.8$

ଉଦାହରଣ 2 : $\frac{-19}{4} = \frac{-19\times25}{4\times25} = \frac{-475}{100} = -\left(\frac{475}{100}\right) = -4.75$

ଉଦାହରଣ 3 : $\frac{-1}{3} = -\left(\frac{1}{3}\right) = -(0.333....) = -0.\bar{3}$

ଜାଣିରଖ : ଯଦି $-\frac{p}{q}$ ର ଦଶମିକ ରୂପ **=** – ($\frac{p}{q}$ ର ଦଶମିକ ରୂପ)

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 5.6

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ହରକୁ 10ର ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କରି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କର ।

   (କ) $\frac{2}{5}$ (ଖ) $\frac{21}{20}$ (ଗ) $\frac{-5}{4}$ (ଘ) $\frac{-16}{25}$

2. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଭାଗକ୍ରିୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

   (କ) $\frac{3}{5}$ (ଖ) $\frac{7}{8}$ (ଗ) $\frac{9}{16}$ (ଘ) $\frac{10}{3}$

   (ଙ) $\frac{-11}{5}$ (ଚ) $\frac{5}{11}$ (ଛ) $\frac{2}{15}$ (ଜ) $\frac{-2}{15}$

3. ଭାଗକ୍ରିୟା ନ କରି ନିମ୍ନ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ସସୀମ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଓ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ଅସୀମ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ଲେଖ । ତୁମର ଉତ୍ତର ସପକ୍ଷରେ କାରଣ ଲେଖ ।

   (କ) $\frac{9}{4}$ (ଖ) $\frac{17}{40}$ (ଗ) $\frac{15}{11}$ (ଘ) $\frac{22}{7}$

   (ଙ) $\frac{29}{250}$ (ଚ) $\frac{37}{21}$ (ଛ) $\frac{49}{14}$ (ଜ) $\frac{126}{45}$

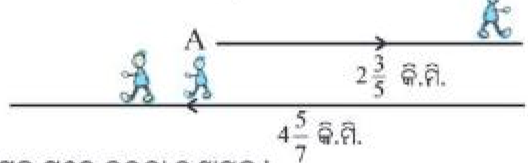
4. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}$ କୁ ଦଶମିକ ପରିପ୍ରକାଶ କରି ତାହା ସସୀମ କି ଅସୀମ ଲେଖ ।

5. $\frac{11}{135}$ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ରୂପ ସସୀମ ବା ଅସୀମ ହେବ ଭାଗକ୍ରିୟା ନକରି କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବ ଲେଖ ।

5.6 ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କରେ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ପ୍ରୟୋଗ

ଉଦାହରଣ -1

ପ୍ରକାଶ A ସ୍ଥାନରୁ $2\frac{3}{5}$ କି.ମି. ପୂର୍ବ ଦିଗକୁ ଚାଲି କରି ଯିବା ପରେ ସେଠାରୁ ପଶ୍ଚିମକୁ $4\frac{5}{7}$ କି.ମି. ଫେରିଲେ । ତେବେ ସେ 'A' ଠାରୁ କେତେ ଦୂରରେ ଓ କେଉଁ ଦିଗରେ ଅଛନ୍ତି ।



ସମାଧାନ

ମନେକର A ଠାରୁ ପୂର୍ବ ଦିଗର ଦୂରତା ଧନାତ୍ମକ ତେଣୁ ପଶ୍ଚିମ ଦିଗକୁ ଗଲେ ଦୂରତା ଋଣାତ୍ମକ ।

ତେଣୁ ପ୍ରକାଶ ଚାଲିଥିବା ଦୂରତା $= 2\frac{3}{5}+\left(-4\frac{5}{7}\right)=\frac{13}{5}+\left(\frac{-33}{7}\right)=\frac{13\times7+(-33)\times5}{5\times7}$

$$=\frac{91+(-165)}{35}=\frac{-74}{35}=-2\frac{4}{35}$$

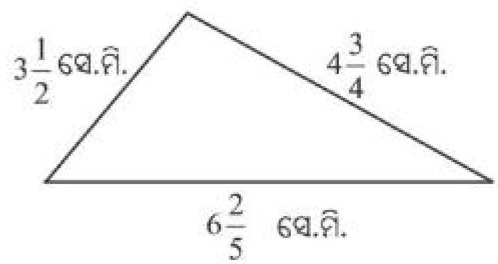
ଯେହେତୁ ଦୂରତା ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ହେଲା ତେଣୁ ପ୍ରକାଶ 'A' ସ୍ଥାନରୁ ପଶ୍ଚିମ ଦିଗରେ $2\frac{4}{35}$ କି.ମି. ଦୂରତାରେ ଅଛନ୍ତି ।

ଉଦାହରଣ - 2

ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ $4\frac{3}{4}$ ସେ.ମି., $3\frac{1}{2}$ ସେ.ମି. ଓ $6\frac{2}{5}$ ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ପରିସୀମା କେତେ ?

ସମାଧାନ

ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା $= 4\frac{3}{4}$ ସେ.ମି. $+ 3\frac{1}{2}$ ସେ.ମି. $+ 6\frac{2}{5}$ ସେ.ମି.



$=\left(\frac{19}{4}+\frac{7}{2}+\frac{32}{5}\right)$ ସେ.ମି.

$=\left(\frac{19\times5+7\times10+32\times4}{20}\right)$ ସେ.ମି.

$=\left(\frac{95+70+128}{20}\right)$ ସେ.ମି.$=\frac{293}{20}$ ସେ.ମି.

$=14\frac{13}{20}$ ସେ.ମି.

$\therefore$ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା ହେଉଛି $14\frac{13}{20}$ ସେ.ମି. ।

ଜାଣିଛ କି ?
ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା ହେଉଛି ଏହାର ତିନିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ।

ଉଦାହରଣ -3

ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ଯଥାକ୍ରମେ $41\frac{2}{3}$ ମିଟର ଓ $18\frac{3}{5}$ ମିଟର ହେଲେ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

ସମାଧାନ

ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $41\frac{2}{3}$ ମିଟର = $\frac{125}{3}$ ମିଟର

ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରସ୍ଥ = $18\frac{3}{5}$ ମିଟର = $\frac{93}{5}$ ମିଟର

$\therefore$ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ପ୍ରସ୍ଥ

$= \left(\frac{125}{3} \times \frac{93}{5}\right)$ ବର୍ଗ ମିଟର

$= \left(\frac{25}{1} \times \frac{31}{1}\right)$ ବର୍ଗ ମିଟର

$= 775$ ବର୍ଗ ମିଟର

କହିଲ ଦେଖି :
ଏହି ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କୁ ଅଧା ଓ ପ୍ରସ୍ଥକୁ ଦୁଇ ଗୁଣ କଲେ ଯେଉଁ ନୂଆ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରଟି ହେବ ତାହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ମୂଳ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନୁପାତ କେତେ ହେବ ?

$\therefore$ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 775 ବର୍ଗମିଟର ।

ଉଦାହରଣ - 4

ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ $\frac{-8}{65}$ । ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା $\frac{5}{26}$ ହେଲେ ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଟି କେତେ ?

ସମାଧାନ

ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଗୁଣଫଳ $= \frac{-8}{65}$

ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା $= \frac{5}{26}$

$\therefore$ ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଟି $= \frac{-8}{65} \div \frac{5}{26}$

$= \frac{-8}{\cancel{65}_{5}} \times \frac{\cancel{26}^{2}}{5}$

$= \frac{-16}{25}$ (ଉତ୍ତର)

ଜାଣିଛ କି ?

a ଓ b ଦୁଇଟି ଅଣଶୂନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ,

$a \times b = ab$

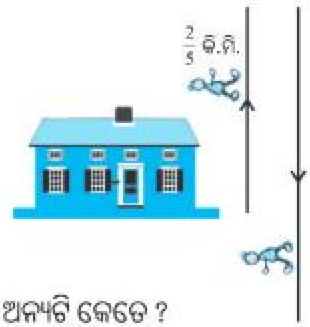
$ab \div a = b$

$ab \div b = a$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 5.7

1. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ପରିମାଣ ଯଥାକ୍ରମେ $2\frac{1}{3}$ ସେ.ମି., $3\frac{1}{2}$ ସେ.ମି. ଓ $4\frac{2}{5}$ ସେ.ମି. ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜଟିର ପରିସୀମା କେତେ ?

2. କମଳବାବୁ ତାଙ୍କ ଘର ପାଖରୁ $\frac{2}{5}$ କି.ମି. ଉତ୍ତର ଦିଗ ଆଡ଼କୁ ଯିବା ପରେ $1\frac{3}{4}$ କି.ମି. ଦକ୍ଷିଣ ଦିଗ ଆଡ଼କୁ ଚାଲିଲେ । ତେବେ ସେ ତାଙ୍କ ଘରଠାରୁ କେଉଁ ଦିଗରେ କେତେ ଦୂରରେ ଅଛନ୍ତି ?



3. ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ -9 । ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ $\frac{15}{8}$ ହେଲେ ଅନ୍ୟଟି କେତେ ?

4. ମେରୀ ପ୍ରତିଦିନ $5\frac{2}{3}$ ଘଣ୍ଟା ପଢ଼େ । ସେ ଯଦି $2\frac{4}{5}$ ଘଣ୍ଟା ଗଣିତ ଓ ବିଜ୍ଞାନ ପଢୁଥାଏ, ତେବେ ସେ କେତେ ସମୟ ଅନ୍ୟ ବିଷୟ ଗୁଡ଼ିକୁ ପଢ଼ିଥାଏ ?

5. $9\frac{4}{3}$ ଓ $5\frac{5}{6}$ ର ଯୋଗଫଳ ଓ $11\frac{2}{5}$ ଓ $7\frac{1}{3}$ ର ଯୋଗଫଳ ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ କେତେ ?

6. ଗୋଟିଏ ବର୍ଗାକୃତି ପଡ଼ିଆର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ । $5\frac{3}{4}$ ମି ହେଲେ ସେହି ପଡ଼ିଆର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଏହି ପଡ଼ିଆର ଚାରିପାଖରେ ବାଡ଼ ତିଆରି କରିବା ପାଇଁ ମିଟରକୁ ୪ ଟଙ୍କା ହିସାବରେ ମୋଟ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ?

7. କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ $\frac{-8}{5}$ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିଲେ ଗୁଣଫଳ 36 ହେବ ?

8. ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ $\frac{-16}{9}$ । ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ $\frac{-4}{3}$ ହେଲେ ଅନ୍ୟଟି କେତେ ?

5.7. ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ପରମମାନ

ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ପରମମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ସଂପର୍କରେ ଜାଣିଛନ୍ତି ।

3 ର ପରମମାନ = $|3| = 3$

7 ର ପରମମାନ = $|7| = 7$

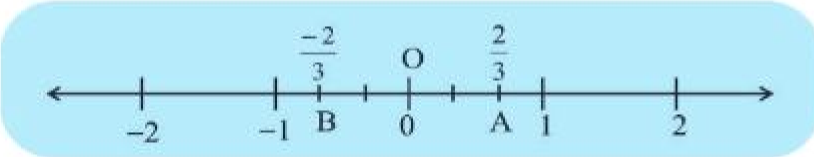
-6 ର ପରମମାନ = $|-6| = 6$

-15 ର ପରମମାନ = $|-15| = 15$

ଜାଣିଛ କି ?

ଯଦି m ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥାଏ ତେବେ ଏହାର ପରମମାନକୁ $|m|$ ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ଓ ଏହାକୁ 'm ର ପରମମାନ' ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ ।

ସେହିପରି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ମଧ୍ୟ ପରମମାନ ଅଛି । ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ '୦' ଠାରୁ $\frac{+2}{3}$ ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର ଦୂରତା $\frac{2}{3}$ ଏବଂ '୦' ଠାରୁ $\frac{-2}{3}$ ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର ଦୂରତା ମଧ୍ୟ $\frac{2}{3}$ । ଏଣୁ $\frac{+2}{3}$ ଓ $\frac{-2}{3}$ ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟା $\frac{2}{3}$ ସହ ସଂପୃକ୍ତ ।



∴ O ମୂଳ ବିନ୍ଦୁକୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ 0 (ଶୂନ) ରୂପେ ନିଆଯାଏ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଉପର ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ O ଓ A ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା $\frac{2}{3}$ ଏକକ ଓ O, B ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ମଧ୍ୟ $\frac{-2}{3}$ ଏକକ ।

∴ $\frac{-2}{3}$ ର ପରମମାନ $=\left|\frac{-2}{3}\right| = -\left(\frac{-2}{3}\right) = \frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}$ ର ପରମମାନ $=\left|\frac{2}{3}\right| = \frac{2}{3}$

ତୁମେ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ପରମମାନ କହିଲେ କ'ଣ ଜାଣିଲ ?

- ଯଦି x ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ, ତେବେ $|x| = x$ ହେବ ।
- ଯଦି x ଗୋଟିଏ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ ତେବେ $|x| = x$ ହେବ ।

ଜାଣିଛ କି ?

x ଧନାତ୍ମକ ହେଲେ, $|x|$ ଧନାତ୍ମକ

x ଋଣାତ୍ମକ ହେଲେ, $|x|$ ଧନାତ୍ମକ

$x = 0$ ହେଲେ, $|x| = 0$

ଉଦାହରଣ

ପ୍ରମାଣ କର-

(କ) ଯଦି $x = \frac{3}{5}$ ଏବଂ $y = \frac{-4}{3}$, ତେବେ $|x+y| < (|x|+|y|)$

(ଖ) ଯଦି $x = \frac{4}{7}$, $y = \frac{5}{3}$, ତେବେ $|x+y| = |x|+|y|$

(ଗ) ଯଦି $x = \frac{-2}{5}$, $y = \frac{-3}{2}$, ତେବେ $|x+y| = |x| + |y|$

ସମାଧାନ

(କ) $x = \frac{3}{5}$ $\qquad y = \frac{-4}{3}$

ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ : $|x+y| = \left|\frac{3}{5} + \left(\frac{-4}{3}\right)\right|$

$= \left|\frac{9+(-20)}{15}\right|$

$= \left|\frac{(-11)}{15}\right|$

$= \frac{11}{15}$

ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱ $= |x|+|y|$

$= \left|\frac{3}{5}\right| + \left|\frac{-4}{3}\right|$

$= \frac{3}{5} + \frac{4}{3}$

$= \frac{9+20}{15}$

$= \frac{29}{15}$

$\therefore$ ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ < ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱ

ଅର୍ଥାତ୍ $|x+y| < (|x| + |y|)$ (ପ୍ରମାଣିତ)

(ଖ) $x = \frac{4}{7}$ $\quad$ $y = \frac{5}{3}$

ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ $= |x+y| = \left|\frac{4}{7}+\frac{5}{3}\right| = \left|\frac{12+35}{21}\right| = \left|\frac{47}{21}\right| = \frac{47}{21}$

ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱ $= |x| + |y| = \left|\frac{4}{7}\right| + \left|\frac{5}{3}\right| = \frac{4}{7} + \frac{5}{3} = \frac{12+35}{21} = \frac{47}{21}$

କହିଲ ଦେଖି :

$|x-y| = |x| - |y|$

ହେବ କି ?

$\therefore$ ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ = ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱ

ଅର୍ଥାତ୍ $|x+y| = (|x| + |y|)$ (ପ୍ରମାଣିତ)

(ଗ) $x = \frac{-2}{5}$ $\quad$ $y = \frac{-3}{2}$

ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ $= |x+y| = \left|\frac{-2}{5}+\left(\frac{-3}{2}\right)\right|$

$= \left|\frac{(-4)+(-15)}{10}\right|$

$= \left|\frac{-19}{10}\right|$

$= \frac{19}{10}$

ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱ $= |x| + |y| = \left|\frac{-2}{5}\right| + \left|\frac{-3}{2}\right|$

$= \frac{2}{5} + \frac{3}{2}$

$= \frac{4+15}{10}$

$= \frac{19}{10}$

ଅର୍ଥାତ୍ $|x+y| = |x| + |y|$ (ପ୍ରମାଣିତ)

ଉଦାହରଣ

ଯଦି $x = \frac{-3}{5}$ ଓ $y = \frac{-2}{7}$ ହୁଏ

ପ୍ରମାଣ କର : $|x \times y| = |x| \times |y|$

ସମାଧାନ

ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ $= |x \times y| = \left|\frac{-3}{5} \times \frac{-2}{7}\right|$

$= \left|\frac{(-3)\times(-2)}{5\times 7}\right|$

$= \left|\frac{6}{35}\right| = \frac{6}{35}$

ଜାଣିଛ କି ?

x ଧନାତ୍ମକ ବା ଋଣାତ୍ମକ ହେଉ ଏବଂ y ଧନାତ୍ମକ ବା ଋଣାତ୍ମକ ହେଉ

$|x \times y| = |x| \times |y|$

ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱ = $|x| \times |y| = \left|\frac{-3}{5}\right| \times \left|\frac{-2}{7}\right|$

$= \frac{3}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{3\times 2}{5\times 7}$

$= \frac{6}{35}$

ଏଠାରେ ବାମପାର୍ଶ୍ୱ = ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ

ଅର୍ଥାତ୍ $|x\times y| = |x|\times|y|$ (ପ୍ରମାଣିତ)

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 5.8

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ପରମ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

   (କ) $\frac{1}{-5}$ (ଖ) $\frac{1}{2}$ (ଗ) $\frac{-3}{-2}$ (ଘ) $\frac{-26}{21}$

2. x ର ନିମ୍ନ ମାନଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $|x| = |-x|$

   (କ) 4 (ଖ) -9 (ଗ) $\frac{-3}{7}$ (ଘ) $\frac{3}{-8}$

3. x ଓ y ର ନିମ୍ନ ମାନଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $|x+y| = |x| + |y|$

   (କ) $x = \frac{2}{3}, y = \frac{1}{5}$ (ଖ) $x = \frac{-3}{4}, y = \frac{-3}{2}$

4. x ଓ y ର ନିମ୍ନ ମାନଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ $|x+y| < (|x| + |y|)$ ସତ୍ୟ କି ନାହିଁ ପରୀକ୍ଷା କର ।

   (କ) $x = -8,\ y = 5$ (ଖ) $x = \frac{4}{3}, y \frac{-7}{9}$

5. x ଓ y ର ନିମ୍ନ ମାନଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $|x\times y| = |x|\times|y|$

   (କ) $x = \frac{-4}{5}$, $y = \frac{2}{3}$ (ଖ) $x = \frac{-5}{11}$, $y = \frac{-3}{7}$

5.8 ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ସଲିମ୍ 2 ଓ 10 ମଧ୍ୟରେ 7 ଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ବୋଲି ଜାଣିଛି, ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା 3, 4, 5, 6, 7, 8 ଓ 9 । ସେହିପରି ଅବଦୁଲ୍ ମଧ୍ୟ ଜାଣିଛି – 4 ଓ 4 ମଧ୍ୟରେ 7 ଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଛି । ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3 । ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଛି ।

ଏବେ ଦେଖିବା, ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ କେତୋଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ?

ଲୀନା ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $\frac{-2}{3}$ ଓ $\frac{-3}{7}$ ନେଇ ସେ ଦୁଇଟିକୁ ସମାନ ହର ବିଶିଷ୍ଟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରି ଏପରି ଲେଖିଲା : $\frac{-2}{3} = \frac{-2\times7}{3\times7} = \frac{-14}{21}$ ଓ $\frac{-3}{7} = \frac{-3\times3}{7\times3} = \frac{-9}{21}$

ଆମେ ଜାଣିଛୁ

$$\frac{-14}{21} < \frac{-13}{21} < \frac{-12}{21} < \frac{-11}{21} < \frac{-10}{21} < \frac{-9}{21}$$

କିମ୍ବା $$\frac{-2}{3} < \frac{-13}{21} < \frac{-12}{21} < \frac{-11}{21} < \frac{-10}{21} < \frac{-3}{7}$$

କହିଲ ଦେଖି :
-1 ଓ 1 ମଧ୍ୟରେ କେତୋଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଛି -2 ଓ -3 ମଧ୍ୟରେ କେତୋଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଛି ?

ଅର୍ଥାତ୍ $\frac{-2}{3}$ ଓ $\frac{-3}{7}$ ମଧ୍ୟରେ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଅଛନ୍ତି ।

ପୁନଶ୍ଚ ଅବଦୁଲ୍ $\frac{-2}{3}$ ଓ $\frac{-3}{7}$ କୁ ସମହର କରିବା ପାଇଁ ଏପରି କଲା । ସେ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟିକୁ 42 ହର ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କଲା ।

$$\frac{-2}{3} = \frac{-2\times14}{3\times14} = \frac{-28}{42} \quad ଓ \quad \frac{-3}{7} = \frac{-3\times6}{7\times6} = \frac{-18}{42}$$

ଏବଂ $\frac{-28}{42}$ ଓ $\frac{-18}{42}$ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଜାଣିବା ପାଇଁ ସେ ଏହିପରି ଲେଖିଲା ।

$$\frac{-28}{42} < \frac{-27}{42} < \frac{-26}{42} < \frac{-25}{42} < \frac{-24}{42} < \frac{-23}{42} < \frac{-22}{42} < \frac{-21}{42} < \frac{-20}{42} < \frac{-19}{42} < \frac{-18}{42}$$

$$\Rightarrow -\frac{2}{3} < \frac{-9}{14} < \frac{-13}{21} < \frac{-25}{42} < \frac{-4}{7} < \frac{-23}{42} < \frac{-11}{21} < \frac{-1}{2} < \frac{-10}{21} < \frac{-19}{42} < \frac{-3}{7}$$

ଲୀନା $\frac{-2}{3}$ ଓ $\frac{-3}{7}$ ମଧ୍ୟରେ 4 ଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲାବେଳେ ଅବଦୁଲ୍ 9 ଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲା । ତେଣୁ ଆମେ ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଅନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।

ଉତ୍ତର ଲେଖ

(କ) $\frac{1}{2}$ ଓ $\frac{1}{5}$ ମଧ୍ୟରେ ପାଞ୍ଚଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ଖ) $\frac{2}{7}$ ଓ $\frac{-1}{7}$ ମଧ୍ୟରେ ତିନୋଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଉଦାହରଣ

2 ଓ 3 ମଧ୍ୟରେ ତିନୋଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ

ପ୍ରଥମ 2 ଓ 3 କୁ ସମାନ ହର ବିଶିଷ୍ଟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା। ମନେକରାଯାଉ 2 ଓ 3 କୁ 4 ହର ବିଶିଷ୍ଟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରିବା।

$$2 = \frac{8}{4}$$

$$3 = \frac{12}{4}$$

$$\frac{8}{4} < \frac{9}{4} < \frac{10}{4} < \frac{11}{4} < \frac{12}{4}$$

$$\Rightarrow 2 < \frac{9}{4} < \frac{5}{2} < \frac{11}{4} < 3$$

> **ଜାଣିଛ କି ?**
>
> $\Rightarrow$ ଚିହ୍ନଟିର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ''ଏହା ସୂଚାଏ''

ଅର୍ଥାତ 2 ଓ 3 ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ତିନୋଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି $\frac{9}{4}, \frac{5}{2}, \frac{11}{4}$

ଏହିପରି ଆମେ 2 ଓ 3 ମଧ୍ୟରେ ଅସଂଖ୍ୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 5.9

1. 3 ଓ 4 ମଧ୍ୟରେ ତିନୋଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

2. -1 ଓ 1 ମଧ୍ୟରେ ଥିବା 3 ଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

3. $\frac{-2}{5}$ ଓ $\frac{2}{5}$ ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ 4ଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

4. $\frac{-1}{2}$ ଓ $\frac{1}{2}$ ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ 3ଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ଷଷ୍ଠ ଅଧ୍ୟାୟ

ବୀଜଗଣିତ

FP6KTK

6.1. ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ

ଷଷ୍ଠ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମେ ଚଳ ରାଶି, ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି, ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି ସଂପୃକ୍ତ ପଦ ଏବଂ ପଦର ସହଗ ସମ୍ପର୍କରେ ଅବଗତ ହୋଇଛୁ । ଆସ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ମନେ ପକାଇବା ।

ଚଳରାଶି

ପ୍ରଥମେ ବୀଜଗଣିତରେ ଚଳରାଶିର ଆବଶ୍ୟକତା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିଥିଲେ । ଚଳରାଶିଗୁଡ଼ିକୁ x, y, l, m,.......ଦ୍ୱାରା କେବଳ ନାମକରଣ କରାଯାଏ । x, y, l, m,......କୁ **ଆକ୍ଷରିକ ବୀଜ** ବା ବୀଜ କୁହାଯାଏ । ପୂର୍ବୋକ୍ତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବୀଜ ଯେ କୌଣସି ଏକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଇଥାଏ । ଅର୍ଥାତ୍, ଏକ ବୀଜର କୌଣସି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାନ ନ ଥିଲାବେଳେ ଧ୍ରୁବକଗୁଡ଼ିକର ମାନ ଅପରିବର୍ତ୍ତନୀୟ ।

ପଦ ଏବଂ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି

ଚଳରାଶି ଓ ଧ୍ରୁବକ ମାନଙ୍କୁ ନେଇ ପଦର ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥାଏ । କେତେକ ପଦକୁ ନେଇ ଏକ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି ଗଠିତ ହୋଇଥାଏ । ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣକୁ ଦେଖିବା ।

$4x + 5$ ଏକ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି,

$4x$ ଓ 5 ପୂର୍ବୋକ୍ତ ରାଶିର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପଦ ।

ସେହିପରି $3 - 4xy + 5x^2$, $10y - x$ ଆଦି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି । ଉକ୍ତ ରାଶିଗୁଡ଼ିକରେ ଥିବା x ଓ y ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଚଳରାଶି ।

$3 - 4xy + 5x^2$ ଏକ ତିନିପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି ହୋଇଥିଲାବେଳେ, $10y - x$ ଦୁଇପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି । ତୁମେ ଜାଣିଛ ଦୁଇ ବା ଅଧିକ ପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିକୁ **ବହୁପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶି** କୁହାଯାଏ ।

ସହଗ

ଆମେ ଜାଣିଛୁ ଯେ ଗୋଟିଏ ପଦରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ଉତ୍ପାଦକ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏକୁ ଅନ୍ୟଟିର ସହଗ କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ

2ab ପଦଟିର 2 ଏକ ସାଂଖ୍ୟିକ ସହଗ ।

2a, b ର ସହଗ ଏବଂ

2b, a ର ସହଗ ଅଟେ ।

ସାଧାରଣତଃ 2 କୁ ab ର ସହଗ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ସଦୃଶ ଓ ଅସଦୃଶ ପଦ

ପଦଗୁଡ଼ିକର ଆକ୍ଷରିକ ବୀଜଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ଏବଂ ବୀଜଗୁଡ଼ିକର ଘାତାଙ୍କ ସମାନ ହୋଇଥିଲେ ଉକ୍ତ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ସଦୃଶ ପଦ, ଅନ୍ୟଥା ଅସଦୃଶ ପଦ କୁହାଯାଇଥାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ :

$12x, -2x, 7x, x$ ପ୍ରଭୃତି ସଦୃଶ ପଦ,

$7xy, 3x^2y, -2x$ ପ୍ରଭୃତି ଅସଦୃଶ ପଦ,

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 6.1

1. ନିମ୍ନ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି ଗୁଡ଼ିକର ପଦ ସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିର କର ଏବଂ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଅଲଗା ଅଲଗା କରି ଲେଖ ।

   କ) $-4x+5$ ଖ) $-4x+5y$ ଗ) $3y+2y^2$

   ଘ) $1+x+x^2$ ଙ) $5xy^2+5x^2y-3xy$ ଚ) $Pq+q$

   ଛ) $4p^2-3q^2$ ଜ) $2x+\frac{1}{4}$

2. ଦତ୍ତ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିର ଧ୍ରୁବକ ସଂଖ୍ୟା ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ସାଂଖ୍ୟିକ ସହଗଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ।

   କ) $5-3t^2$ ଖ) $7xy-5x^2-2$ ଗ) $-P^2q^2+7pq$

   ଘ) $x+2xy+3y$ ଙ) $m+3n$

3. 'x' ଚଳ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କର ଏବଂ ପଦଗୁଡ଼ିକରୁ 'x' ର ସହଗ ସ୍ଥିର କର ।

   କ) xy^2+x ଖ) $13y^2-8xy$ ଗ) $2-x$

   ଘ) $x+y+2$ ଙ) $12xy^2+25$ ଚ) $7xy+xy^2$

4. ନିମ୍ନଲିଖିତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଏକାଠି କରି ଲେଖ ।

   କ) $4-xy^2, -4yx^2, 8x^2, 2xy^2, 7y, -11x^2, -100x, -11yz, 20x^2y, 5x, -3$

   ଖ) $10pq, 7p, 8q, p^3q^2, 7qp, -100p, -23, 12q^2p^2, -3p, 7, 20q^2p^3, 78pq, 13p^2q, qp^2, 701p^2$

6.2. ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିମାନଙ୍କ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ :

ନିମ୍ନ ପରିସ୍ଥିତିଗୁଡ଼ିକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର ।

ପ୍ରଥମ ପରିସ୍ଥିତି-

ଗୋଟିଏ ଫଳ ଦୋକାନରୁ ନବୀନ ଯେତୋଟି କମଳା କିଣିଲା, ସିମ୍ରନ୍ ତା'ର ଦୁଇ ଗୁଣରୁ ତିନୋଟି କମ୍ ସଂଖ୍ୟକ କମଳା କିଣିଲା । ଯଦି ଆମେ ନବୀନ କିଣିଥିବା କମଳା ସଂଖ୍ୟା ଜାଣି ପାରନ୍ତି, ତେବେ ସିମ୍ରନ୍ କିଣିଥିବା କମଳା ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟ ଜାଣି ପାରିବା । ଆସ ନବୀନ କିଣିଥିବା କମଳା ସଂଖ୍ୟାକୁ ଏକ ଚଳ ରାଶି x ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଇବା ।

ଅର୍ଥାତ୍, ଆମେ ମନେକରିନେବା ଯେ ନବୀନ କିଣିଥିବା କମଳା ସଂଖ୍ୟା = x

ବର୍ତ୍ତମାନ ଜବୀନ ଓ ସିମୁନ୍ ମୋଟ କେତେ କମଳା କିଣି ଥିଲେ ତାହା ଜାଣିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ।

ଜବୀନ ଓ ସିମୁନ୍ କିଣିଥିବା ମୋଟ କମଳା ସଂଖ୍ୟା ଜାଣିବା ପାଇଁ ଆମକୁ x ଓ $2x-3$ କୁ ଯୋଗ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

x ଓ $2x-3$ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ବୀଜ ଗାଣିତିକ ରାଶି ଏବଂ ସେ ଦୁଇଟି ରାଶିକୁ ଯୋଗ କଲେ ଜବୀନ ଓ ସିମୁନ୍ କିଣିଥିବା ମୋଟ କମଳା ସଂଖ୍ୟା ଜଣାପଡ଼ିବ ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିସ୍ଥିତି :

x ମି. ଦୀର୍ଘ ଓ y ମି. ଓସାର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଠାରୁ ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 15 ବର୍ଗ ମିଟର ଅଧିକ ହୋଇଥିଲାବେଳେ ଅନ୍ୟ ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଠାରୁ 7 ବର୍ଗ ମିଟର କମ୍ । ତେବେ ପ୍ରଥମ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଦ୍ୱିତୀୟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଠାରୁ କେତେ ବର୍ଗ ମିଟର ଅଧିକ ।

ଏଠାରେ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ପ୍ରସ୍ଥ = $x \times y = xy$ ବ.ମି

ପ୍ରଥମ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $(xy+15)$ ବ.ମି

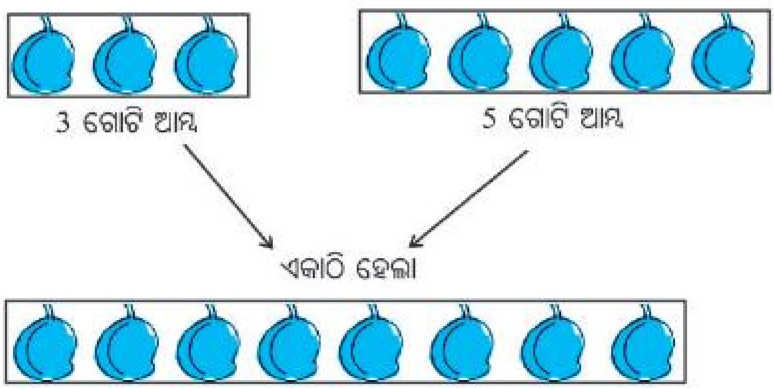
ଦ୍ୱିତୀୟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $xy-7$ ବ.ମି

ପ୍ରଶ୍ନଟିର ଉତ୍ତର ପାଇବା ପାଇଁ $(xy+15)$ ଓ $(xy-7)$ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି ଦ୍ୱୟର ବିୟୋଗ ଫଳ ସ୍ଥିର କରିବାକୁ ହେବ ।

ଉପରୋକ୍ତ ଦୁଇଟିଯାକ ପରିସ୍ଥିତିର ଉତ୍ତର ପାଇବା ପାଇଁ ଆମକୁ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିମାନଙ୍କ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗ ଏବଂ ବିୟୋଗ କିପରି ହୁଏ ତାହା ଜାଣିବା ଦରକାର ।

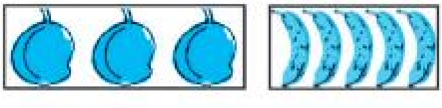
ଷଷ୍ଠ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମେ ଜଣା ଅଧିକେ ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକ କ୍ଷେତ୍ରରେ କିପରି ଯୋଗ ଏବଂ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦିତ ହୁଏ ତାହା ଜାଣିଛୁ । ଆସ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ମନେ ପକାଇବା ।

ତଳେ ପଚରାଯାଇଥିବା ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର କହ –



ମୋଟ କେତୋଟି ଆମ୍ବ ହେଲା ?

ଆମେ ଦେଖିଲେ 3 ଟି ଆମ୍ବ + 5ଟି ଆମ୍ବ = ...ଟି ଆମ୍ବ



3 ଗୋଟି ଆମ୍ବ ଓ 5 ଗୋଟି କଦଳୀ ଏକାଠି କଲେ, କହିପାରିବା କି 8 ଟି ଆମ୍ବ ବା 8ଟି କଦଳୀ ?

ଆମେ ଦେଖିଲେ ଦୁଇଟି ପାଛିଆରେ ଥିବା ଏକା ପ୍ରକାରର ଫଳକୁ ଏକାଠି କଲେ ଫଳଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା ମିଶି ଯାଇଛି ।

ଏହା ହେଲା ସଦୃଶ ପଦର ନମୁନା ।

ମାତ୍ର ଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଫଳର ଦୁଇଟି ସମୂହକୁ ଏକାଠି କଲେ ସେମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା ମିଶିପାରୁ ନାହିଁ । ଏହା ହେଉଛି ଅସଦୃଶ ପଦର ନମୁନା । ଏହାକୁ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିମାନଙ୍କର ଯୋଗକ୍ଷେତ୍ରରେ ବ୍ୟବହାର କରିବା ।

> **ଜାଣିଛ କି ?**
> ଦୁଇ ବା ତତୋଧିକ ସଦୃଶ ପଦ ଯୋଗଫଳ ସ୍ଥିର କରିବାକୁ ହେଲେ ସଦୃଶ ପଦମାନଙ୍କର ସାଂଖ୍ୟିକ ସହଗମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ ସ୍ଥିର କରିବାକୁ ହୁଏ ।

ଉଦାହରଣ-1

$3x$ ଓ $4x$ ର ଯୋଗଫଳ ସ୍ଥିର କରିବା ।

ସମାଧାନ :

$3x+4x = 3\times x+4\times x$

$= (3+4)\times x$

$= 7\times x = 7x$ (ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବ୍ୟବହୃତ ବଣ୍ଟନ ନିୟମର ପ୍ରୟୋଗ କରାଗଲା)

$\therefore 3x+4x = 7x$

ଉଦାହରଣ-2

$2xy$, $3xy$ ଏବଂ $5xy$ ର ଯୋଗଫଳ ସ୍ଥିର କରିବା ।

ସମାଧାନ :

$2xy+3xy+5xy = 2\times xy+3\times xy+5\times xy$

$= (2+3+5)\times xy$

$= 10\times xy = 10xy$

$\therefore 2xy+3xy+5xy = 10xy$

> **ଜାଣିଛ କି ?**
> ସଦୃଶ ପଦମାନଙ୍କର ବିୟୋଗଫଳ ସ୍ଥିର କରିବାକୁ ହେଲେ ପଦ ମାନଙ୍କର ସାଂଖ୍ୟିକ ସହଗ ମାନଙ୍କର ବିୟୋଗ ଫଳ ସ୍ଥିର କରିବାକୁ ହୁଏ ।

ଉଦାହରଣ-3

5 ab ରୁ 3ab ବିୟୋଗ କରିବା ।

ସମାଧାନ :

$5\,ab-3ab = 5\times ab-3\times ab$

$= (5-3)\times ab$

$= 2\times ab = 2ab$ (ବଣ୍ଟନ ନିୟମର ବ୍ୟବହାର କରାଗଲା)

> ମନେରଖ :
> ଅସଦୃଶ ପଦ ମାନଙ୍କର ଯୋଗ ଏବଂ ବିୟୋଗରୁ ଏକ ନୂତନ ପଦ ମିଳେ ନାହିଁ । ଯଥା : $2x^2$ ଓ $3xy$ ର ଯୋଗଫଳ = $2x^2+3xy$

6.2.1 ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି ମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ଉଦାହରଣ- 4

ସରଳ କର : $7x - 3y - 2x + 7y - 4x$

ସମାଧାନ : $7x - 3y - 2x + 7y - 4x$

$= 7x - 2x - 4x - 3y + 7y$

$= (7 - 2 - 4)x + \{(-3) + 7\}y$

$= (7 - 6)x + (7 - 3)y$

$= 1 \times x + 4 \times y = x + 4y$

ଉପରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକରି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଲେଖ ।

- କେଉଁ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ସରଳ କରିବାକୁ କୁହାଯାଇଛି ?
- ଏହି ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ମୋଟ କେତୋଟି ପଦ ଅଛି ଓ ସେଗୁଡ଼ିକ କ'ଣ ?
- x ବୀଜଥିବା ପଦ ଓ y ବୀଜଥିବା ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନାଅ ।
- ଏହି ପରିପ୍ରକାଶରେ ଥିବା ସଦୃଶ ପଦ ଗୁଡ଼ିକୁ ଏକତ୍ର କରି ସଜାଇ ଲେଖିଲେ କ'ଣ ପାଇବା ?
- ଏବେ x ବୀଜଥିବା ପଦଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି କେତେ ?
- y ବୀଜଥିବା ପଦଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି କେତେ ?
- ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଉତ୍ତର କେତେ ହେଲା ?

ଉଦାହରଣ -5

$2x + 5y - 8$ ଓ $4x - 3y$ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ :

$2x + 5y - 8$ ଓ $4x - 3y$ ର ଯୋଗ $= 2x + 5y - 8 + 4x - 3y$

$= (2x + 4x) + \{5y + (-3y)\} - 8$ (ସଦୃଶ ପଦ ଗୁଡ଼ିକୁ ଏକାଠି କରାଗଲା ।

$= (2 + 4)x + \{5 + (-3)\}y - 8$

$= 6x + 2y - 8$

$\therefore$ $2x + 5y - 8$ ଓ $4x - 3y$ ର ଯୋଗଫଳ $6x + 2y - 8$

ଉଦାହରଣ – 6

ଯୋଗକର $3x^2 - 6x - 2,\ 8x + 5 - x^2,\ -4 + x + 2x^2$

ସମାଧାନ :

ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀ :

ଯୋଗଫଳ $= 3x^2 - 6x - 2 + 8x + 5 - x^2 - 4 + x + 2x^2$

$= 3x^2 - x^2 + 2x^2 - 6x + 8x + x - 2 + 5 - 4$ (ଏପରି କାହିଁକି ଲେଖାଗଲା ?)

$= (3 - 1 + 2)x^2 + \{(-6 + 8 + 1)\}x - 2 + 5 - 4$ (ଏପରି ସୋପାନରେ କ'ଣ କରାଗଲା ?)

$= (3 + 2 - 1)x^2 + (8 + 1 - 6)x + 5 - 2 - 4$ (ଏହି ସୋପାନରେ କ'ଣ କରାଗଲା ?)

$= 4x^2 + 3x - 1$

ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ :

$3x^2 - 6x - 2, \qquad 8x + 5 - x^2, \qquad -4 + x + 2x^2$

ଏହି ତିନୋଟି ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିକୁ ନିମ୍ନମତେ ମଧ୍ୟ ଲେଖି ପାରିବା ।

$3x^2 - 6x - 2, \qquad -x^2 + 8x + 5, \qquad 2x^2 + x - 4$

ଏବେ ତିନୋଟି ଯାକ ରାଶିରେ ଥିବା ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ତଳକୁ ତଳ ଲେଖିବା

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 6x - 2 \\ -x^2 + 8x + 5 \\ 2x^2 + x - 4 \\ \hline 4x^2 + 3x - 1 \end{array}$$

ଉପର ଉଦାହରଣର ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ କରାଯାଇଥିବା ସମାଧାନକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର–

- ପ୍ରଥମେ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିଗୁଡ଼ିକର ପଦମାନଙ୍କୁ ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ ଘାତାଙ୍କରୁ ସବୁଠୁ ସାନ ଘାତାଙ୍କ କ୍ରମରେ ସଜାଇବା । ଅର୍ଥାତ୍ x^2 ଥିବା ପଦକୁ ପ୍ରଥମେ ରଖିବା, x ଥିବା ପଦକୁ ତା'ପରେ ଓ x ନ ଥିବା ପଦକୁ ଶେଷରେ ରଖିବା ।
- ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି ତିନୋଟିକୁ ତଳକୁ ତଳ ଲେଖିବା ଯେପରି ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକ ତଳକୁ ତଳ ରହିବ ।
- ଏବେ ସଦୃଶପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗକରି ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯିବ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 6.2

1. ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଏକାଠି କରି ସରଳ କର ।
   - କ) $21b - 7a + 3b - 2a$
   - ଖ) $-z^2 + 13z^2 - 5^z + 7z^3 - 15z$
   - ଗ) $3a - 2b - c - 5b + 6c + 2a$
   - ଘ) $6ab + 2a - 3ab - ab + 5a$
   - ଙ) $5x^2y - 5x^2 + 3yx^2 - 3y^2 + x^2 + y^2 + 4xy^2 - 2y^2$
2. ଯୋଗଫଳ ସ୍ଥିର କର ।
   - କ) $3mn, -5mn, 8mn, -4mn$ ଖ) $5a, 8a, -9a, -2a$
   - ଗ) $a + b - 3, b - 2a + 3$ ଘ) $-7mn + 5, 2mn + 2$
   - ଙ) $x^2 - 2y + 3, 3y^2 + 5y - 7$ ଚ) $14x + 10y - 12xy - 13, 18 - 7x - 10y + 8xy$
   - ଛ) $5m - n + 5, 3m + 4n - 1$ ଜ) $x^2 - y^2 - 1, y^2 - 1 - x^2, 1 - x^2y^2$

6.2.2 ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିମାନଙ୍କ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବିୟୋଗ :

ଷଷ୍ଠ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମେ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ବିୟୋଗ ପ୍ରଣାଳୀ କିପରି ହୁଏ ତାହା ଜାଣିଛୁ । ତାହା ହେଲା ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କରିବା ଅର୍ଥ ଏହାର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ବା ଏହାର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କରିବା ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ

$5-(-3)=5+3=8$

ଅର୍ଥାତ୍ a ଓ b ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ, $a-b=a+(-b)$

ଉଦାହରଣ - 7

$8xyz$ ରୁ $-5xyz$ ବିୟୋଗ କର ।

ସମାଧାନ :

$8xyz-(-5xyz)$

$=8xyz+5xyz$ [$-5xyz$ ର ବିଲୋମୀ ଯୋଗ କରାଗଲା]

$=(8+5)xyz=13xyz$ [ବଣ୍ଟନ ନିୟମର ପ୍ରୟୋଗ]

ଉଦାହରଣ - 8

$2a+5b-3c$ ରୁ $a+3b-2c$ କୁ ବିୟୋଗ କର ।

ସମାଧାନ :

ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀ

$(2a+5b-3c)-(a+3b-2c)$

$=2a+5b-3c-a-3b+2c$ (ଫେଡାଯାଇଥିବା ରାଶି ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ବିଲୋମୀକୁ ଯୋଗ କରାଯାଇଛି)

$=2a-a+5b-3b-3c+2c$ (ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଏକତ୍ର କରି ସଜାଯାଇଛି)

$=(2-1)a+(5-3)b+\{(-3)+2\}c$ (ସଦୃଶ ପଦର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇଛି)

$=a+2b-c$

ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ :

$$\begin{array}{r} 2a+5b-3c \\ -a-3b+2c \\ \hline a+2b-c \end{array}$$

(ସଦୃଶ ପଦ ଗୁଡ଼ିକୁ ତଳକୁ ତଳ ସଜାଇ ଲେଖାଯାଇ ବିୟୋଗ ହେଉଥିବା ରାଶିର ସମସ୍ତ ପଦର ବିଲୋମୀ ନେବା ଲାଗି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ଚିହ୍ନକୁ ବଦଳାଇ ଦିଆଗଲା । ଏହାକୁ ସ୍ତମ୍ଭ ପ୍ରଣାଳୀରେ ବିୟୋଗ କର ।)

ଉଦାହରଣ - 9

$3a-2b+c$, $3b-5c+2a$ ଓ $c-a+2b$ ର ଯୋଗଫଳରୁ $4c-2a+2b$ ବିୟୋଗ କର ।

ସମାଧାନ :

$3a-2b+c$, $3b-5c+2a$ ଓ $c-a+2b$

$=3a-2b+c+3b-5c+2a+c-a+2b$

$=3a+2a-a-2b+3b+2b+c+c-5c$

$=(3+2-1)a+\{(-2)+3+2\}b+(1+1-5)c$

$=4a+3b-3c$

ଏବେ $4a+3b-3c$ ରୁ $4c-2a+2b$ ବିୟୋଗ କରିବ ।

$=(4a+3b-3c)-(4c-2a+2b)$ (ବିୟୋଗ ହେଉଥିବା ରାଶିର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ବିଲୋମୀକୁ ଯୋଗ କରାଯାଇଛି)

$=4a+3b-3c-4c+2a-2b$ (ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଏକତ୍ର କରି ସଜାଯାଇଛି)

$=4a+2a+3b-2b-3c-4c$ (ସଦୃଶପଦଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇଛି)

$=(4+2)a+(3-2)b+\{(-3)+(-4)\}c$

$=6a+b-7c$

ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଉତ୍ତର ହେଉଛି $=6a+b-7c$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 6.3

1. ବିୟୋଗ କର ।

   କ) $-5y^2$ ରୁ y^2 ଖ) $-12xy$ ରୁ $6xy$ ଗ) $5mn$ ରୁ $3nm$

   ଘ) $3a^2b$ ରୁ $-2a^2b$ ଙ) $-8xyz$ ରୁ $7xyz$ ଚ) $-7xy$ ରୁ $-8xy$

2. ବିୟୋଗ କର ।

   କ) $5a+b$ ରୁ $3a-2b$ ଖ) $5xy-4xyz-2xy$ ରୁ $3xyz+5xy-2xy$

   ଗ) $5p-q-2r$ ରୁ $3p-2q+r$ ଘ) $-m^2+5mn+2n^2$ ରୁ $4m^2-3mn+5n^2$

3. କ) $2x$ ସହ କେଉଁ ରାଶି ଯୋଗ କଲେ ଯୋଗଫଳ $5x$ ହେବ ?

   ଖ) $7xy$ ସହ କେତେ ଯୋଗ କଲେ $3xy$ ହେବ ?

   ଗ) x^2+xy+y^2 ରେ କେଉଁ ରାଶି ଯୋଗ କଲେ ଯୋଗଫଳ $2x^2+3xy$ ହେବ ?

   ଘ) $8x^2y$ ରୁ କେଉଁ ରାଶି ବିୟୋଗ କଲେ ବିୟୋଗଫଳ $3x^2y$ ହେବ ?

   ଙ) $2a+8b+10$ ରୁ କେଉଁ ରାଶି ବିୟୋଗ କଲେ ବିୟୋଗ ଫଳ $-3a+7b+16$ ହେବ ?

   ଚ) $x^2-2xy+3y^2$ ଅପେକ୍ଷା $-x^2+5xy-2y^2$ କେତେ ବେଶୀ ?

4. କ) $2xy-zy-zx$ ଓ $2yz-zx+xy$ ର ଯୋଗଫଳରୁ $xy-yz-zx$ ବିୟୋଗ କରି ବିୟୋଗଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

   ଖ) $3x-y+11$ ଓ $-y-11$ ର ଯୋଗଫଳ $4x-3y+5$ ଠାରୁ କେତେ କମ୍ ?

   ଗ) $2x+y-3z$ ଓ $x-y+z$ ର ଯୋଗଫଳ ଠାରୁ $5x-7y+z$ କେତେ ବେଶୀ ?

6.3 ସମୀକରଣ ଓ ତାହାର ସମାଧାନ

ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟାୟରେ ଆମେ ଏକ ବା ଏକାଧିକ ଚଳରାଶିକୁ ନେଇ କିପରି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି ଗଠନ କରାଯାଏ ତାହା ଆମେ ଶିଖିଛୁ । ଆମେ ମଧ୍ୟ ଜାଣିଛୁ ଯେ ଏକ ଚଳରାଶି ବିଭିନ୍ନ ସାଂଖ୍ୟିକ ମାନକୁ ସୂଚାଇ ପାରେ, ଏବଂ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଅକ୍ଷର ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ ହୁଏ । ସାଧାରଣତଃ x, y, z, l, m, n ଆଦି ଅକ୍ଷର ଦ୍ୱାରା ଚଳରାଶି ମାନଙ୍କୁ ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଏ ।

ତଳ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମକୁ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରର ପ୍ରଶ୍ନମାନ ପଚରା ଯାଇଥାଏ । ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନକୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଥିବାର ଏକ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବ ।

ପ୍ରଥମ ପ୍ରଶ୍ନ : କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ସହ 7 ଯୋଗ କଲେ 11 ହେବ ?

ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଶ୍ନ : ଶୂନ୍ୟ ସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ,............... ସହ 7 ଯୋଗକଲେ 11 ହୁଏ ।

ତୃତୀୟ ପ୍ରଶ୍ନ : $* + 7 = 11$

ତାରକା (*) ଚିହ୍ନ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଏ ?

ପ୍ରଥମ ପ୍ରଶ୍ନ ର 'କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା', ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଶ୍ନର ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ସୂଚକ (........ ଚିହ୍ନ) ଏବଂ ତୃତୀୟ ପ୍ରଶ୍ନର ତାରକା (*) ଚିହ୍ନ ସମସ୍ତେ ଗୋଟିଏ ଅଜଣା ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାନ୍ତି । ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହି ଅଜଣା ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ଆମେ x ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ପୁଣିଥରେ ତୃତୀୟ ପ୍ରଶ୍ନକୁ ଲେଖିବା । ତେବେ ତୃତୀୟ ପ୍ରଶ୍ନର ଅନ୍ୟ ରୂପ ହେବ- $x + 7 = 11$

ଅର୍ଥାତ୍ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନଟିକୁ ନିମ୍ନ ରୂପରେ ଲେଖିପାରିବା

ଚତୁର୍ଥ ପ୍ରଶ୍ନ : "$x + 7 = 11$ ହେଲେ x ର ମାନ କେତେ ?"

ଏଠାରେ ଆମେ ଦେଖୁଛୁ ବୀଜ ଗାଣିତିକ ରାଶି $x + 7$ କୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ରାଶି 11 ସହ ସମାନ ବୋଲି କୁହାଯାଇଛି । ଏହା ଏକ ଉକ୍ତି ଯେଉଁଥିରେ ଦୁଇଟି ରାଶିକୁ ସମାନ ବୋଲି କୁହାଯାଇଛି । ଏହି ଉକ୍ତିକୁ ଏକ ସମୀକରଣ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ସମୀକରଣରେ ଥିବା x କୁ ସମୀକରଣର **ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି** ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ପ୍ରଥମ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ ଆମେ ତଳ ଶ୍ରେଣୀରେ ନିମ୍ନମତେ କହିଥିଲୁ ।

ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସଂଖ୍ୟା $= 11 - 7 = 4$

ପ୍ରଶ୍ନ- 4 ରେ ଥିବା ସମୀକରଣର ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି x ଲାଗି 4 ନେଲେ, ଉକ୍ତିଟି ସତ୍ୟ ହେବାର ଦେଖିବା ।

$x + 7 = 11$, x ସ୍ଥାନରେ 4 ନେଲେ, ପାଇବା $4 + 7 = 11$ ବା $11 = 11$ ଏହା ଏକ ସତ୍ୟ ଉକ୍ତି ।

ଯଦି ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସମୀକରଣର ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି x ସ୍ଥାନରେ 5 ନିଆଯାଏ, କ'ଣ ମିଳିବ ଆସ ଦେଖିବା-

$x + 7 = 11$

$5 + 7 = 11$ (x ସ୍ଥାନରେ 5 ନେଲେ)

$\Rightarrow 12 = 11$

ଏହା ସତ୍ୟ ନୁହେଁ

ଏହିପରି ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖାଯାଇ ପାରେ ଯେ x ସ୍ଥାନରେ 4 ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ବସାଇଲେ ସମୀକରଣଟି ଏକ ସତ୍ୟ ଉକ୍ତିରେ ପରିଣତ ହେବ ନାହିଁ ।

ଆମେ କହୁ x ର ମାନ 4 ଲାଗି ସମୀକରଣଟି ସିଦ୍ଧ ହୁଏ । ଆମେ ମଧ୍ୟ କହୁ-

$x + 7 = 11$ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ ହେଉଛି $x = 4$

✍ ନିମ୍ନ ସାରଣୀର ଖାଲି ଘର ପୂରଣ କର (ଉତ୍ତର ''ହଁ'' କିମ୍ବା ''ନାହିଁ'' ହେବ)

କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା	ସମୀକରଣ	ମୂଲ୍ୟ	ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ସମୀକରଣ ସିଦ୍ଧ ହେଉଛି କି ନାହିଁ
1	$x+3=0$	$x=3$	
2	$x+3=5$	$x=2$	
3	$3x=1$	$x=1$	
4	$\frac{3}{x}=5$	$x=15$	
5	$5x=16-1$	$x=3$	
6	$\frac{m}{3}=2$	$m=6$	
7	$a-7=1$	$a=6$	
8	$a+3=2a$	$a=3$	

ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ ସାରଣୀର ବାମପଟ ସ୍ତମ୍ଭରେ ଲେଖାଯାଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉକ୍ତିକୁ ଗାଣିତିକ ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରି ସାରଣୀରେ ଡାହାଣପାଖ ସ୍ତମ୍ଭରେ ଲେଖାଯାଇଛି ।

ଉକ୍ତି	ଗାଣିତିକ ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖାଯାଇଛି
(A) 4 ସହିତ x ମିଶାଇଲେ 9 ହୁଏ ।	(1) $4+x=9$
(B) x ରୁ 7 କମିଗଲେ 6 ହୁଏ ।	(2) $x-7=6$
(C) x ର 9 ଗୁଣ 12 ସହ ସମାନ ହୁଏ ।	(3) $9x=12$
(D) y ର ଦୁଇଗୁଣ ଠାରୁ 6 ଅଧିକ 18 ସହ ସମାନ ।	(4) $2y+6=18$
(E) x ଓ b ର ଦୁଇଗୁଣର ସମଷ୍ଟି 15 ହୁଏ ।	(5) $x+2b=15$

ତୁମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର, ସାରଣୀର ଡାହାଣପାଖ ସ୍ତମ୍ଭରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତିରେ ଦୁଇଟି ରାଶିର ସମାନତା ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଛି । ତେଣୁ ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତିକୁ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସମୀକରଣ କୁହାଯିବ । ପ୍ରଥମ ଋରୋଟି ସମୀକରଣରେ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି x ଅଥବା y ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମୀକରଣକୁ ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ସମୀକରଣ କୁହାଯାଏ । (5) ରେ ଥିବା ସମୀକରଣକୁ ଦୁଇ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ସମୀକରଣ କୁହାଯାଏ । ଯେଉଁ ସମୀକରଣରେ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଘାତ 1 ହୋଇଥାଏ, ତା'କୁ ସରଳ ବା ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣ କହିବା । ଫଳରେ (1) ଠାରୁ (5) ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମୀକରଣ ଏକ ସରଳ ସମୀକରଣ ।

ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ଆମେ କେବଳ ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ଏକଘାତୀ ବା ସରଳ ସମୀକରଣ କଥା ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ସମୀକରଣ ସମ୍ବନ୍ଧରେ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ଜାଣିବା କଥା :

- ଦୁଇଟି ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି ମଧ୍ୟରେ ଏକ ସମାନତାକୁ ସମୀକରଣ କୁହାଯାଏ ।
- ସମୀକରଣ ର ଦୁଇଟି ପାର୍ଶ୍ୱ ରହିଛି । ଯଥା : ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ ଏବଂ ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱ । ସମୀକରଣ ଦୁଇ ପାର୍ଶ୍ୱ ମଧ୍ୟରୁ ଅତି କମରେ ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ହେବା ଦରକାର ।

- ସମୀକରଣରେ ବ୍ୟବହୃତ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଘାତ ଅନୁଯାୟୀ ସମୀକରଣର ନାମକରଣ କରାଯାଇଥାଏ । ଯଥା : ଏକଘାତୀ, ଦ୍ୱିଘାତୀ ଇତ୍ୟାଦି ।
- ସମୀକରଣରେ ବ୍ୟବହୃତ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା ଅନୁଯାୟୀ ସମୀକରଣର ମଧ୍ୟ ନାମକରଣ କରାଯାଇଥାଏ ।

  ଯଥା: ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ, ଦୁଇଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ଇତ୍ୟାଦି ।
- ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ଯେଉଁ ମାନ ପାଇଁ ସମୀକରଣଟି ସିଦ୍ଧ ତାହାକୁ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ କୁହାଯାଏ (ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣର ଏକ ମାତ୍ର ସମାଧାନ ସମ୍ଭବ) ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 6.4

1. ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ସରଳ ବା ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣ ଗୁଡ଼ିକୁ ବାଛି ଲେଖ ।

   (କ) $2x + 3 = 7$ (ଖ) $y + 5 = x + 2$ (ଗ) $z + 2 = 7z - 4$

   (ଘ) $2x + 7 = 5 + x$ (ଙ) $y - 7 = 5y - 8$ (ଚ) $xy - 5 = x + 3$

   (ଛ) $x^2 - 3x = 2$ (ଜ) $2x - 7 = 8$

2. x କୁ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ରୂପେ ନେଇ ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

   (କ) ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରୁ 3 ବିୟୋଗ କଲେ ବିୟୋଗଫଳ 7 ହୁଏ ।

   (ଖ) 10 ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ଦୁଇଗୁଣରୁ 4 କମ୍ ।

   (ଗ) ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ତିନି ଭାଗରୁ ଏକ ଭାଗ ହେଉଛି 6 ।

   (ଘ) ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା 5 ଠାରୁ ଯେତେ ଅଧିକ, 15 ଠାରୁ ସେତେ କମ୍ ।

   (ଙ) ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର 6 ଗୁଣରୁ 7 ବିୟୋଗ କଲେ ବିୟୋଗଫଳ 3 ହୁଏ ।

   (ଚ) ରମାର ବର୍ତ୍ତମାନ ବୟସକୁ x ବର୍ଷ ନେଇ (i) 5 ବର୍ଷ ପରେ ତା'ର ବୟସ କେତେ ହେବ (ii) 3 ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ ତା'ର ବୟସ କେତେ ଥିଲା ଲେଖ ।

3. ନିମ୍ନଲିଖିତ ସମୀକରଣଗୁଡ଼ିକୁ ସାଧାରଣ ଉକ୍ତିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

   (କ) $x - 5 = 9$ (ଖ) $5p = 20$

   (ଗ) $3n + 7 = 1$ (ଘ) $x = -2$

4. ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନ ମାନଙ୍କରେ ଥିବା ଅଜ୍ଞାତ ସଂଖ୍ୟାକୁ x ନେଇ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ ସମୀକରଣ ରୂପରେ ଲେଖ ।

   (କ) କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ର ଦୁଇଗୁଣ 16 ସଙ୍ଗେ ସମାନ ?

   (ଖ) କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାରୁ 7 କମାଇ ଦେଲେ 12 ମିଳିବ ?

(ଗ) କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ଏକ -ତୃତୀୟାଂଶ 5 ସଙ୍ଗେ ସମାନ ?

(ଘ) କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ଏକ-ଚତୁର୍ଥାଂଶ ହେଉଛି 5 ?

(ଙ) କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାରୁ 8 ଅଧିକ ହେଉଛି 15 ?

5. ନିମ୍ନ ସୂଚନାଗୁଡ଼ିକୁ ଅନୁଧାନ କରି ତାକୁ ସମୀକରଣ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) ରୋଜି ର ବାପାଙ୍କ ବୟସ 49 ବର୍ଷ । ବାପାଙ୍କର ବୟସ ରୋଜି ବୟସର ତିନି ଗୁଣରୁ 4 ବର୍ଷ ଅଧିକ । ରୋଜିର ବୟସକୁ 'y' ବର୍ଷ ନିଅ ।

(ଖ) ଇରଫାନ୍ ପାଖରେ ଥିବା ମାର୍ବଲ ସଂଖ୍ୟା 37 । ଇରଫାନ୍ କହିଲା ''ପରମିତ୍ ପାଖରେ ଥିବା ମାର୍ବଲ୍ ସଂଖ୍ୟାର ପାଞ୍ଚ ଗୁଣରୁ 7ଟି ଅଧିକ ମାର୍ବଲ୍ ମୋ' ପାଖରେ ଅଛି ।'' ପରିମିତ୍ ପାଖରେ ଥିବା ମାର୍ବଲ୍ ସଂଖ୍ୟାକୁ x ନିଅ ।

6.4 ସମୀକରଣର ସମାଧାନ ପ୍ରଣାଳୀ :

ପୂର୍ବ ଅନୁଚ୍ଛେଦରେ ସମୀକରଣ ଓ ତାହାର ସମାଧାନ କହିଲେ କ'ଣ ବୁଝାଏ, ସେ ବିଷୟରେ ସମ୍ୟକ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି । ମନେ ପକାଇବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

$4x + 5 = 17$ ଏକ ସମୀକରଣ ଓ ଏଥିରେ ଥିବା ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି 'x' ର ମାନକୁ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ କୁହାଯାଏ ।

କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର 4 ଗୁଣ ରୁ 5 ଅଧିକ ହେଲେ 17 ସହ ସମାନ ହେବ ? ଆସ ସେ ସଂଖ୍ୟାଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ନିମିତ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀମାନ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

x ଲାଗି ବିଭିନ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖିବା-

x କୁ ଯଦି 0 ନିଆଯାଏ,

$4x + 5 = 4 \times 0 + 5 = 0 + 5 = 5$

x କୁ ଯଦି 1 ନିଆଯାଏ- $4x + 5 = 4 \times 1 + 5 = 4 + 5 = 9$

x କୁ ଯଦି 2 ନିଆଯାଏ- $4x + 5 = 4 \times 2 + 5 = 13$

x କୁ ଯଦି 3 ନିଆଯାଏ- $4x + 5 = 4 \times 3 + 5 = 12 + 5 = 17$

ଆମେ ଦେଖିଲେ, x ର ମାନ 3 ହେଲେ ସମୀକରଣ ଟି ସିଦ୍ଧ ହେଉଛି ।

$\therefore$ $4x + 5 = 17$ ସମୀକରଣଟିର ସମାଧାନ ହେଉଛି 3 ।

ଉଦାହରଣ-10

$x - 7 = -3$ ସମୀକରଣ ର ସମାଧାନ କର ।

ସମାଧାନ :

ଏଠାରେ $x - 7 = -3$ ଏକ ସମୀକରଣ । ସମୀକରଣର ବାମପାର୍ଶ୍ୱ $x - 7$ ଏବଂ ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ $- 3$ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ସମୀକରଣରେ ଥିବା x ଲାଗି କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ 0, 1, 2.... ଆଦି ମାନ ନେଇ ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ସରଳ କରିବା । କେଉଁ ମାନ ପାଇଁ ବାମପାର୍ଶ୍ୱ, ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ ସହିତ ସମାନ ହେଉଛି ଦେଖିବା ।

ସମୀକରଣ	ଚଳରାଶି 'x' ର ମାନ	ବାମପାର୍ଶ୍ୱ	ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ
$x-7=-3$	0	-7	-3
	1	-6	-3
	2	-5	-3
	3	-4	-3
	4	-3	-3

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର, x ର ମାନ 4 ପାଇଁ ଉପରର ସମୀକରଣର ବାମପାର୍ଶ୍ୱ, ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ ସହ ସମାନ ହେଲା ।

ଆମେ କହୁ ସମୀକରଣଟି $x=4$ ପାଇଁ ସିଦ୍ଧ ହେଲା ।

ତେଣୁ ସମୀକରଣଟିର ସମାଧାନ ବା ମୂଳ ହେଉଛି 4 ।

ଅନ୍ୟ ଏକ ଉଦାହରଣ ନେଇ ଏହି ପ୍ରଣାଳୀରେ ସମାଧାନ କରିବା ।

ଜାଣିଛ କି ?
ସମୀକରଣ କୁ ସିଦ୍ଧ କରୁଥିବା ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ମାନକୁ ସମୀକରଣ ସମାଧାନ ବା ମୂଳ ବୋଲି କୁହାଯାଏ

ଉଦାହରଣ - 11

$2y+7=1-y$ ସମାଧାନ କର ।

ସମାଧାନ :

$2y+7=1-y$ ସମୀକରଣର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି y ରହିଛି, ଆମେ y ର ବିଭିନ୍ନ ମାନ ପାଇଁ ବାମପାର୍ଶ୍ୱ ଓ ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ସରଳ କରି 'y' ର କେଉଁ ମାନ ପାଇଁ ଦତ୍ତ ସମୀକରଣଟି ସିଦ୍ଧ ହେବ ତାହା ଦେଖିବା ।

ସମୀକରଣ	ଚଳରାଶି 'y' ର ମାନ	ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ	ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱ
$2y+7=1-y$	0	7	1
	1	9	0
	-1	5	2
	-2	3	3

ସାରଣୀରେ y ଲାଗି ନିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖି ରୋଷନ୍ ପଚାରିଲା- ''ଆମେ ତ ପ୍ରଥମ ଉଦାହରଣରେ x ଲାଗି କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ 0, 1, 2, ଆଦି ମାନ ନେଉଥିଲେ, ଏଠାରେ y ଲାଗି 1 ପରେ – 1 କାହିଁକି ନେଲେ ?''

ତା' ପାଖରେ ତା'ର ବଡ ଭଉଣୀ ସୀମା ଥିଲା । ସେ କହିଲା- ''ଯେତେବେଳେ y ଲାଗି 0 ନେଲେ, ବାମ ପାଖ ଓ ଡାହାଣ ପାଖ ଲାଗି ପାଇଥିବା ମାନ ଦୁଇଟିର ପାର୍ଥକ୍ୟ କେତେ ?'' ରୋଷନ ହିସାବ କଲା, $7-1=6$ ।

ପୁଣି y ଲାଗି 1 ନେବାରୁ ବାମ ପାଖ ଓ ଡାହାଣ ପାଖ ଲାଗି ପାଇଥିବା ମାନ ଦୁଇଟିର ପାର୍ଥକ୍ୟ କେତେ ହେଲା ?

ରୋଷନ୍ ପୁଣି ହିସାବ କଲା, $9-0=9$

ବର୍ତ୍ତମାନ ସୀମା କହିଲା- ''ଉଭୟ ପାଖ ଲାଗି ମିଳିଥିବା ପାର୍ଥକ୍ୟ ଅଧିକ ହେବାର ଦେଖାଗଲା । ଯଦି y ର ମାନ 2 ନିଆଯାଏ, ଏହି ପାର୍ଥକ୍ୟ ଆହୁରି ବଢ଼ିବ । ଏହା ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖାଯାଇ ପାରେ । ଏଣୁ y ଲାଗି ଆଉ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ନିଆ ନ ଯାଇ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ନିଆଗଲା ।''

ବର୍ତ୍ତମାନ୍ ସାରଣୀରେ 1 ପରେ କାହିଁକି – 1 ନିଆଗଲା ତାହା ରୋଷନ୍ ବୁଝିଲା ।

ଏଠାରେ ଆମେ ଦେଖିଲେ y ର ମାନ –2 ପାଇଁ ସମୀକରଣର ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ ଓ ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱ ସମାନ ହେଲା, ଅର୍ଥାତ୍ y ର ମାନ – 2 ପାଇଁ ସମୀକରଣଟି ସିଦ୍ଧ ହେଉଛି ।

∴ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ ହେଉଛି $y = -2$

ପୂର୍ବ ସମାଧାନ ପ୍ରଣାଳୀରୁ ଜଣାଯାଏ ଏହା ଅଧିକ ସମୟସାପେକ୍ଷ । ସମୀକରଣର 'ମୂଳ' ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥିଲେ ଏହି ପ୍ରଣାଳୀରେ ସମାଧାନ କରିବା ଅଧିକ ସମୟ ସାଧ । ତେଣୁ ସମାଧାନର ଏକ ସହଜ ପ୍ରଣାଳୀ କିପରି ବାହାର କରିହେବ ତାହା ଏଠାରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ସମୀକରଣ ଏକ ସାଧାରଣ ନିକିତି ସହ ତୁଳନୀୟ । ଏହାର ଦୁଇପାର୍ଶ୍ୱ ନିକିତିର ଦୁଇପଲା ସଦୃଶ । ସମାନ (=) ଚିହ୍ନର ବାମପାର୍ଶ୍ୱ, ବାମପଲାର ବଟକରା ଓ ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ, ଦକ୍ଷିଣପଲାର ଜିନିଷ ସହ ତୁଳନୀୟ । ସମାନ (=) ଚିହ୍ନଟି ଉଭୟର ସମାନତା କୁ ସୂଚାଇଥାଏ ।

ବାମ ପଲାର ବଟକରା ଓ ଦକ୍ଷିଣପଲାର ଜିନିଷ ଉଭୟର ଓଜନ ସମାନ ହୋଇଥିଲେ, ନିକିତି ଦଣ୍ଡ ଭୂମି ସହ ସମାନ୍ତର ଭାବେ ରହେ ଓ ନିକିତିଟି ସମତୁଲ ଅବସ୍ଥାରେ ଅଛି ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ବାମ ପଲାରେ ଅଧିକ ବଟକରା ପକାଇଲେ ଏବଂ ଦକ୍ଷିଣ ପଲାରେ ସମାନ ଓଜନର ଜିନିଷ ନେଲେ ନିକିତିଟି ସମତୁଲ ଅବସ୍ଥାରେ ରହେ । ସେହିପରି ସମାନ ଓଜନର ବଟକରା ଓ ଜିନିଷ ବାହାର କରିନେଲେ ନିକିତିର ସମତୁଲ ଅବସ୍ଥା ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ ।

ଏକ ସମୀକରଣ ମଧ୍ୟ ଗୋଟିଏ ନିକିତିର ସମତୁଲ ଅବସ୍ଥା ସହିତ ତୁଳନୀୟ । ଏଣୁ ଏକ ସମୀକରଣ କ୍ଷେତ୍ରରେ ନିମ୍ନ ନିୟମମାନ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ।

(a) ଏକ ସମୀକରଣର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ସମାନ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ କଲେ ସମାନତା ରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଘଟେ ନାହିଁ (ଯୋଗ ନିୟମ) ।

ଯଥା ; $x+3=7$ ହେଲେ $x+3+5=7+5$ ଅର୍ଥାତ୍, $x+8=12$ ହେବ ।

(b) ଏକ ସମୀକରଣର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ ସମାନ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କଲେ ସମାନତା ଅତୁଟ ରହେ (ବିୟୋଗ ନିୟମ) ।

ଯଥା : $3x+7=10$ ହେଲେ $3x+7-7=10-7$ ଅର୍ଥାତ୍, $3x=3$ ହେବ ।

(c) ଏକ ସମୀକରଣର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ସମାନ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିଲେ ସମାନତା ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ (ଗୁଣନ ନିୟମ) ।

ଯଥା : $\frac{x}{2}=5$ ହୁଏ ତେବେ $\frac{x}{2}\times 4=5\times 4$ ହେବ ।

ଅର୍ଥାତ୍, $2x=20$ ହେବ ।

(d) ଏକ ସମୀକରଣର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଏକ ଅଣଶୂନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ମଧ ସମାନତା ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ (ହରଣ ନିୟମ) ।

ଯଥା : ଯଦି $3x=21$ ତେବେ, $3x\div 3=21\div 3$ ଅର୍ଥାତ୍ $x=7$ ହେବ ।

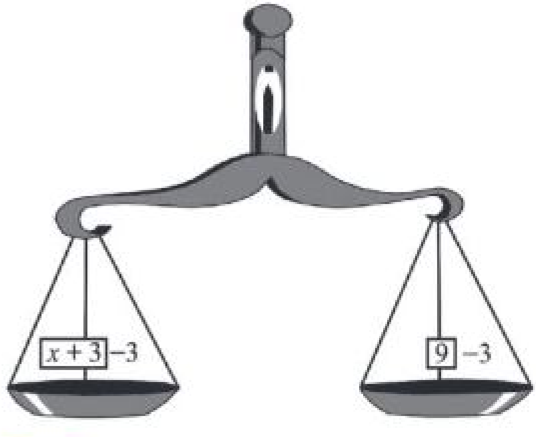
ଉପରୋକ୍ତ ନିୟମଗୁଡ଼ିକର ସହାୟତାରେ ସମୀକରଣ ର ସମାଧାନ ସହଜ ହୋଇଥାଏ ।

ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ।

ଉଦାହରଣ - 12

ସମାଧାନ କର : $x+3=9$

ସମାଧାନ :



$x+3=9$

ବା, $x+3-3=9-3$ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ 3 ବିୟୋଗ କରି)

ବା, $x=6$

$\therefore$ ସମାଧାନ ହେଉଛି $x=6$

କହିଲ ଦେଖି

ଉପର ସମୀକରଣ କେବଳ ବାମପାର୍ଶ୍ୱରୁ 3 ବିୟୋଗ କରାଯାଇଥିଲେ ସମୀକରଣଟି ସମତୁଲ ହୋଇଥାଆନ୍ତା କି ? କାହିଁକି ?

ଏହି ସମାଧାନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଦେଖି ରେଖା ତା'ର ସାଙ୍ଗ ମିଲୁକୁ ପଚାରିଲା- ସମୀକରଣ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ 3 ବିୟୋଗ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ବୋଲି କିପରି ଜାଣିଲେ ?

ମିଲୁ ଉପର ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢ଼େ । ସେ କହିଲା-

ସମୀକରଣର ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ଅଜ୍ଞାତରାଶି x ସହ $+3$ ରହିଛି । ଯେହେତୁ ଆମର x ର ମାନ ଜାଣିବା ଦରକାର, ତେଣୁ ବାମ ପାଖରେ କେବଳ x ରହିବା ଆମେ ଚାହୁଁ । ଏଣୁ ବାମ ପାଖରୁ x ସହ ଯୋଗ କରାଯାଇଥିବା 3 କୁ କାଢି ନେବା ଆମର ଦରକାର, ଯୋଗ ହୋଇଥିବା 3 କୁ କାଢ଼ି ନେବା ଲାଗି 3 ବିୟୋଗ କରିବା ଦରକାର ।

ଏହା ଶୁଣି ରେଖା କହିଲା- ତେବେ ଯଦି ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରେ $x-3$ ଥା'ନ୍ତା ଆମେ ତ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱ 3 ଯୋଗ କରିଥା'ନ୍ତେ ।

ମିଲୁ କହିଲା- ଠିକ୍ କହିଛୁ ।

କହିଲ ଦେଖି :

ସମୀକରଣର ବାମ ପାଖରେ ଯଦି $2x$ (ବା $x\times2$) ଥା'ନ୍ତା, ତେବେ ସମାଧାନ ପାଇଁ କ'ଣ କରାଯାଇଥାନ୍ତା ?

ଶୁଦ୍ଧତା ପରୀକ୍ଷଣ-

ବର୍ତ୍ତମାନ 'x' ର ମାନ 6 ଲାଗି ସମୀକରଣ $x+3=9$ ସିଦ୍ଧ ହେଉଛି କି ନାହିଁ ଦେଖିବା ।

ବାମପାର୍ଶ୍ୱ $= 6+3 = 9 =$ ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱ

ଉଦାହରଣ - 13

ସମାଧାନ କର : $x-3=7$

ସମାଧାନ : $x-3=7$

ବା, $x-3+3=7+3$

ବା, $x=10$

କହିଲ ଦେଖି :

ଉଦାହରଣ 13 ରେ ବାମପାର୍ଶ୍ୱରେ x ସହ 3 ଯୋଗ କରାଯାଇଛି କାହିଁକି ?

ଶୁଦ୍ଧତା ପରୀକ୍ଷଣ :

($x = 10$ ହେଲେ, ସମୀକରଣର ବାମପାର୍ଶ୍ୱ $= x - 3 = 10 - 3 = 7 =$ ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ

$\therefore$ ବାମପାର୍ଶ୍ୱ = ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱ

ଉଦାହରଣ - 14

ସମାଧାନ କର : $7x + 41 = 62$

ସମାଧାନ :

$7x + 41 = 62$

ବା $7x + 41 - 41 = 62 - 41$

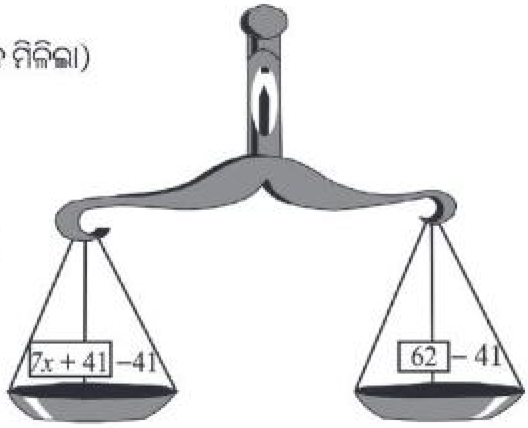
(ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ 41 ବିୟୋଗ କରିବାରୁ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ଥିବା ପଦ $7x$ ର ମାନ ମିଳିଲା)

ବା $7x + 0 = 21$

ବା $7x = 21$

ବା $\frac{7x}{7} = \frac{21}{7}$ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ 7 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରାଗଲା)

ବା $x = 3$



ଶୁଦ୍ଧତା ପରୀକ୍ଷଣ : x ର ମାନ ବାମପାର୍ଶ୍ୱରେ '3' ନେଇ

ବାମପାର୍ଶ୍ୱ $= 7x + 41 = 62$

ବା $7 \times 3 + 41 = 21 + 41 = 62 =$ ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ

$\therefore$ ବାମପାର୍ଶ୍ୱ = ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱ

ଉଦାହରଣ - 15

ସମାଧାନ କର : $2x - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

ସମାଧାନ : $2x - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

ବା $2x - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$

ବା $2x = \frac{2+1}{3} = \frac{3}{3}$

ବା $2x = 1$

ବା $x = \frac{1}{2}$

ଶୁଦ୍ଧତା ପରୀକ୍ଷଣ :

ବାମପାର୍ଶ୍ୱ $= 2x - \frac{1}{3}$

$= 2\times\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$

$= 1-\frac{1}{3}=\frac{3-1}{3}=\frac{2}{3}$

= ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ

ଜାଣିରଖ –

ସମୀକରଣର ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି (x, y ବା ଯାହା କିଛି) ଥିବା ପଦ ସହିତ ଅନ୍ୟ ଯେଉଁ ପଦ ଥାଏ ତାକୁ ପ୍ରଥମେ ଅପସାରଣ କରାଯାଏ । ଅନ୍ୟ ପଦଟି ଯୋଗ କରାଯାଇଥିଲେ ବିୟୋଗ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ, ବିୟୋଗ ହୋଇଥିଲେ ଯୋଗ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରେ କେବଳ ଆଜ୍ଞାତରାଶି x ଥିବା ପଦ ଥିବା ବେଳେ ତାହାର ସହଗ ରୂପେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାକୁ କାଢି ଦବା ଲାଗି, ସଂଖାଟି x ସହ ଗୁଣା ହୋଇଥିଲେ ହରଣ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ, ସଂଖ୍ୟାଟି x ସହ ହରାଯାଇଥିଲେ, ଗୁଣନ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

(କ) $3p-10=5$

ବା $3p-10+10=5+10$

(ଏଠାରେ ବାମପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା – 10 କୁ ଅପସାରଣ କରିବା ପାଇଁ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ 10 ଯୋଗ କରାଯାଇଛି)

ଫଳରେ ଆମେ ପାଇବା–

$3p=5+10$

ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ସମୀକରଣର ବାମପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା –10 ଅପସାରିତ ହେବା ବେଳେ ଡାହାଣ ପାଖରେ + 10 ମିଳିଛି, ଆମେ କହୁ ବାମ ପାଖରେ ଥିବା – 10 ପଦଟିର ପାର୍ଶ୍ୱ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରାଯାଇଛି ।

ସେହିପରି ଅନ୍ୟ ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ଦେଖ ।

(ଖ) $5x+12=27$

ବା $5x+12-12=27-12$

ବା $5x=27-12$

ପୂର୍ବପରି ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା + 12 ର ପାର୍ଶ୍ୱ ପରିବର୍ତ୍ତନ କଲେ, ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ 12 ବିୟୋଗ କରିବାକୁ ପଡ଼େ ।

(ଗ) $3x=12$ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ 3 କୁ ଅପସାରିତ କରିବାଲାଗି, ଆମେ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ 3 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା ।

ଏହା ଫଳରେ ଆମେ ପାଇବା – $3x=12$

ବା $\frac{3x}{3}=\frac{12}{3}$

ବା $x=\frac{12}{3}$

ଆମେ ଦେଖିଲେ, ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରେ x ସହ ଗୁଣନ କରାଯାଇଥିବା 3 ଟି ଡାହାଣ ପାଖରେ ଭାଗ କରାଯାଇଛି ।

(ଘ) $\frac{x}{5} = 2$ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ 5 କୁ ଅପସାରଣ କରିବା ଲାଗି, ଆମେ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରିବା ।

ଏଣୁ ଆମେ ପାଇବା- $\frac{x}{5} = 2$

ବା $\frac{x}{5} \times 5 = 2 \times 5$

ବା $x = 2 \times 5 = 10$

ଏଠାରେ ଦେଖିଲେ ବାମପାଖରେ ଥିବା x ର ଭାଜକ 5 କୁ ଅପସାରଣ କରିବା ଲାଗି, ଆମେ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରିଛୁ ।

ଏହା ଫଳରେ ପାଇଲେ- $\frac{x}{5} = 2$

ବା $x = 2 \times 5 = 10$

ବାମ ପାଖରୁ ଅପସାରଣ କରାଯାଉଥିବା ସଂଖ୍ୟାଟି ଡାହାଣ ପାଖକୁ ଯାଉଛି । ଏହାକୁ **ପାର୍ଶ୍ୱ ପରିବର୍ତ୍ତନ ପ୍ରକ୍ରିୟା** କୁହାଯାଏ । ଆମେ ସମୀକରଣଟି ସମାଧାନ କଲାବେଳେ ଯୋଗ ନିୟମ, ବିୟୋଗ ନିୟମ ଆଦି ନିୟମଗୁଡିକ ପ୍ରୟୋଗ ନ କରି ପାର୍ଶ୍ୱ ପରିବର୍ତ୍ତନ ପ୍ରଣାଳୀ ଅବଲମ୍ବନ କରି କିପରି ସମୀକରଣକୁ ସମାଧାନ କରିବା, ତାହା ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣରେ ଦେଖ ।

ଉଦାହରଣ- 16

ସମାଧାନ କର : $4m + 12 = 20$

ସମାଧାନ :

$4m + 12 = 20$

ବା $4m = 20 - 12$ (12 ର ପାର୍ଶ୍ୱ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଦ୍ୱାରା)

ବା $4m = 8$ (4 ର ପାର୍ଶ୍ୱ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଦ୍ୱାରା)

ବା $m = \frac{8}{4}$ ବା $m = 2$

∴ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ $m = 2$

> **ଜାଣିଛ କି ?**
> କୌଣସି ରାଶିର ପାର୍ଶ୍ୱ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରାଗଲେ ତା'ର ଚିହ୍ନରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଘଟିବ ।

ଉଦାହରଣ -17

ସମାଧାନ କର : $2p - 1 = p + 5$

ସମାଧାନ :

$2p - 1 = p + 5$

ବା $2p - p = 1 + 5$ (ଏଠାରେ -1 ର ପାର୍ଶ୍ୱ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରାଯାଇ ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଯୋଗ ହୋଇଛି ଏବଂ p ର ପାର୍ଶ୍ୱ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରାଯାଇ ବାମପାର୍ଶ୍ୱରୁ ଏହାକୁ ବିୟୋଗ କରାଯାଇଛି । ଏହାଦ୍ୱାରା ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି p କୁ କେବଳ ବାମପାର୍ଶ୍ୱରେ ରଖାଯାଇଛି ।

ବା $p = 6$ (ଉତ୍ତର)

ଆମେ ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ କୌଣସି ସମୀକରଣରୁ ତା'ର ସମାଧାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ, ଏବେ ତାର ଠିକ୍ ଓଲଟା ପରିସ୍ଥିତି ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରିବା । ଯେ କୌଣସି ସମାଧାନରୁ ଆମେ ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ଧବଳ କଳାପଟାରେ $x=4$ ଲେଖିଲା ।

ଏହାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକରି କମଳ $x+5=9$ ଲେଖିଲା

ସୁବ୍ରତ୍ ହଠାତ୍ ଠିଆହୋଇ ପଡ଼ି କହିଲା $3x+2=14$ ।

କମଳ ଓ ସୁବ୍ରତ ଲେଖିଥିବା ସମୀକରଣ ଦୁଇଟିର ସମାଧାନ କର । ଧବଳ କଳାପଟାରେ ଲେଖିଥିବା ସମାଧାନ ମିଳିଲାକି ? ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ଧବଳ ଲେଖିଥିବା ସମଧାନ ପାଇଁ ଏକାଧିକ ସମୀକରଣ ତିଆରି ହୋଇପାରିଲା । $x=5$ ପାଇଁ ତୁମେ ଆଉ ଦୁଇଟି ସମୀକରଣ ତିଆରି କର ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- $a=6$ ନିଅ ।
- ଏହାକୁ ନେଇ ଚାରୋଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସମୀକରଣ ତିଆରି କର ।
- ତୁମେ ତିଆରି କରିଥିବା ସମୀକରଣ ଚାରୋଟିକୁ ତୁମ ଶ୍ରେଣୀର ଚାରିଜଣ ପିଲାଙ୍କୁ ସମାଧାନ କରିବାକୁ ଦିଅ ।
- ସେମାନେ ସମାଧାନ କରି a ର ମାନ କେତେ ପାଇଲେ ?
- ସେମାନେ $a=6$ ପାଇଲେ କି ?

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 6.5

1. ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମୀକରଣର ଡାହାଣର ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ସମୀକରଣର ମୂଳ, ତାହା ବାଛି ଲେଖ ।

(କ) $3x-7=2$ $[0, 1, 2, 3]$

(ଖ) $2y+3=y+2$ $[0, 1, -1, 2]$

(ଗ) $\frac{z}{5}=3$ $[12, 15, 18, 9]$

(ଘ) $\frac{y}{5}-2=1$ $[4, 8, 12, 15]$

(ଙ) $30-5x=x-6$ $[2, 5, 6, -6]$

2. ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ଲାଗି ବିଭିନ୍ନ ମାନ ନେଇ ପରୀକ୍ଷା ଦ୍ୱାରା ସମାଧାନ କର ।

(କ) $2x+3=13$ (ଖ) $3-x=x-5$

(ଗ) $4x=20$ (ଘ) $3y-2=7$

3. ସମୀକରଣର ଯୋଗ, ବିୟୋଗ, ଗୁଣନ ଓ ହରଣ ନିୟମ ମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଉପଯୁକ୍ତ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ କରି ସମାଧାନ କର ।

(କ) $x+5=2$ (ଖ) $z-4=0$

(ଗ) $y-3=2-y$ (ଘ) $5x-3=2$

4. ପାର୍ଶ୍ୱ ପରିବର୍ତ୍ତନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅବଲମ୍ବନ କରି ସମାଧାନ କର :

(କ) $3x-2=46$ (ଖ) $5m+7=17$ (ଗ) $2q+6=12$

(ଘ) $\frac{2a}{3}=6$ (ଙ) $\frac{3p}{3}=6$ (ଚ) $2q+7=q+9$

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ଆସ ଖେଳିବା,

ତୁମର ବୟସ କେତେ ?

- ତୁମ ବୟସକୁ ଭାବ । ସେଥିରେ 5 ଯୋଗ କର ।
- ପାଇଥିବା ଯୋଗଫଳରେ 2 ଗୁଣନ କର ।
- ଗୁଣଫଳରୁ 10 ବିୟୋଗ କର ।
- ଏବେ ପାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାରୁ ତୁମେ ଭାବିଥିବା ତୁମ ବୟସ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କର ।
- ତୁମେ ଯାହା ପାଇଲ, ତାହା ଭାବିଥିବା ସଂଖ୍ୟା କି ?

ଏହା କିପରି ଜଣାପଡ଼ିଲା ? ଏହାକୁ ନିମ୍ନମତେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା ।

ତୁମର ବୟସକୁ x ଧର ।

ବୟସରେ 5 ଯୋଗ କରିବା $= x+5$

ପାଇଥିବା ଯୋଗଫଳରେ 2 ଗୁଣିବା $= 2(x+5) = 2x+10$

10 ବିୟୋଗ କରିବା $= 2x+10-10 = 2x$

ଭାବିଥିବା ବୟସକୁ ଫେଡ଼ିବା $= 2x-x = x$

ଅର୍ଥାତ୍ ତୁମେ ପ୍ରଥମରୁ ଭାବିଥିବା ତୁମର ବୟସ ମିଳିଗଲା

ସେହିପରି ଆମେ ଅନେକ ସମୀକରଣ ତିଆରି କରିପାରିବା

ଯେପରି କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାରେ 2 ଗୁଣି 3 ମିଶାଇଲେ 5 ହେବ, $2x+3=5$

ତୁମେ ଏହିଭଳି କେତେ ଗୁଡ଼ିଏ ସମୀକରଣ ତିଆରି କର ।

ସପ୍ତମ ଅଧ୍ୟାୟ

ତ୍ରିଭୁଜର ଧର୍ମ

FPFGV8

7.1 ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ :

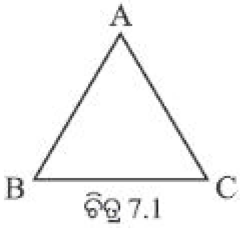
A, B, C ଏକ ସରଳରେଖାରେ ନ ଥିବା ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁ ହେଲେ, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ଓ $\overline{CA}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ତିନୋଟି ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଚିତ୍ର ହେଉଛି ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଏବଂ ଏହାର ନାମ ΔABC (ଚିତ୍ର 7.1)। ତ୍ରିଭୁଜ ଏକ ଆବଦ୍ଧ ଚିତ୍ର।

A, B, ଓ C କୁ ΔABC ର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ କୁହାଯାଏ।

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ଓ $\overline{CA}$ କୁ ΔABC ର ବାହୁ କୁହାଯାଏ।

$\angle A$, $\angle B$ ଓ $\angle C$ ହେଉଛି ΔABC ର ତିନୋଟି କୋଣ।

$\angle A$ ର ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁ $\overline{BC}$ ଓ ବାହୁ $\overline{BC}$ ର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣ ହେଉଛି $\angle A$।



ଚିତ୍ର 7.1

(କ) ସେହିଭଳି $\angle B$ ଓ $\angle C$ ର ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁ ସ୍ଥିର କର।

(ଖ) XYZ ନାମକ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର। ଏହାର $\overline{XY}$, $\overline{YZ}$ ଓ $\overline{ZX}$ ର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ନାମ ଲେଖ।

ବାହୁମାନଙ୍କର ମାପ ଅନୁଯାୟୀ ତ୍ରିଭୁଜର ବିଭାଗୀକରଣ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରେ କରାଯାଇପାରେ।

(କ) ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ (ଖ) ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ (ଗ) ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ

ସେହିପରି, କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ପରିପ୍ରେକ୍ଷୀରେ ତ୍ରିଭୁଜର ବିଭାଗୀକରଣ ହେଉଛି –

(କ) ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ (ଖ) ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ (ଗ) ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ

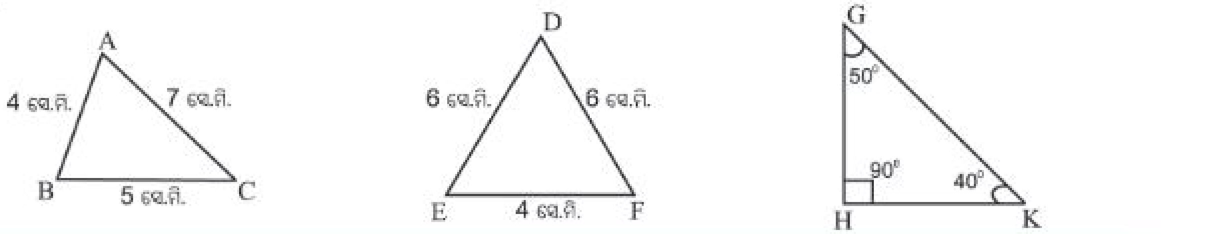
ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 7.1

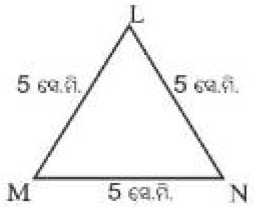
$\overline{QR}$ ର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣର ନାମ ଲେଖ।

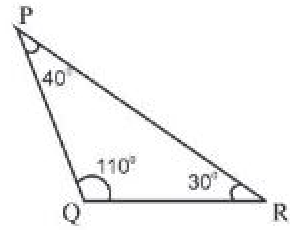
1. (କ) Δ PQR ରେ (ଖ) Δ DEF ରେ $\angle E$ ର ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁର ନାମ ଲେଖ।

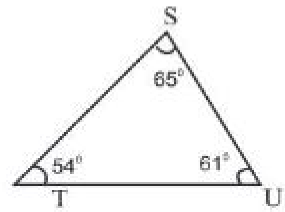
   (ଗ) Δ KLM ରେ M ଶୀର୍ଷର ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁର ନାମ ଲେଖ।

2. ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ ବିଭିନ୍ନ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ କୋଣର ପରିମାଣ ମାନ ଦିଆଯାଇଛି। ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ।









ଉପଯୁକ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜର ନାମକରଣ କର :

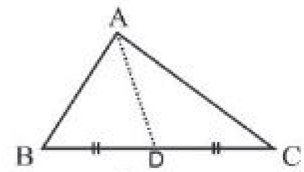
(କ) ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ (ଖ) ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ (ଗ) ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ

(ଘ) ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ (ଙ) ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ (ଚ) ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ

7.2 ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ପୃକ୍ତ କେତେକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ରେଖାଖଣ୍ଡ

(କ) ତ୍ରିଭୁଜର ମଧ୍ୟମା :

ଚିତ୍ର 7.2 ରେ ଥିବା Δ ABC ର $\overline{BC}$ ବାହୁକୁ ଦେଖ । $\overline{BC}$ ବାହୁର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ D । $\overline{BC}$ ବାହୁର ସମ୍ମୁଖୀନ ଶୀର୍ଷ A । $\overline{AD}$ କୁ Δ ABC ର **ଗୋଟିଏ ମଧ୍ୟମା** କୁହାଯାଏ । ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ –

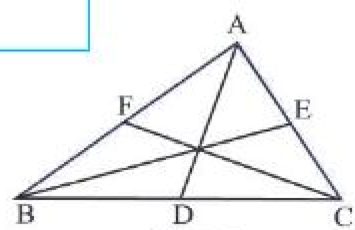


ଚିତ୍ର 7.2

ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଓ ଉକ୍ତ ବାହୁର ସମ୍ମୁଖୀନ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ ମଧ୍ୟମା କୁହାଯାଏ ।

ଚିତ୍ର 7.2 ରେ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଥିବା ମଧ୍ୟମା ହେଉଛି $\overline{BC}$ ପ୍ରତି ମଧ୍ୟମା ।

$\overline{CA}$ ଓ $\overline{AB}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ନେଇ ଆଉ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟମା ମଧ୍ୟ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରେ । ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କର ।



ଚିତ୍ର 7.3

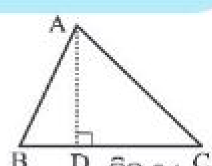
ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର । ଏହାର ନାମ ଦିଅ DEF ।
- Δ DEF ର ବାହୁ $\overline{DE}$, $\overline{EF}$ ଓ $\overline{FD}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର । ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ତିନୋଟିର ନାମ ଦିଅ K, L, M ।
- $\overline{KF}$, $\overline{LD}$ ଓ $\overline{ME}$ ମଧ୍ୟମା ତିନୋଟି ଅଙ୍କନ କର । $\overline{KF}$ ଓ $\overline{LD}$ ର ଛେଦବିନ୍ଦୁଟି ମଧ୍ୟମାର ଉପରେ ରହିଲା କିମ୍ବା ବାହାରେ ରହିଲା ଦେଖିଲ ? ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

  ତୁମେ ନିଶ୍ଚୟ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଥିବ ଯେ, $\overline{KF}$ ଓ $\overline{LD}$ ର ଛେଦବିନ୍ଦୁ $\overline{ME}$ ମଧ୍ୟମା ଉପରେ ରହିବ । ଅର୍ଥାତ୍, ମଧ୍ୟମା ତିନୋଟି ଏକ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ।

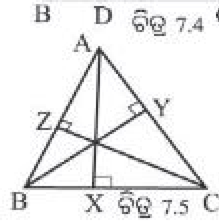
(ଖ) ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା :

ଚିତ୍ର 7.4 ରେ ଥିବା Δ ABC ର ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ A ଠାରୁ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି $\overline{AD}$ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି । $\overline{AD}$ କୁ Δ ABC ର $\overline{BC}$ ବାହୁ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଦୈର୍ଘ୍ୟ $\overline{AD}$ କୁ Δ ABC ର $\overline{BC}$ ପ୍ରତି **ଉଚ୍ଚତା** କୁହାଯାଏ ।



ଚିତ୍ର 7.4

ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ B ରୁ $\overline{AC}$ ବାହୁ ପ୍ରତି ଓ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ C ରୁ $\overline{AB}$ ବାହୁ ପ୍ରତି ମଧ୍ୟ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରେ । ସେ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟ Δ ABC ର ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ଲମ୍ବ ।



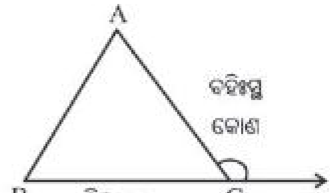
ଚିତ୍ର 7.5

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- Δ DEF ଅଙ୍କନ କର ।
- ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ସାହାଯ୍ୟରେ D ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{EF}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ଓ ଲମ୍ବର ପାଦ ବିନ୍ଦୁର ନାମ ଦିଅ X ।
- ସେହିପରି E ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{DF}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ଓ ଏହି ଲମ୍ବର ପାଦ ବିନ୍ଦୁର ନାମ ଦିଅ Y ।
- ପୁନଶ୍ଚ ପୂର୍ବ ପରି F ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{DE}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ଓ ଏହି ଲମ୍ବର ପାଦ ବିନ୍ଦୁର ନାମ ଦିଅ Z । ବର୍ତ୍ତମାନ Δ DEF ର $\overline{EF}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ $\overline{DX}$, $\overline{FD}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ $\overline{EY}$ ଓ $\overline{DE}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ $\overline{FZ}$ ପାଇଲ ।
- କହିଲ ଦେଖି, $\overline{DX}$, $\overline{EY}$ ଓ $\overline{FZ}$ ଲମ୍ବ ତିନୋଟି ପରସ୍ପରକୁ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଥିବାର ଦେଖୁଛ ଅଥବା ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଥିବାର ଦେଖୁଛ ?

ତୁମେ ନିଶ୍ଚୟ ଦେଖିବ ଯେ, ଲମ୍ବ ତ୍ରୟ ପରସ୍ପରକୁ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଛନ୍ତି । ଅର୍ଥାତ୍, **ତ୍ରିଭୁଜର ଲମ୍ବ ତିନୋଟି ଏକ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ।**

7.3 ତ୍ରିଭୁଜର ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ଓ ଏହାର ଧର୍ମ



ଚିତ୍ର 7.6

ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟି କୋଣ ଥାଏ, ତାହା ତୁମେ ଜାଣିଛ । ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣକୁ ତ୍ରିଭୁଜର **ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ** ବୋଲି ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ ।

ଚିତ୍ର 7.6 ରେ ଥିବା Δ ABC କୁ ଦେଖ । $\overrightarrow{BD}$ ରଶ୍ମି ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି $\overline{BC}$ ବାହୁ $\overrightarrow{BD}$ ର ଏକ ଅଂଶ ହୋଇଥିବ ।

ଏବେ କହ, $\overrightarrow{CD}$ ଓ $\overline{CA}$ ଦ୍ୱାରା କେଉଁ କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଛି ?

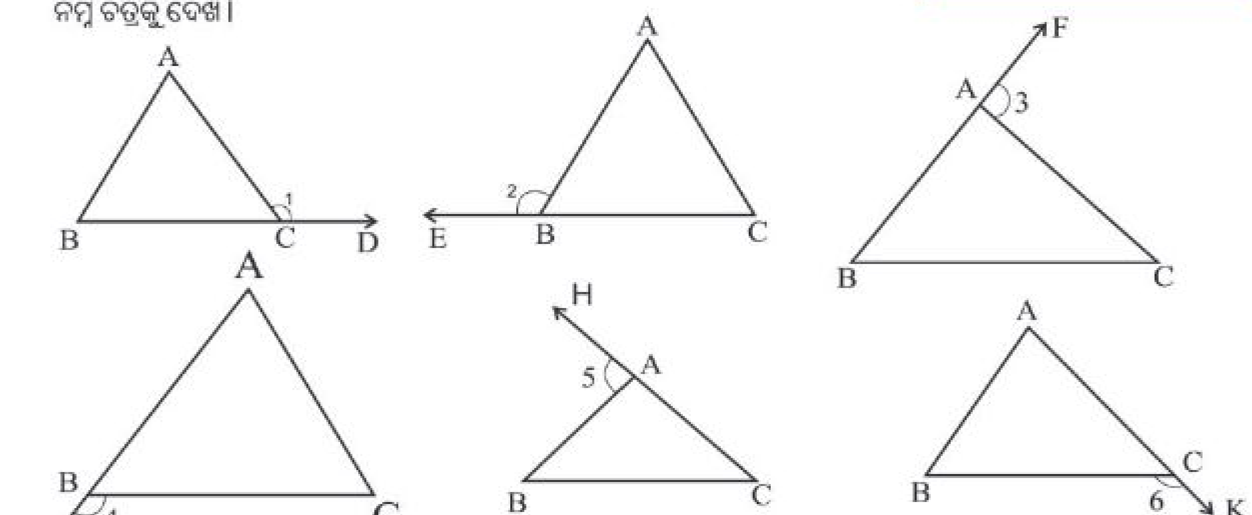
ଉତ୍ପନ୍ନ କୋଣ ହେଉଛି $\angle$ACD ।

$\angle$ACD କୁ Δ ABC ର ଗୋଟିଏ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ କୁହାଯାଏ ।

ଏହିଭଳି Δ ABC ର କେତୋଟି ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ସମ୍ଭବ ?

ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖ ।

> **ଜାଣିଛ କି ?**
> $\overrightarrow{CD}$ କୁ ଆମେ ମଧ୍ୟ $\overline{BC}$ ର ବର୍ଦ୍ଧିତାଂଶ କହିଥାଉ । $\overline{BC}$ ର ବର୍ଦ୍ଧିତାଂଶ $\overrightarrow{CD}$ ସହ $\overline{AC}$ ବାହୁ ବହିଃସ୍ଥ $\angle$ACD କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରେ ବୋଲି ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ ।



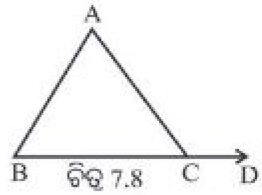
ଚିତ୍ର 7.7

Δ ABC ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁଠାରେ ଦୁଇଟି ଲେଖାଏଁ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ସମ୍ଭବ ।

ଚିତ୍ର 7.8 ରେ Δ ABC ର ଗୋଟିଏ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ∠ACD ।

Δ ABC ର ତିନୋଟି ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ ମଧ୍ୟରୁ ∠ACB, ବହିଃସ୍ଥ ∠ACD ର ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ଅଟେ ।

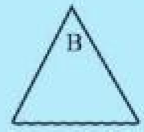
ଅନ୍ୟ ଦୁଇ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ∠BAC ଓ ∠ABC କୁ ବହିଃସ୍ଥ ∠ACD ର **ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ଦୂରବର୍ତ୍ତୀ କୋଣ** କୁହାଯାଏ ।

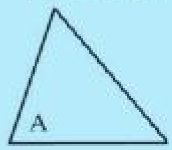


ଚିତ୍ର 7.8

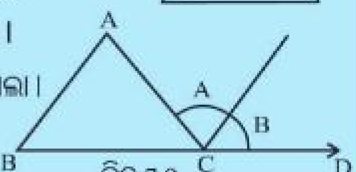
ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ଗୋଟିଏ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ନେଇ Δ ABC ଉପରେ ରଖ ଏବଂ ∠ABC ଓ ∠BAC ର ଅବିକଳ ନକଲ ଅଙ୍କନ କର (ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ନ ଥିଲେ ସାଧାକାଗଜରେ ତେଲ ଘସି ତେଲ ଲଗା କାଗଜ ନିଆଯାଇପାରେ)
- ∠ABC ଓ ∠BAC ର ନକଲ ଚିତ୍ରର ଧାରେ ଧାରେ କାଟି ଦେଇ କୋଣ ଦୁଇଟିକୁ ଅଲଗା କରି ନିଅ । ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର ଭଳି କୋଣ ଆକୃତିର ଖଣ୍ଡମାନ ପାଇବ ।





- Δ ABC ର C ବିନ୍ଦୁରେ $\overline{CA}$ ସହ କଟାଯାଇଥିବା ∠A ଆକୃତିର ଗୋଟିଏ ଧାରକୁ ଲଗାଇ ରଖ ଏବଂ $\overline{CD}$ ସହ କଟାଯାଇଥିବା ∠B ଆକୃତିର ଗୋଟିଏ ଧାରକୁ ଲଗାଇ ରଖ (ଚିତ୍ର 7.9 ଭଳି) ।
- ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖିବ ଯେ, ∠A ଆକୃତି ଓ ∠B ଆକୃତିର ଅନ୍ୟ ଧାର ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ସହ ମିଶିଗଲା ।
- ଏଥିରୁ ତୁମେ କ'ଣ ଜାଣିଲ ତୁମ ସାଙ୍ଗମାନଙ୍କ ସହ ଆଲୋଚନା କରି ଲେଖ ।



ଚିତ୍ର 7.9

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ତୁମ ଖାତାରେ Δ ABC ଅଙ୍କନ କର ।
- $\overrightarrow{BD}$ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର $\overline{BC}$ ବାହୁ ଗୋଟିଏ ଅଂଶ । ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ∠ACD ପାଇଲ ।
- ∠A, ∠B ଓ ବହିଃସ୍ଥ ∠ACD କୁ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ ମାପ ।
- m∠A + m∠B କେତେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
- ପାଇଥିବା ସମଷ୍ଟି ଓ m∠ACD ମଧ୍ୟରେ କି ସମ୍ପର୍କ ଦେଖୁଛ ?
- ଉପରୋକ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

ଆମେ ଜାଣିଲେ,

ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ,

ଏହାର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ଦୂରବର୍ତ୍ତୀ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ।

ଉତ୍ତର ଲେଖ :

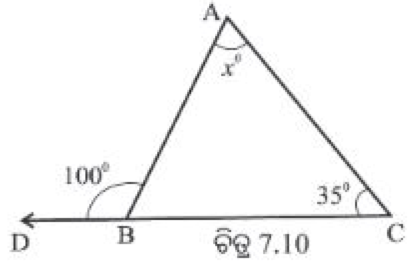
1. Δ ABC ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁରେ କେତୋଟି ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ?
2. Δ ABC ର A ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁଠାରେ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ଦୁଇଟି ଅଙ୍କନ କଲେ, ସେ ଦୁଇଟିର ପରିମାଣ ମଧ୍ୟରେ କି ସମ୍ପର୍କ ରହିବ ? ତୁମ ଉତ୍ତରର କାରଣ କ'ଣ ?
3. ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ ଓ ତା'ର ସନ୍ନିହିତ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ କ'ଣ ? ତୁମ ଉତ୍ତରର କାରଣ କହ ।

ଉଦାହରଣ - 1

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ Δ ABC ର ଗୋଟିଏ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ $\angle ABD$ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି ।

$m\angle ABD = 100^0$, $m\angle A = x^0$ ଓ $m\angle C = 35^0$ ହେଲେ x ର ମାନ କେତେ ?

ସମାଧାନ :



ଚିତ୍ର 7.10

$\angle ABD$ ଗୋଟିଏ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ।

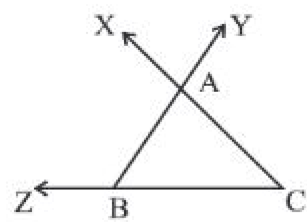
ଏଣୁ $m\angle ABD = m\angle A + m\angle C$

କିମ୍ବା $100^0 = x^0 + 35^0$

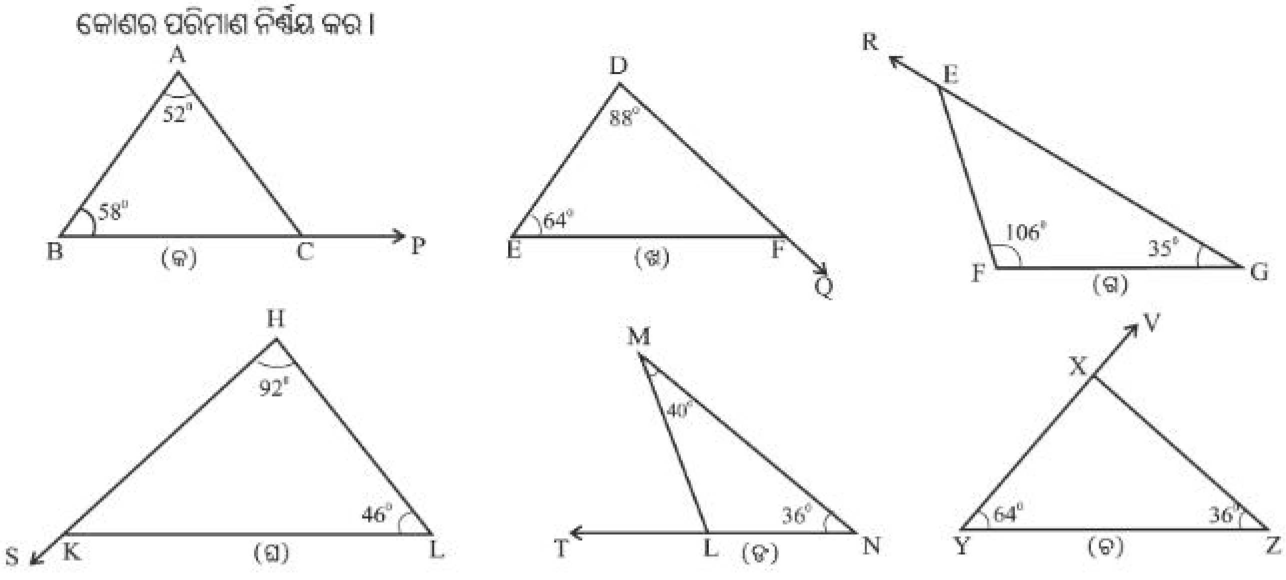
କିମ୍ବା $100^0 - 35^0 = x^0$

କିମ୍ବା $x = 65$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 7.2

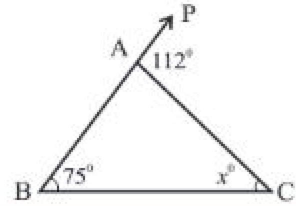


1. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଦେଖୁଥିବା ବହିଃସ୍ଥ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ନାମ ଲେଖ ।
2. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ମୋଟ କେତେ ଗୋଟି ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ?
3. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ ଦେଖୁଥିବା ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣ ଦିଆଯାଇଛି ଏବଂ ଗୋଟିଏ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ଉକ୍ତ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



4. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ Δ ABC ର $\angle B$ ଓ ବହିଃସ୍ଥ $\angle PAC$ ର ପରିମାଣ ଯଥାକ୍ରମେ 75^0 ଓ 112^0 ।

   $\angle C$ ର ପରିମାଣକୁ x^0 ରୂପେ ସୂଚିତ କରାଯାଇଛି । x ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



5. Δ ABC ରେ $\angle B$ ର ପରିମାଣ $\angle C$ ର ପରିମାଣର ଦୁଇ ଗୁଣ । ଏହି ତ୍ରିଭୁଜର A ଠାରେ ଅଙ୍କିତ ଗୋଟିଏ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ 114° ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜଟିର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

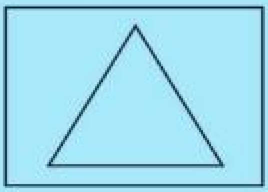
6. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ Δ ABC ରେ AC=BC । ବହିଃସ୍ଥ $\angle ACP$ ର ପରିମାଣ 160° ହେଲେ, $\angle B$ ଓ $\angle A$ ର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

7.4 ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ପରିମାଣ ସମ୍ପୃକ୍ତ ଧର୍ମ

ତ୍ରିଭୁଜର ତିନି କୋଣର ପରିମାଣ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସଂପର୍କକୁ ଜାଣିବା ପାଇଁ ନିମ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ କରିବା ।

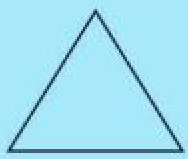
ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ଖଣ୍ଡେ କାଗଜ ନେଇ ତା' ଉପରେ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ଏହି ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁର ଧାରେ ଧାରେ କାଟି ତ୍ରିଭୁଜ ଆକୃତିର କାଗଜ ଖଣ୍ଡକୁ ଅଲଗା କରି ନିଅ ।



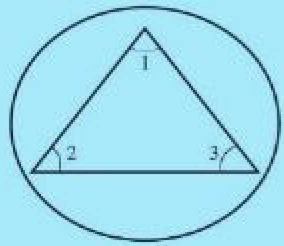
କାଗଜ ଉପରେ ଅଙ୍କିତ ତ୍ରିଭୁଜ

ଚିତ୍ର (କ)



ତ୍ରିଭୁଜ ଆକୃତିର କାଗଜ ଖଣ୍ଡ

ଚିତ୍ର (ଖ)

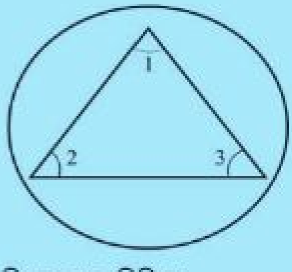


କୋଣ ତ୍ରୟର $\angle 1$, $\angle 2$ ଓ $\angle 3$ ନାମ କରଣ

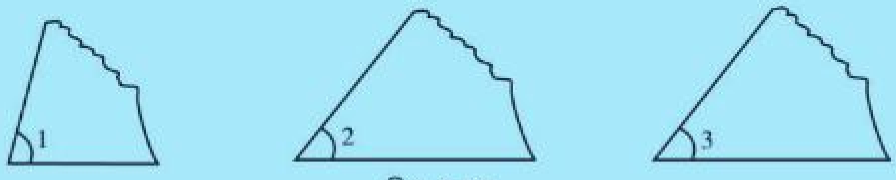
ଚିତ୍ର (ଗ)

ଚିତ୍ର 7.11

- ତ୍ରିଭୁଜ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କାଗଜରେ କୋଣ ତିନୋଟିକୁ $\angle 1$, $\angle 2$ ଓ $\angle 3$ ରୂପେ ନାମିତ କର (ଚିତ୍ର - ଗ) ।



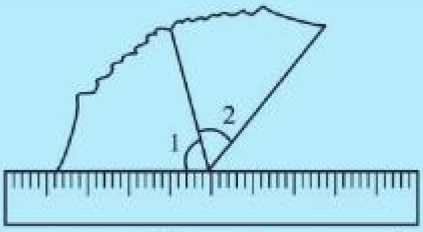
- ତ୍ରିଭୁଜ ଆକୃତି କାଗଜରୁ କୋଣ ତିନୋଟିକୁ କାଟି ଅଲଗା କରିଦିଅ ।



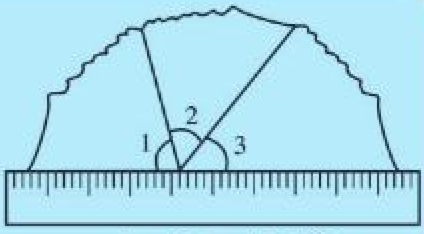
ଚିତ୍ର 7.12

- ତୁମ ଖାତା ଉପରେ ଗୋଟିଏ ସ୍କେଲ ରଖ । ସ୍କେଲର ଗୋଟିଏ ଧାର ସହ କଟାଯାଇଥିବା କୋଣ ତିନୋଟିର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁକୁ ଚିତ୍ର 7.13 ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଭଳି ଲଗାଇ ରଖ । ଏଠାରେ $\angle 1$ ର ଗୋଟିଏ ଧାର ସହ $\angle 2$ ର ଗୋଟିଏ ଧାର ଲାଗି ରହିଛି ଓ $\angle 2$ ର ଅନ୍ୟ ଧାର ସହ $\angle 3$ ର ଗୋଟିଏ ଧାର ଲାଗି ରହିଛି ।

$\angle 1$ ନାମିତ କୋଣକୁ ରଖାଯାଇଛି



$\angle 1$ ଓ $\angle 2$ ନାମିତ କୋଣକୁ ରଖାଯାଇଛି



$\angle 1$, $\angle 2$ ଓ $\angle 3$ ନାମିତ କୋଣତ୍ରୟକୁ ରଖାଯାଇଛି

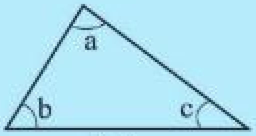
ଚିତ୍ର 7.13

$\angle 1$ ର ଗୋଟିଏ ଧାର ଓ କୋଣ $\angle 3$ ର ଗୋଟିଏ ଧାର ସ୍କେଲର ଧାର ସହ ଲାଗି ରହିଛି । ଅର୍ଥାତ୍ ସେହି ଧାର ଦୁଇଟି ଏକ ସରଳରେଖାରେ ରହିଛି ।

ଏଥିରୁ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ତିନୋଟିର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି କେତେ ହେଲା ବୋଲି ଜାଣିଲ ?

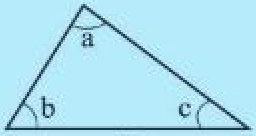
ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ତୁମ ଖାତାରେ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର । କୋଣଗୁଡ଼ିକୁ $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$ ରୂପେ ନାମିତ କର ।
- ଖଣ୍ଡେ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ନେଇ ସେଥିରେ ତୁମ ଖାତାରେ ଅଙ୍କିତ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟି ଅବିକଳ ନକଲ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ଓ ମୂଳ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣମାନଙ୍କର ନାମକରଣ ଅନୁଯାୟୀ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ନାମକରଣ କର ।
- ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜରୁ ନକଲ ତ୍ରିଭୁଜ ତିନୋଟିକୁ କାଟି ଅଲଗା କର ଯେପରି ଚିତ୍ର(କ), (ଖ) ଓ (ଗ) ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।



(କ)

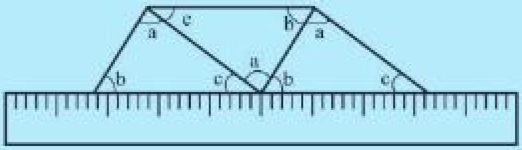
(ଖ)



(ଗ)

ଚିତ୍ର 7.14

- ତୁମ ଖାତାର ଗୋଟିଏ ପୃଷ୍ଠା ଉପରେ ସ୍କେଲଟିଏ ରଖ । ତ୍ରିଭୁଜ ତିନୋଟିକୁ ସ୍କେଲ ଧାରରେ ନିମ୍ନ ଚିତ୍ର ଭଳି ସଜାଇ ରଖ । ଏଠାରେ ଗୋଟିଏ ଖଣ୍ଡର $\angle a$ ନାମିତ କୋଣ, ଅନ୍ୟ ଗୋଟିକର $\angle b$ ନାମିତ କୋଣ ଓ ତୃତୀୟଟିର $\angle c$ ନାମିତ କୋଣ ଏକାଠି ରହିବ ।

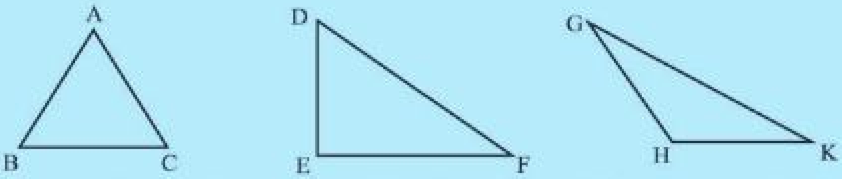


ଚିତ୍ର 7.15

- ଏହି ଅବସ୍ଥାରେ ପ୍ରଥମ ତ୍ରିଭୁଜର $\angle c$ ର ଗୋଟିଏ ବାହୁ ଓ ତୃତୀୟ ତ୍ରିଭୁଜର $\angle c$ ର ଗୋଟିଏ ବାହୁ ସ୍କେଲ୍ ଧାରକୁ ଲାଗି ରହିବାର ଦେଖିବା । ଏଥିରୁ ତ୍ରିଭୁଜର $\angle a$, $\angle b$ ଓ $\angle c$ ର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି କେତେ ହେବ ?

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ତୁମ ଖାତାରେ ବିଭିନ୍ନ ଆକୃତିର ତିନୋଟି ତ୍ରିଭୁଜ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ।



- ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ତିନୋଟିର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଓ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଯଥା ସ୍ଥାନରେ ଲେଖ ।

ତ୍ରିଭୁଜର ନାମ	କୋଣ ତିନୋଟିର ପରିମାଣ	କୋଣ ତିନୋଟିର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି
Δ ABC	$m\angle A =$ $m\angle B =$ $m\angle C =$	..........+..........+..........=
Δ DEF	$m\angle D =$ $m\angle E =$ $m\angle F =$	..........+..........+..........=
Δ GHK	$m\angle G =$ $m\angle H =$ $m\angle K =$	..........+..........+..........=

- ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ କୋଣ ତିନୋଟିର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି କେତେ ହେବାର ଦେଖୁଛ ?

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ -

ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ତିନୋଟିର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ।

ତୁମେ ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର :

1. ΔABC ର $m\angle A=70^0$ ଓ $m\angle B=45^0$ ହେଲେ, $m\angle C$ କେତେ ?
2. Δ PQR ରେ $m\angle R$ ଅପେକ୍ଷା $m\angle Q$ 10^0 ଅଧିକ ଓ $m\angle Q$ ଠାରୁ $m\angle P$ 10^0 ଅଧିକ ହେଲେ, କୋଣ ତିନୋଟିର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଉଦାହରଣ - 2

ΔABC ରେ $\angle A$ ର ପରିମାଣ $\angle B$ ର ପରିମାଣର ଦୁଇ ଗୁଣ ଓ $\angle C$ ର ପରିମାଣ $\angle A$ ର ପରିମାଣର ତିନି ଗୁଣ ହେଲେ, କୋଣ ତିନୋଟିର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଦତ୍ତ ଅଛି -

$m\angle A$ = $\angle B$ ର ପରିମାଣର ଦୁଇ ଗୁଣ

$m\angle C$ = $\angle A$ ର ପରିମାଣର ତିନି ଗୁଣ

= $3\times\angle A$ ର ପରିମାଣ

= $3\times2\times\angle B$ ର ପରିମାଣ

= $6\times\angle B$ ର ପରିମାଣ ବା $\angle B$ ର ପରିମାଣର 6 ଗୁଣ

ମାତ୍ର $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^0$

ଏଣୁ $2m\angle B + m\angle B + 6m\angle B = 180^0$

ବା, $9m\angle B = 180^0$

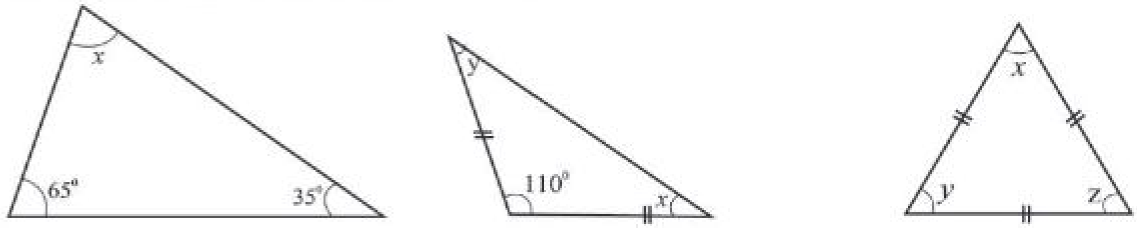
ବା, $m\angle B = \frac{180^0}{9} = 20^0$

$\because m\angle A = 2m\angle B = 2\times 20^0 = 40^0$

$m\angle C = 6m\angle B = 6\times 20^0 = 120^0$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 7.3

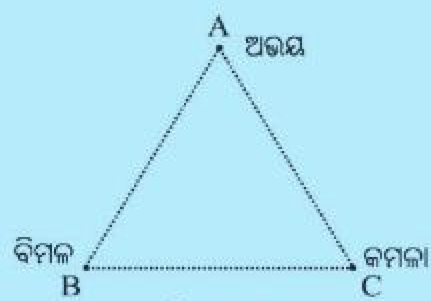
1. ନିମ୍ନ ଚିତ୍ର ତିନୋଟିରୁ x , y ଓ z ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



2. Δ ABC ରେ $m\angle A = m\angle B + m\angle C$ ହେଲେ, କେତେ $m\angle A$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

7.5. ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁ ସମ୍ପର୍କିତ ଧର୍ମ

ନିଜେ କରି ଦେଖ :



ଚିତ୍ର 7.17

- ସ୍କୁଲର ଖେଳ ପଡ଼ିଆକୁ ଯାଅ । ଚିତ୍ରରେ ଦେଖା ଯାଇଥିବା ଭଳି ତୁମର ତିନି ଜଣ ସାଙ୍ଗଙ୍କୁ ତିନୋଟି ସ୍ଥାନରେ ଠିଆ କରାଅ । ଚିତ୍ର 7.17 ରେ ଅଭୟ, ବିମଳ ଓ କମଳା ଏହି ଭଳି ତିନୋଟି ସ୍ଥାନରେ ଠିଆ ହୋଇଛନ୍ତି ।
- ବର୍ତ୍ତମାନ ଦୁଇ ଖଣ୍ଡ ଦଉଡ଼ି ନିଅ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦଉଡ଼ାର ଗୋଟିଏ ମୁଣ୍ଡକୁ ଅଭୟକୁ ଧରିବାକୁ କହ ।
- ଗୋଟିଏ ଦଉଡ଼ାକୁ ଅଭୟ ପାଖରୁ କମଳା ପାଖକୁ ଲମ୍ବାଅ ଓ କମଳାକୁ ଦଉଡ଼ାଟିକି ଟାଣି ଧରିବାକୁ କହ । କମଳା ଧରିବା ସ୍ଥାନରେ ଦଉଡ଼ାଟିକୁ କାଟି ଦିଅ । ବର୍ତ୍ତମାନ ସେ ଦଉଡ଼ାର ଗୋଟିଏ ମୁଣ୍ଡ ଅଭୟ ଧରିଛି ଓ ଅନ୍ୟ ମୁଣ୍ଡ କମଳା ଧରିଛି । ତେଣୁ ସେ ଦଉଡ଼ାଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅଭୟଠାରୁ କମଳାର ଦୂରତା ସହ ସମାନ ।
- ଦ୍ୱିତୀୟ ଦଉଡ଼ାରୁ ଗୋଟିଏ ମୁଣ୍ଡ ଅଭୟ ହାତରେ ଅଛି । ଦଉଡ଼ାଟିକୁ ବିମଳ ଆଡ଼କୁ ଲମ୍ବାଇ ଆଣ ଓ ବିମଳକୁ ଦଉଡ଼ାଟିକୁ ଟାଣି ଧରିବାକୁ କୁହ । ଦଉଡ଼ାଟିକୁ କମଳା ଆଡ଼କୁ ଲମ୍ବାଇ ନିଅ ଏବଂ କମଳାକୁ ଏହି ଦଉଡ଼ାଟିକୁ ଟାଣି ଧରିବାକୁ କୁହ । କମଳା ଟାଣି ଧରିବା ପରେ ଦଉଡ଼ାଟି ସେହି ଠାରୁ କାଟି ନିଅ ।

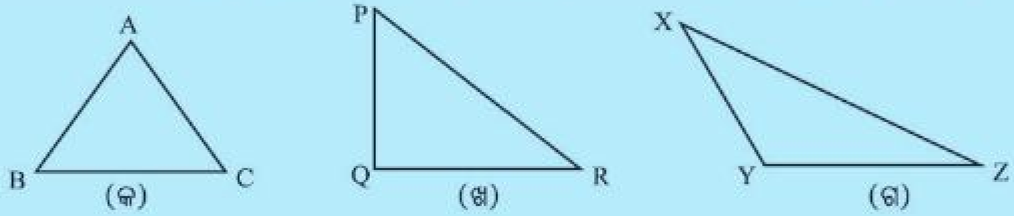
- ବର୍ତ୍ତମାନ ଦ୍ୱିତୀୟ ଦଉଡ଼ାଟିର ଗୋଟିଏ ଅଂଶ ଅଭୟ ଠାରୁ ବିମଳ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଦୂରତା ସହ ସମାନ ଓ ଅନ୍ୟ ଅଂଶ ବିମଳଠାରୁ କମଳା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଦୂରତା ସହ ସମାନ । ଏଣୁ ପ୍ରଥମ ଦଉଡ଼ାର ଲମ୍ବ = AC, ଦ୍ୱିତୀୟ ଦଉଡ଼ାର ଲମ୍ବ = AB + BC
- ବର୍ତ୍ତମାନ ଦଉଡ଼ା ଦୁଇଟିକୁ ନେଇ ସେ ଦୁଇଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ତୁଳନା କର । କ'ଣ ପାଇଲ ?

  ପ୍ରଥମ ଦଉଡ଼ାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅପେକ୍ଷା ଦ୍ୱିତୀୟ ଦଉଡ଼ାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅଧିକ ।

  ଏଥିରୁ ଜାଣିଲେ, ΔABC ରେ $AB + BC > AC$

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ତୁମ ଖାତାରେ ତିନୋଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର । ସେ ତ୍ରିଭୁଜ ତିନୋଟିର ନାମ ଦିଅ ABC, PQR, XYZ ।



- ପ୍ରତ୍ୟେକ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ ଓ ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ପୂରଣ କର (ଶେଷ ସ୍ତମ୍ଭରେ (3) ଓ ସ୍ତମ୍ଭ (4)ର ଫଳ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ବୃହତ୍ତର ଲେଖ ।)

ତ୍ରିଭୁଜର ନାମ (1)	ବାହୁତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (2)	ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି (3)	ତୃତୀୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (4)	ସ୍ତମ୍ଭ (3) ଓ (4) ଫଳାଫଳ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା (5)
ΔABC	AB =	AB + BC =	AC =	
	BC =	AB + AC =	BC =	
	CA =	BC + AC =	AB =	
ΔPQR	PQ =	PQ + QR =	RP =	
	QR =	QR + RP =	PQ =	
	RP =	PQ + RP =	QR =	
ΔXYZ	XY =	XY + YZ =	ZX =	
	YZ =	YZ + ZX =	XY =	
	ZX =	XY + ZX =	YZ =	

- ଉପରିସ୍ଥ ସାରଣୀର ସ୍ତମ୍ଭ (5) ରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ଏହାର ତୃତୀୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଠାରୁ ବୃହତ୍ତର ।

କହିଲ ଦେଖି :

ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ବିୟୋଗଫଳ ତୃତୀୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟଠାରୁ କମ୍ ହେବ ନା ଅଧିକ ହେବ ?

Δ PQR ର PQ = 8 ସେ.ମି. ଓ PR=11 ସେ.ମି., ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉକ୍ତିକୁ ବାଛ ।

(କ) QR, 2 ସେ.ମି. ଠାରୁ ଅଧିକ ଓ 19 ସେ.ମି. ଠାରୁ କମ୍

(ଖ) QR, 3 ସେ.ମି. ଠାରୁ ଅଧିକ ଓ 20 ସେ.ମି. ଠାରୁ କମ୍

(ଗ) QR, 3 ସେ.ମି. ଠାରୁ ଅଧିକ ଓ 19 ସେ.ମି ଠାରୁ କମ୍

(ଘ) QR, 2 ସେ.ମି. ଠାରୁ ଅଧିକ ଓ 20 ସେ.ମି. ଠାରୁ କମ୍

ତୁମର ଉତ୍ତର ସପକ୍ଷରେ କାରଣ ଦର୍ଶାଅ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 7.4

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ କେଉଁ ମାପଗୁଡ଼ିକ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସହ ସମାନ ହୋଇପାରନ୍ତି ?

(କ) 4 ସେ.ମି., 5 ସେ.ମି. ଓ ୨ ସେ.ମି.

(ଖ) 5 ସେ.ମି., 6.5 ସେ.ମି. ଓ 12 ସେ.ମି.

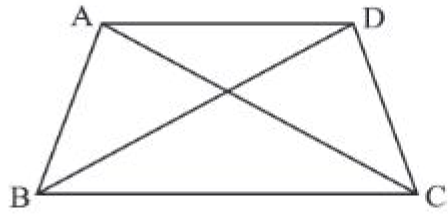
(ଗ) 12 ସେ.ମି., 7 ସେ.ମି. ଓ 4 ସେ.ମି.

(ଘ) ୫ ସେ.ମି., ୨ ସେ.ମି. ଓ 11 ସେ.ମି.

ଜାଣିଛ କି ?

- ବୃହତ୍ତମ ମାପ ସହ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ମାପର ସମଷ୍ଟିକୁ ତୁଳନା କଲେ ବୃହତ୍ତମ ମାପଟି ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ସମଷ୍ଟି ଠାରୁ ଛୋଟ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ
- କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ମାପକୁ ଅନ୍ୟ ଦୁଇ ମାପର ବିୟୋଗଫଳ ସହ ତୁଳନା କଲେ, କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ମାପଟି ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟିର ବିୟୋଗଫଳ ଠାରୁ ବଡ଼ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ।

2. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରୁ $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}, \overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ ।
ନିମ୍ନ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।



AB + BC + CD + DA = ________

AC + BD = ________

AB + BC + CD + DA ☐ AC + BD [> ବା <]

ଏଥିରୁ କ'ଣ ଜାଣିଲ ଲେଖ ।

3. ନିଜେ ଚିନ୍ତାକର, ସାଙ୍ଗମାନଙ୍କ ସହ ଆଲୋଚନା କର ତା'ପରେ ଉତ୍ତର ଲେଖ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉତ୍ତରର କାରଣ ଲେଖ ।

(କ) ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି କୋଣ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମକୋଣ ହୋଇ ପାରିବ କି ?

(ଖ) ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି କୋଣ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥୂଳକୋଣ ହୋଇ ପାରିବ କି ?

(ଗ) ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜରେ କେବଳ ଗୋଟିଏ କୋଣ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ ହୋଇ ପାରିବ କି ?

(ଘ) ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜରେ କେବଳ ଦୁଇଟି କୋଣ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ ହୋଇ ପାରିବ କି ?

(ଙ) ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ମାପ 60° ହୋଇ ପାରିବ କି ?

(ଚ) ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ମାପ 60° ଠାରୁ ବଡ଼ ହୋଇ ପାରିବ କି ?

(ଛ) ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ମାପ 60° ଠାରୁ ସାନ ହୋଇ ପାରିବ କି ?

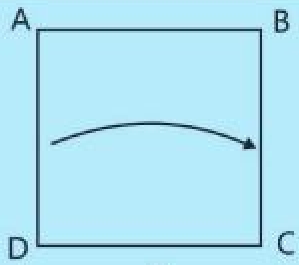
(ଜ) ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁ ତିନୋଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 8 ସେ.ମି., 7 ସେ.ମି. ଓ 15 ସେ.ମି. ହୋଇ ପାରିବ କି ?

(ଝ) ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁ ତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 8 ସେ.ମି., 5 ସେ.ମି. ଓ 3 ସେ.ମି. ହୋଇ ପାରିବ କି ?

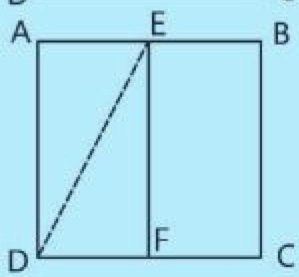
(ଞ) ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁ ତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ସେ.ମି., 5 ସେ.ମି. ଓ 8 ସେ.ମି. ହୋଇ ପାରିବ କି ?

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

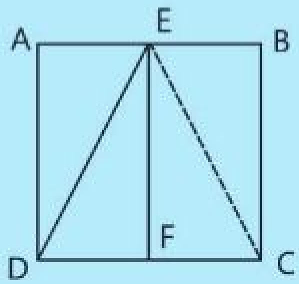
କାଗଜ ଭାଙ୍ଗି ସମଦ୍ୱିବାହୁ ଓ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ତିଆରି କରିବା ।



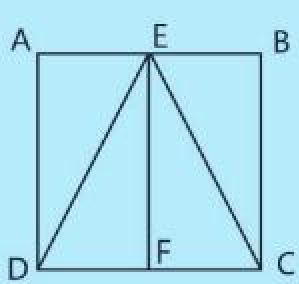
- ଖଣ୍ଡିଏ ବର୍ଗାକାର କାଗଜ ନେଇ ବାମ-ଡ଼ାହାଣ ଧାର ଭାଙ୍ଗି ଅଧା କର । ଭାଙ୍ଗଟିକୁ ଭଲକରି ଚାପି ଖୋଲିଦିଅ । ଭାଙ୍ଗଟିର ନାଁ 'EF' ରଖ ।



- 'E ଓ F' ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟକୁ ଯୋଡ଼ି ଭାଙ୍ଗିଦିଅ ଓ କାଗଜଟିକୁ ଖୋଲିଦିଅ । ଆମକୁ 'EF' ଭାଙ୍ଗ ମିଳିବ ।



- ସେହିପରି 'E ଓ C' ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟକୁ ଯୋଡ଼ି ଭାଙ୍ଗିଦିଅ ଓ କାଗଜଟିକୁ ଖୋଲିଦିଅ ।



- ଏବେ 'DEC' ଗୋଟିଏ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ହେବ । 'EF' ହେବ ଏହାର ମଧ୍ୟମା । ତେଣୁ 'DFE' ଓ 'CFE' ଦୁଇଟି ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ହେବ ।

অষ্টম অধ্যায়

ବ୍ୟାବହାରିକ ଗଣିତ

FPPCMV

8.1 ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ

ଦୁଇଟି ଜିନିଷକୁ ତୁଳନା କରିବା ପାଇଁ ଆମେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା, ଅନୁପାତ ବା ଶତକଡ଼ାର ସାହାଯ୍ୟ ନେଇଥାଉ । ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଓ ଅନୁପାତକୁ କିପରି ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ତାହା ତୁମେ ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢ଼ିଛ । ବିଭିନ୍ନ କ୍ଷେତ୍ରରେ କିପରି ଶତକଡ଼ାର ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଏ ଆସ ଦେଖିବା ।

ମନୋଜ ରାଜୁ ଗଣିତରେ 50 ରୁ 45 ଓ ବିଜ୍ଞାନରେ 80 ରୁ 76 ନମ୍ବର ରଖିଛି । କହିଲ ଦେଖି, ସେ କେଉଁଥିରେ ଭଲ କରିଛି ? ଯଦି ଦୁଇଟି ଯାକ ବିଷୟରେ ମୋଟ ନମ୍ବର ସମାନ ହୋଇଥା'ନ୍ତା, ତେବେ ଆମେ ସହଜରେ କହି ପାରିଥା'ନ୍ତେ ସେ କେଉଁଥିରେ ଅଧିକ ଭଲ କରିଛି । ମାତ୍ର ଏଠାରେ ବିଷୟ ଦୁଇଟିର ମୋଟ ନମ୍ବର ସମାନ ନାହିଁ ।

ଏଣୁ ପ୍ରଥମେ ଆମେ ଦୁଇଟି ଯାକ ବିଷୟର ମୋଟ ନମ୍ବରକୁ ସମାନ ବୋଲି ଧରିବା । ମନେ କରାଯାଉ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିଷୟରେ ମୋଟ ନମ୍ବର 100 ।

ଗଣିତରେ ସେ ପାଇଛି 50 ନମ୍ବରରୁ 45

$\therefore$ 1 ନମ୍ବରରୁ ସେ ପାଇଛି $\frac{45}{50}=\frac{9}{10}$

100 ନମ୍ବରରୁ ସେ ପାଇଛି $\frac{9}{10}\times100=90$

ବିଜ୍ଞାନରେ ସେ ପାଇଛି 80 ନମ୍ବରରୁ 76

$\therefore$ 1 ନମ୍ବରରୁ ସେ ପାଇଛି $\frac{76}{80}=\frac{19}{20}$

100 ନମ୍ବରରୁ ସେ ପାଇଛି $\frac{19}{20}\times100=95$

ଅନ୍ୟ କଥାରେ -

ଗଣିତରେ ତା'ର ନମ୍ବର ଶତକଡ଼ା 90 ବା 90%

ବିଜ୍ଞାନରେ ତା'ର ନମ୍ବର ଶତକଡ଼ା 95 ବା 95%

ସେ ଗଣିତ ଅପେକ୍ଷା ବିଜ୍ଞାନରେ ଅଧିକ ଭଲ କରିଛି ।

ଜାଣିଛ କି ?
ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କରିବାକୁ ହେଲେ ହରକୁ ସର୍ବଦା 100 କରିବାକୁ ହୁଏ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଟିକୁ ଦେଖ । ମୀରା ତା' ଦରମାରୁ 5% ସଞ୍ଚୟ କରେ । ଏଥିରୁ ଆମେ ବୁଝିଲେ ଯେ ମୀରା ର ଦରମା ଯଦି 100 ଟଙ୍କା, ତେବେ ମୀରା ସଞ୍ଚୟ କରିଥିବା 5 ଟଙ୍କାର ପରିମାଣ ହେଉଛି ତା' ଦରମାର 100 ଭାଗରୁ 5 ଭାଗ ।

$\therefore$ ତା'ର ସଞ୍ଚୟ = ଦରମାର 5%

$=\frac{5}{100}\times$ ତା'ର ଦରମା

$=\frac{5}{100}\times5000$ ଟଙ୍କା

ଜାଣିଛ କି ?
ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ଶତକଡ଼ା 5 ଅର୍ଥ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର 100 ଭାଗରୁ 5 ଭାଗ, ଅର୍ଥାତ୍ 5% ମାନେ 100 ଭାଗରୁ 5 ଭାଗ

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ତୁମ ଶ୍ରେଣୀରେ ଗୋଟିଏ ଦିନ ରେ ଅନୁପସ୍ଥିତ ଥିବା ପିଲା ସଂଖ୍ୟା, ସମୁଦାୟ ପିଲା ସଂଖ୍ୟା ର କେତେ ଶତକଡ଼ା ?
- ତୁମ ଶ୍ରେଣୀରେ ଗଣିତରେ 30 ରୁ କମ୍ ନମ୍ବର ରଖିଥିବା ପିଲା ସଂଖ୍ୟା ସମୁଦାୟ ପିଲା ସଂଖ୍ୟାର କେତେ ଶତକଡ଼ା ?

8.1.1 ଶତକଡ଼ା ବୃଦ୍ଧି ଓ ହ୍ରାସ

ଗ୍ରୀଷ୍ମ ଛୁଟି ପୂର୍ବରୁ ମିଲିର ଓଜନ 40 କି.ଗ୍ରା. ଥିଲା । ମାତ୍ର ଛୁଟି ପରେ ତା'ର ଓଜନ 42 କି.ଗ୍ରା ହୋଇଥିବାର ଦେଖାଗଲା, ତେବେ ତା'ର ଓଜନରେ ଶତକଡ଼ା କେତେ ବୃଦ୍ଧି ହେଲା ଆସ ହିସାବ କରିବା ।

ମିଲିର ଛୁଟି ପୂର୍ବ ଓଜନ = 40 କିଲୋ ଗ୍ରାମ୍

ତା'ର ଛୁଟିପର ଓଜନ = 42 କିଲୋ ଗ୍ରାମ୍

ଓଜନ ବୃଦ୍ଧି = 42 କି.ଗ୍ରା - 40 କି.ଗ୍ରା

= 2 କି.ଗ୍ରା.

ମୂଳ ଓଜନ 40 କି.ଗ୍ରା. ଥିବା ବେଳେ ବୃଦ୍ଧି = 2 କି.ଗ୍ରା.

ମୂଳ ଓଜନ 1 କି.ଗ୍ରା. ହୋଇଥିଲେ ବୃଦ୍ଧି ହୋଇଥାନ୍ତା = $\frac{2}{40}$

ମୂଳ ଓଜନ 100 କି.ଗ୍ରା ହୋଇଥିଲେ ବୃଦ୍ଧି ହୋଇଥାନ୍ତା = $\frac{2}{40} \times 100$ କି.ଗ୍ରା

= 5 କି.ଗ୍ରା.

100 କି.ଗ୍ରା.ରେ ବୃଦ୍ଧି 5 କି.ଗ୍ରା

ଏଣୁ ଶତକଡ଼ା ବୃଦ୍ଧି = 5 ବା ତା'ର ଓଜନ ବୃଦ୍ଧି = 5 ଶତକଡ଼ା ବା 5%

ସଂକ୍ଷେପରେ ହିସାବ :

ଶତକଡ଼ା ବୃଦ୍ଧି $= \frac{\text{ବୃଦ୍ଧି}}{\text{ମୂଳ ପରିମାଣ}} \times 100$

ଆଉ ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା -

ଉଦାହରଣ-1

ଗୋଟିଏ ବସ୍‌ରେ 30 ଜଣ ଯାତ୍ରୀ ଯାଉଥିଲେ । ବାଟରେ 6 ଜଣ ଯାତ୍ରୀ ଓହ୍ଲାଇ ଗଲେ । ତେବେ ବସ୍‌ର ଯାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା ଶତକଡ଼ା କେତେ କମିଗଲା ?

ସମାଧାନ

ବସ୍‌ରେ ଥିବା ମୂଳ ଯାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା = 30

6 ଜଣ ଓହ୍ଲାଇ ଯିବାରୁ, ଯାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟାରେ ହ୍ରାସ ହେଲା 6 ।

30 ରୁ ହ୍ରାସ 6

ଏଣୁ 1 ରୁ ହ୍ରାସ $= \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

100 ରୁ ହ୍ରାସ $= \frac{1}{5} \times 100 = 20$

ଶତକଡ଼ା ହ୍ରାସ = 20 ବା ହ୍ରାସ = ଶତକଡ଼ା 20 ବା 20%

ଉଦାହରଣ - 2

ଗଲା ବର୍ଷ ଗୋଟିଏ ଜ୍ୟାମିତି ବାକ୍ସର ଦାମ ଥିଲା 35 ଟଙ୍କା । ଏ ବର୍ଷ ସେହି ଜ୍ୟାମିତି ବାକ୍ସର ଦାମ ହେଲା 42 ଟଙ୍କା । ତେବେ ଏହାର ଦାମରେ ଶତକଡ଼ା କେତେ ବୃଦ୍ଧି ଘଟିଛି ?

ସମାଧାନ

ଜ୍ୟାମିତି ବାକ୍ସଟିର ପୂର୍ବ ବର୍ଷର ଦାମ = 35ଟ.

ବର୍ତ୍ତମାନର ଦାମ = 42ଟ.

ଦାମର ବୃଦ୍ଧି = 42ଟ. - 35 ଟ. = 7ଟ.

ଗଲାବର୍ଷର ଦାମ୍ 35ଟଙ୍କା	ବୃଦ୍ଧି 7 ଟଙ୍କା →	ଏ ବର୍ଷର ଦାମ୍ 42 ଟଙ୍କା

ଶତକଡ଼ା ବୃଦ୍ଧି $= \frac{\text{ବୃଦ୍ଧି ପରିମାଣ}}{\text{ମୂଳ ଦାମ ପରିମାଣ}} \times 100$

$= \frac{7}{35} \times 100$

∴ ଦର ବୃଦ୍ଧି = 20 ଶତକଡ଼ା ବା 20%

ଉଦାହରଣ - 3

ରମାଦେବୀ ବାଳିକା ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ୪0 ଜଣ ଛାତ୍ରୀ ଥିଲେ । ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ୪ ଜଣ ଛାତ୍ରୀଙ୍କର ଅଭିଭାବକଙ୍କର ବଦଳି ହେବାରୁ ସେମାନେ ସେ ବିଦ୍ୟାଳୟରୁ ଅନ୍ୟ ବିଦ୍ୟାଳୟକୁ ଚାଲିଗଲେ । ତେବେ ସେହି ବାଳିକା ବିଦ୍ୟାଳୟର ଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ଶତକଡ଼ା କମିଗଲା ?

ସମାଧାନ

ରମାଦେବୀ ବାଳିକା ବିଦ୍ୟାଳୟର ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଛାତ୍ରୀସଂଖ୍ୟା = ୪0

ବିଦ୍ୟାଳୟର ଛାତ୍ରୀସଂଖ୍ୟାର ହ୍ରାସ = ୪ ଜଣ

ଛାତ୍ରୀସଂଖ୍ୟା ହ୍ରାସର ଶତକଡ଼ା ପରିମାଣ $= \frac{\text{ହ୍ରାସ ପରିମାଣ}}{\text{ମୂଳ ପରିମାଣ}} \times 100$

$= \frac{8}{80} \times 100 = 10$

ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର -

∴ ଛାତ୍ରୀସଂଖ୍ୟାର ହ୍ରାସ = 10 ଶତକଡ଼ା ବା 10%

ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା ୪0 ଜଣ	ପଳାଇଗଲେ ୪ ଜଣ →	ଏ ବର୍ଷର ଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା ....

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 8.1

1. ରହିମ 200 ଟି ଡାକଟିକଟ ସଂଗ୍ରହ କରିଥିଲା । ହାସିନା ରହିମ୍ ଅପେକ୍ଷା 12% ଅଧିକ ଡାକଟିକଟ ସଂଗ୍ରହ କରିଥିଲା । ତେବେ ହାସିନା ସଂଗ୍ରହ କରିଥିବା ଡାକଟିକଟ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

2. ମିତୁନ୍ 150 ଟି ନଡ଼ିଆ ବିକିବାକୁ ରଖିଥିଲା । ସେଥିରୁ 20% ନଷ୍ଟ ହୋଇଗଲା । ଅବଶିଷ୍ଟ ନଡ଼ିଆକୁ ସେ ଗୋଟା ପ୍ରତି 5 ଟଙ୍କା ହିସାବରେ ବିକିଲେ ନଡ଼ିଆ ବିକ୍ରିରୁ ସେ ମୋଟ କେତେ ଟଙ୍କା ପାଇଲା ?

3. ଜନ୍ ପରୀକ୍ଷାରେ 445 ନମ୍ବର ରଖିବାରୁ ତା'ର ପ୍ରଥମ ଶ୍ରେଣୀ ନମ୍ବରରୁ 35 ନମ୍ବର କମ୍ ରହିଲା । ଯଦି ପ୍ରଥମ ଶ୍ରେଣୀରେ ପାସ୍ କରିବା ଲାଗି ଅତି କମ୍‌ରେ 60% ନମ୍ବର ଆବଶ୍ୟକ ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ମୋଟ କେତେ ନମ୍ବର ଲାଗି ପରୀକ୍ଷା ହୋଇଥିଲା ?

4. ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି ତାଙ୍କ ମାସିକ ଦରମାର 30% କରଜ ସୁଝିଲେ, ଅବଶିଷ୍ଟର 50% ସଞ୍ଚୟ କରିଲେ । ତାଙ୍କ ପାଖରେ ବଳକା 10,500 ଟଙ୍କା ଘରଖର୍ଚ୍ଚ ପାଇଁ ରହିଲା । ତାଙ୍କର ମାସିକ ଦରମା କେତେ ?

5. ପୁରୁଣିଆଁ ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟର ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା 140 ଏବଂ ବେଲବାହାଳୀ ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟର ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା 175 । ତେବେ ବେଲବାହାଳୀ ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟର ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା, ପୁରୁଣିଆଁ ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟର ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ଅପେକ୍ଷା ଶତକଡ଼ା କେତେ ଅଧିକ ?

6. ଖଲିଲ ବାବୁଙ୍କ ବଗିଚାରେ 60ଟି ନଡ଼ିଆଗଛ ଅଛି ଏବଂ ଜୟନ୍ତ ବାବୁଙ୍କ ବାଡ଼ିରେ 75ଟି ନଡ଼ିଆଗଛ ଅଛି ।

   (କ) ଖଲିଲ୍ ବାବୁଙ୍କ ନଡ଼ିଆଗଛ ସଂଖ୍ୟା ଜୟନ୍ତ ବାବୁଙ୍କ ନଡ଼ିଆଗଛ ସଂଖ୍ୟା ଅପେକ୍ଷା ଶତକଡ଼ା କେତେ କମ୍ ?

   (ଖ) ଜୟନ୍ତ ବାବୁଙ୍କ ନଡ଼ିଆଗଛ ସଂଖ୍ୟା, ଖଲିଲ୍ ବାବୁଙ୍କ ନଡ଼ିଆଗଛ ସଂଖ୍ୟା ଅପେକ୍ଷା ଶତକଡ଼ା କେତେ ଅଧିକ ?

   (ଗ) ଉଭୟ ଉତ୍ତର ସମାନ ହେଲା କି ? ଯଦି ନ ହେଲା, କାହିଁକି ସମାନ ହେଲା ନାହିଁ ଲେଖ ।

8.2 ଲାଭ ଓ କ୍ଷତି ହିସାବରେ ଶତକଡ଼ାର ବ୍ୟବହାର

ଜଣେ ବ୍ୟବସାୟୀ ଯେତିକି ଦାମ୍ ନେଇ ଜିନିଷଟି କିଣିଥାଏ, ବିକିଲା ବେଳେ ସେ କିଣିଥିବା ଦାମରୁ ଅଧିକ ଦାମରେ ବିକ୍ରି କରି ଲାଭ ପାଏ । ଏଣୁ ଲାଭ ମଧ୍ୟ ବସ୍ତୁର ଦାମରେ ବୃଦ୍ଧି । କିଣା ଦାମ ହେଉଛି ମୂଳ ଦାମ ।

ଯେପରି ଶତକଡ଼ା ବୃଦ୍ଧି = $\frac{\text{ବୃଦ୍ଧି ପରିମାଣ}}{\text{ମୂଳ ପରିମାଣ}} \times 100$

ସେହିପରି :

$$\text{ଶତକଡ଼ା ଲାଭ} = \frac{\text{ଲାଭ}}{\text{କିଣା ଦାମ୍}} \times 100$$

ଅନେକ ସମୟରେ ବଜାରରେ ଦାମ କମିଯିବାରୁ ବା ବିକ୍ରି କରାଯାଉଥିବା ବସ୍ତୁଟି ପୁରୁଣା ହୋଇ ଯିବାରୁ ବ୍ୟବସାୟୀକୁ ନିଜ କିଣା ଦାମଠାରୁ କମ୍ ଦାମରେ ବସ୍ତୁଟିକୁ ବିକିବା ଦରକାର ହୋଇଥାଏ । ଅର୍ଥାତ୍ ସେ କିଣିଥିବା ଦାମଠାରୁ କମ୍ କରି ବସ୍ତୁଟିକୁ ବିକିଦିଏ । ତେଣୁ ବ୍ୟବସାୟରେ କ୍ଷତି ହେଉଛି ବସ୍ତୁର ଦାମରେ ଘଟିଥିବା ହ୍ରାସ ।

ଶତକଡ଼ା ହ୍ରାସ = $\frac{\text{ହ୍ରାସ ପରିମାଣ}}{\text{ମୂଳ ପରିମାଣ}} \times 100$

ସେହିପରି ଶତକଡା କ୍ଷତି = $\frac{\text{କ୍ଷତି}}{\text{କିଣାଦାମ}} \times 100$

ରାମ ବାବୁ ଜଣେ ବଗିଚା ମାଲିକଙ୍କ ଠାରୁ 80 ଟଙ୍କାର ଆମ୍ବ କିଣିଲେ । ମାତ୍ର ହାଟକୁ ଯାଇ ନ ପାରି ସେ ଆମ୍ବତକ ତାଙ୍କ ଘର ପାଖ ଦୋକାନୀକୁ 75 ଟଙ୍କାରେ ବିକିଦେଲେ । କହିଲ, ଏହା ଦ୍ୱାରା ରାମବାବୁଙ୍କର ଶତକଡ଼ା କେତେ କ୍ଷତି ହେଲା ?

କ୍ଷତି = କିଣା ଦାମ – ବିକ୍ରିଦାମ = 80 ଟଙ୍କା – 75ଟଙ୍କା = 5 ଟଙ୍କା

ତାଙ୍କର 80 ଟଙ୍କା କିଣାଦାମରେ 5 ଟଙ୍କା କ୍ଷତି ହେଲା ।

80 ଟ. କିଣା ଦାମରେ 5ଟଙ୍କା କ୍ଷତି

1ଟ. କିଣାଦାମରେ କ୍ଷତି = $\frac{5}{80}$ ଟ.

100 ଟ. କିଣାଦାମରେ କ୍ଷତି = $\frac{5}{80} \times 100$ଟ.

ଏଣୁ ତାଙ୍କର ଶତକଡ଼ା କ୍ଷତି = $\frac{5}{80} \times 100$

ଶତକଡ଼ା କ୍ଷତି = $\frac{\text{କ୍ଷତି}}{\text{କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ}} \times 100$

ଜାଣିଛ କି ?

ଶତକଡ଼ା ଲାଭ ବା କ୍ଷତି ସର୍ବଦା ବସ୍ତୁର କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ ଉପରେ ହିସାବ କରାଯାଏ ।

କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ, ବିକ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ ଓ ଲାଭ ବା କ୍ଷତି ମଧ୍ୟରୁ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ଦତ୍ତ ଥିଲେ ଅନ୍ୟଟି କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ ଆସ ଦେଖିବା ।

ଉଦାହରଣ - 4

ସୀମା ଗୋଟିଏ ରେଡ଼ିଓକୁ 450 ଟଙ୍କାରେ କିଣିଥିଲା । ରେଡ଼ିଓଟିକୁ କେତେ ଟଙ୍କାରେ ବିକିଲେ ତା'ର 4% କ୍ଷତି ହେବ ?

ସମାଧାନ

ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀ

ରେଡ଼ିଓର କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ = 450 ଟଙ୍କା

କ୍ଷତି = 4%

100 ଟଙ୍କା କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ ବେଳେ ତା'ର କ୍ଷତି = 4ଟ.

∴ ବିକ୍ରି ମୂଲ୍ୟ = କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ – କ୍ଷତି

= 100 ଟ. – 4ଟ. = 96ଟ.

∴ 450 ଟଙ୍କା କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ ବେଳେ ବିକ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ = $\frac{96}{100} \times 450$ ଟଙ୍କା

= 432 ଟଙ୍କା

ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ

କ୍ଷତି = କ୍ରୟମୂଲ୍ୟର 4 % = $\frac{450 \times 4}{100}$ ଟଙ୍କା = 18 ଟଙ୍କା

ବିକ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ = କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ – କ୍ଷତି = 450 ଟଙ୍କା – 18 ଟଙ୍କା = 432 ଟଙ୍କା

ଉଦାହରଣ - 5

ଦୁଇଟି ଏକା ପ୍ରକାର ବିଛଣା ଚଦରକୁ 640 ଟଙ୍କାରେ କିଣି, ଗୋଟିକୁ 5 % କ୍ଷତି ଓ ଅନ୍ୟଟିକୁ 10% ଲାଭରେ ବିକ୍ରିକଲେ ମୋଟ୍ ଉପରେ ଶତକଡ଼ା କେତେ ଲାଭ ବା କ୍ଷତି ହେବ ?

ସମାଧାନ

2ଟି ବିଛଣା ଚଦରର ଦାମ୍ ବା କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ = 640 ଟଙ୍କା

∴ 1 ଗୋଟି ବିଛଣା ଚଦରର କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ = 640 ÷ 2 ଟଙ୍କା = 320 ଟଙ୍କା

ଗୋଟିଏ ଚଦର ବିକ୍ରିରେ କ୍ଷତି = 5 %

= କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟର 5 % = $\frac{320\times5}{100}$ ଟଙ୍କା

= 16 ଟଙ୍କା

∴ ପ୍ରଥମ ଚଦରର ବିକ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ = କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ - କ୍ଷତି

= 320 ଟଙ୍କା - 16 ଟଙ୍କା = 304 ଟଙ୍କା

ଦ୍ୱିତୀୟ ଚଦରଟିରେ ଲାଭ = 10%

= କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟର 10%

= $\frac{320\times10}{100}$ ଟଙ୍କା = 32 ଟଙ୍କା

∴ ଦ୍ୱିତୀୟ ଚଦରର ବିକ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ = କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ + ଲାଭ

= 320 ଟଙ୍କା + 32 ଟଙ୍କା

= 352 ଟଙ୍କା

ମୋଟ ବିକ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ = 304 ଟଙ୍କା + 352 ଟଙ୍କା

= 656 ଟଙ୍କା

ମୋଟ କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ = 640 ଟଙ୍କା

ମୋଟ ଲାଭ = 656 ଟଙ୍କା - 640 ଟଙ୍କା = 16 ଟଙ୍କା

ତେଣୁ, ଶତକଡ଼ା ଲାଭ = $\frac{\text{ଲାଭ}}{\text{କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ}}\times 100$

$=\frac{16}{640}\times100\%$

$=\frac{5}{2}\%$ ବା 2.5 %

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ସମାଧାନକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଲେଖ :

- ପ୍ରଥମ ଚଦରର କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ କେତେ ?
- ପ୍ରଥମ ଚଦରକୁ କେତେ ଶତକଡ଼ା କ୍ଷତିରେ ବିକ୍ରି କରାଯାଇଛି ?
- ପ୍ରଥମ ଚଦରର କ୍ଷତି ପରିମାଣ କିପରି ବାହାରିଲା ?
- ପ୍ରଥମ ଚଦର ବିକ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ କେତେ ବାହାରିଲା ?
- ପ୍ରଥମ ଚଦର ବିକ୍ରିରେ ଲାଭ କିମ୍ବା କ୍ଷତି ହେଲା ?
- ଏଠାରେ ଲାଭ / କ୍ଷତିର ପରିମାଣ କେତେ ?
- ସେହିପରି ଦ୍ୱିତୀୟ ଚଦରର ବିକ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ କିପରି ବାହାରିଲା ?
- ଦ୍ୱିତୀୟ ଚଦରର କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ ଓ ବିକ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ ବଡ଼ କେଉଁଟି ?
- ଦୁଇଟି ଯାକ ଚଦରରେ ବିକ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟର ସମଷ୍ଟି କେତେ ?
- ଦୁଇଟିଯାକ ଚଦରରେ ଲାଭ ହେଲା ନା କ୍ଷତି ହେଲା ?
- ମୋଟ ଲାଭର ପରିମାଣ କେତେ ?
- ଶତକଡ଼ା ଲାଭ କିପରି ବାହାରିଲା ?

✎ ନିଜେ ସମାଧାନ କର

ଜଣେ ଦୋକାନୀ 4ଟି ଲେମ୍ବୁକୁ 3 ଟଙ୍କାରେ କିଣିଲା ଏବଂ 3 ଟିକୁ 4 ଟଙ୍କା ଦରରେ ସବୁଯାକ ବିକି ଦେଲା । ତେବେ ତା'ର ଶତକଡ଼ା ଲାଭ ବା କ୍ଷତି କେତେ ହେଲା ?

ସମାଧାନ ପାଇଁ ସୂଚନା :

ଏଠାରେ ସେ କେତୋଟି ଲେମ୍ବୁ କିଣିଥିଲା, ତାହା ଜଣାନାହିଁ, ତାହା ନ ଜାଣିଲେ ଆମେ ମୋଟ କିଣାଦାମ ବା ମୋଟ ବିକ୍ରିଦାମ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ନାହିଁ । ହିସାବ ସୁବିଧା ଲାଗି ସେ କିଣିଥିବା ମୋଟ ଲେମ୍ବୁ ସଂଖ୍ୟାକୁ 4 ଓ 3 ର ଲ:ସା:ଗୁ: ଯେତେ ସେତିକି ଧରିନେବା (କାରଣ 4 ଟିର କିଣାଦର ଅଛି ଏବଂ 3 ଟିର ବିକ୍ରି ଦର ଅଛି) ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 8.2

1. ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି 1200 ଟଙ୍କାରେ 40 ଟି ଖେଳଣାକାର କିଣି 16% ଲାଭରେ ବିକିଲେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଖେଳଣା କାରକୁ ସେ କେତେ ଦାମରେ ବିକିଲେ ?

2. ଗୋଟିଏ ବଳଦକୁ 900 ଟଙ୍କାରେ ବିକିବାରୁ ସୁଧାକର ବାବୁଙ୍କର 10% କ୍ଷତି ହେଲା । ତେବେ ସେ କେତେ ଟଙ୍କାରେ ବଳଦଟିକୁ କିଣିଥିଲେ ? କେତେ ଟଙ୍କାରେ ବିକିଥିଲେ ତାଙ୍କର 10% ଲାଭ ହୋଇଥା'ନ୍ତା ?

3. 10ଟି ନାଲି ବେଲୁନକୁ 1 ଟଙ୍କାରେ ଓ 8 ଟି ଛିଟ ବେଲୁନକୁ 1 ଟଙ୍କାରେ କିଣି, ସବୁତକ ବେଲୁନକୁ ଏକ ଟଙ୍କାରେ ବିକିଲେ ଶତକଡ଼ା କେତେ ଲାଭ ବା କ୍ଷତି ହେବ ?

4. ରହିମ୍ ବାବୁ 800 ଟଙ୍କାର ଚାଉଳ କିଣିଲେ କିଣିଥିବା ଚାଉଳର $\frac{3}{4}$ ଅଂଶ କୁ 10% ଲାଭରେ ଓ ଅବଶିଷ୍ଟ ଅଂଶକୁ 10% କ୍ଷତିରେ ବିକିଲେ । ତେବେ ସମସ୍ତ ଚାଉଳ ବିକ୍ରିରେ ତାଙ୍କ ଶତକଡ଼ା କେତେ ଲାଭ ବା କ୍ଷତି ହେଲା ?

5. ଜଣେ ମାଲ୍‌ଗୋଦାମ ବ୍ୟବସାୟୀ 800 ଟଙ୍କା ମୂଲ୍ୟରେ କିଣିଥିବା ଚାଉଳ ବସ୍ତାକୁ 10% ଲାଭ ରଖି ଖୁଚୁରା ଦୋକାନୀକୁ ବିକ୍ରି କଲା, ଖୁଚୁରା ଦୋକାନୀଟି ସେହି ଚାଉଳ ବସ୍ତାକୁ 15% ଲାଭ ରଖି ଗ୍ରାହକକୁ ବିକିଲା । ତେବେ ଗ୍ରାହକ ଜଣକ କେତେ ଦାମ୍ ନେଇ ଚାଉଳ ବସ୍ତାଟି କିଣିଲା ?

6. ଜଣେ ଦୋକାନୀ 5ଟା ନଡ଼ିଆକୁ 24 ଟଙ୍କା ଦରରେ କିଛି ନଡ଼ିଆ କିଣି ସେଗୁଡ଼ିକୁ 20 ଟଙ୍କାରେ 3ଟି ଲେଖାଏଁ ବିକ୍ରି କଲା । ତେବେ ତା'ର ଶତକଡ଼ା କେତେ ଲାଭ ବା କ୍ଷତି ହେଲା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

8.3 ସୁଧ ହିସାବ

ଗୌରୀ ମାଆ ଦିନେ ବ୍ୟାଙ୍କ ଗଲାବେଳେ ଗୌରୀ ତାଙ୍କ ହାତରେ ଖଣ୍ଡେ ଛୋଟ ବହି ଦେଖିଲା । ବହିଟି ଦେଖିବା ପାଇଁ ତା'ର ଭାରି ମନ ହେଲା । ମା'ଙ୍କ ଠାରୁ ବହିଟି ନେଇ ସେ ଦେଖିଲା । ବହିଟି ଉପରେ ଲେଖା ଥିଲା State Bank of India । ବହିଟି ଖୋଲି ଦେଖିଲା, ବିଭିନ୍ନ ତାରିଖରେ ଜମାହୋଇବା ଟଙ୍କା ପରିମାଣ ସବୁ ଲେଖାଯାଇଛି । କେଉଁଠି ଟଙ୍କା ପରିମାଣ ଅଧିକ ହୋଇଛି ତ କେଉଁଠି କମ୍ ହୋଇଛି । ସେ ବହିରେ କ'ଣ ଲେଖାଯାଇଛି ଜାଣିବା ପାଇଁ ସେ ମା'ଙ୍କୁ ପଚାରିଲା ।

ମାଆ କହିଲେ – ''ତାଙ୍କ ଆୟରୁ ଘର ଖର୍ଚ୍ଚ ପାଇଁ କିଛି ଟଙ୍କା ଘରେ ରଖି ବାକି ତକ ସେ ବ୍ୟାଙ୍କରେ ଜମା କରି ଦିଅନ୍ତି । ବ୍ୟାଙ୍କରେ କେଉଁ ତାରିଖରେ ସେ କେତେ ଜମାଦେଲେ ତାହା ସେ ବହିରେ ଲେଖାଯାଇଛି ।''

ଗୌରୀ ପଚାରିଲା - ''ତମେ ଯେତେବେଳେ ଟଙ୍କା ଜମା କରୁଛ ସେତେବେଳେ ତ ଟଙ୍କା ପରିମାଣ ବଢ଼ୁଛି, କିନ୍ତୁ ବେଳେବେଳେ ତାହା କମି ଯାଇଛି କିପରି ?''

ମାଆ କହିଲେ - '' ଦରକାର ବେଳେ କିଛି ଟଙ୍କା ଉଠାଇ ଆଣେ, ଉଠାଇ ଆଣିବା ବେଳେ ଗଚ୍ଛିତ ଥିବା ଟଙ୍କା ପରିମାଣ କମିଯାଏ ।''

ଗୌରୀ ପଚାରିଲା -''ତମେ ଟଙ୍କା ଘରେ ନ ରଖି ବ୍ୟାଙ୍କରେ କାହିଁ ରଖୁଛ ? ଜମା କଲା ବେଳେ ଓ ଉଠାଇବା ବେଳେ ରିକ୍ସା ଖର୍ଚ୍ଚ କରି ବ୍ୟାଙ୍କକୁ ଯାଉଛ ।''

ମାଆ ବୁଝାଇ ଦେଲେ - ''ପ୍ରଥମତଃ, ବ୍ୟାଙ୍କରେ ଟଙ୍କା ରଖିଲେ ଏହା ନିରାପଦରେ ଥାଏ । ଦ୍ୱିତୀୟତଃ, ବ୍ୟାଙ୍କ ମୋ ଜମା ଟଙ୍କା ଉପରେ କିଛି ଟଙ୍କା ମୋତେ ଦିଏ । ଏହି ଟଙ୍କାକୁ **ସୁଧ** କୁହାଯାଏ । ବ୍ୟାଙ୍କରେ ଟଙ୍କା ଗଚ୍ଛିତ କଲାବେଳେ ବ୍ୟାଙ୍କ କେଉଁ ହାରରେ ସୁଧ ନେବ ତାହା ଆମକୁ ଜଣାଇ ଦିଆଯାଇଥାଏ । ଭାରତ ସରକାରଙ୍କ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ ଏ ସୁଧହାର ସ୍ଥିର କରାଯାଇଥାଏ ।''

ଏହାପରେ ମାଆ ଗୌରୀକୁ ସୁଧ ହିସାବର କୌଶଳ ଶିଖାଇ ଦେଲେ ।

- ପ୍ରତି 100 ଟଙ୍କା ଜମା ଉପରେ ବର୍ଷ ଲାଗି ଯେତେ ପରିମାଣ ସୁଧ ଦିଆଯାଏ । ତାକୁ ଶତକଡ଼ା ସୁଧ ହାର କୁହାଯାଏ ଓ ଏହାକୁ 'r' ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ।
- ଜମା ଥିବା ଟଙ୍କା ପରିମାଣକୁ ମୂଳଧନ କୁହାଯାଏ ଓ ଏହାକୁ P ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ।
- ଯେତେ ବର୍ଷ ଲାଗି ଜମା ଟଙ୍କା ଗଚ୍ଛିତ ଥାଏ, ତାକୁ ଜମାର ସମୟ କୁହାଯାଏ ଓ ଏହାକୁ 't' ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ।
- ଜମା ଉପରେ ଯେଉଁ ସୁଧ ମିଳେ ତାକୁ 'I' ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ।

- ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖିବା ଶତକଡ଼ା r ସୁଧହାରରେ ଜମା ପରିମାଣ P ଟଙ୍କା ଉପରେ ଜମା ଥିବା ସମୟ t ବର୍ଷରେ କେତେ ସୁଧ ମିଳିବ ।

ସୁଧହାର ଶତକଡ଼ା r ଅର୍ଥ - 100 ଟଙ୍କା ମୂଳଧନ ଉପରେ ।

ବର୍ଷରେ r ଟଙ୍କା ସୁଧ ମିଳିବ ତେବେ, 1 ଟଙ୍କା ମୂଳଧନ ଉପରେ 1 ବର୍ଷରେ $\frac{r}{100}$ ଟଙ୍କା ସୁଧ ମଳିବ ।

1 ଟଙ୍କା ମୂଳଧନ ଉପରେ t ବର୍ଷରେ $\frac{r}{100}\times t$ ଟଙ୍କା ସୁଧ ମିଳିବ ।

P ଟଙ୍କା ମୂଳଧନ ଉପରେ t ବର୍ଷରେ $\frac{r}{100}\times t\times P$ ଟଙ୍କା ସୁଧ ମିଳିବ ।

$\therefore$ ସୁଧ ପରିମାଣ $= \frac{r}{100}\times t\times P = \frac{Ptr}{100}$

ଅଥବା $I = \frac{Ptr}{100}$

$$\text{ସୁଧ ପରିମାଣ} = \frac{\text{ମୂଳଧନ} \times \text{ସମୟ (ବର୍ଷରେ)} \times \text{ଶତକଡ଼ା ସୁଧହାର}}{100}$$

ଏହାକୁ ଆମେ $100 \times I = Ptr$ ରୂପେ ମଧ୍ୟ ଲେଖିପାରୁ ।

ଉପରୋକ୍ତ ସୂତ୍ରଟି ହେଉଛି -

ମୂଳଧନ (P), ସୁଧ (I), ସୁଧହାର (r) ଏବଂ ବର୍ଷ ସଂଖ୍ୟାରେ ସମୟ (t) ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କ ।

ଏହି ଚାରୋଟି ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସି ତିନୋଟି ଜାଣିଥିଲେ, ଅନ୍ୟଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ହେବ ।

ଜାଣିଛ କି ?

ବ୍ୟାଙ୍କରେ ଆମେ ଟଙ୍କା ଜମା ରଖିଲେ ଯେପରି ବ୍ୟାଙ୍କ୍ ଆମକୁ ସୁଧ ଦିଏ, ସେହିପରି ଆମେ ବ୍ୟାଙ୍କରୁ ବା ଅନ୍ୟ କୌଣସି ସଂସ୍ଥାରୁ କରଜ ନେଲେ ମଧ୍ୟ ଉକ୍ତ ସଂସ୍ଥା ଆମଠାରୁ ସୁଧ ନେଇଥାଏ ।

আমে ଯେଉଁ ସୁଧ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କଲେ, ତାକୁ **ସରଳ ସୁଧ** କୁହାଯାଏ । ସରଳ ସୁଧ ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ଜମା ରହିଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ବର୍ଷ ଲାଗି ଆରମ୍ଭରେ ଥିବା ମୂଳ ଜମା ଉପରେ ସୁଧ ହିସାବ କରାଯାଏ । କେବଳ ସୁଧ କହିଲେ ସରଳ ସୁଧକୁ ହିଁ ବୁଝାଏ ।

କହିଲ ଦେଖି :
ସରଳ ସୁଧ ଛଡ଼ା ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାର ସୁଧ ବ୍ୟବସ୍ଥା ଅଛି କି ?

କରଜ ଶେଷରେ ଆମେ ମୂଳ କରଜ ପରିମାଣ ଓ ସୁଧ ବାବଦକୁ ଯେଉଁ ପରିମାଣ ଟଙ୍କା ଫେରନ୍ତ ଦେଉ, ତାକୁ **ସମୂଳ ସୁଧ** କୁହାଯାଏ ସମୂଳ ସୁଧ (ବା amount) କୁ A ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ । **ଏଣୁ ସମୂଳ ସୁଧ (A) = ମୂଳ (P) + ସୁଧ (I)**

ଉଦାହରଣ – 6

ଶତକଡ଼ା 5 ସୁଧହାରରେ 10,000 ଟଙ୍କା ଜମା ଉପରେ 2 ବର୍ଷରେ କେତେ ସୁଧ ମିଳିବ ?

ସମାଧାନ

ଏଠାରେ ମୂଳ ଜମା (P) = 10,000 ଟଙ୍କା, ସୁଧହାର (r) = 5%, ସମୟ (t) ବର୍ଷ ସଂଖ୍ୟା = 2

ସୁଧ $I = \frac{Ptr}{100} = \frac{10,000 \times 2 \times 5}{100}$ ଟଙ୍କା = 1,000 ଟଙ୍କା (ଉ:)

ଜାଣିଛ କି ?
ସୁଧର ହାରକୁ ସବୁବେଳେ ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ –7

ଗୋଟିଏ ଋଣ ଦେବା ସଂସ୍ଥାରୁ ଜବିନ୍‌ର ବାପା 5,000 ଟଙ୍କା କରଜ କଲେ, ଯଦି ଏହି ଋଣ ଉପରେ ସରଳ ସୁଧର ହାର 8% ହୋଇଥାଏ, ତେବେ 2 ବର୍ଷ ପରେ ସେ କେତେ ଟଙ୍କା ପଇଠ କରି ଋଣମୁକ୍ତ ହେବେ ?

ସମାଧାନ

ମୂଳଧନ (P) = 5,000 ଟଙ୍କା

ସରଳ ସୁଧ ହାର (r) = 8%

କରଜ ସମୟର ବର୍ଷସଂଖ୍ୟା (t)= 2

ସରଳ ସୁଧ $I = \frac{Ptr}{100}$

$= \frac{5,000 \times 2 \times 8}{100}$ ଟଙ୍କା

= 800 ଟଙ୍କା

ସମୂଳ ସୁଧ = ମୂଳ + ସୁଧ

= 5000 ଟଙ୍କା + 800 ଟଙ୍କା

= 5800 ଟଙ୍କା (ଉ:)

ଐକିକଧାରାରେ ସମାଧାନ

100 ଟଙ୍କାରେ 1 ବର୍ଷକୁ ସୁଧ = 8 ଟଙ୍କା

1 ଟଙ୍କାରେ 1 ବର୍ଷକୁ ସୁଧ = $\frac{8}{100}$ ଟଙ୍କା

5000 ଟଙ୍କାରେ 1 ବର୍ଷକୁ ସୁଧ = $\frac{8}{100} \times 5000 = 400$ ଟଙ୍କା

5000 ଟଙ୍କାରେ 2 ବର୍ଷକୁ ସୁଧ = 400 ଟ × 2 = 800 ଟଙ୍କା

ସମୂଳ ସୁଧ = ମୂଳ + ସୁଧ = 5000 ଟଙ୍କା + 800 ଟଙ୍କା

= 5800 ଟଙ୍କା

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 8.3

1. 5% ବାର୍ଷିକ ସୁଧହାରରେ 2 ବର୍ଷ ପାଇଁ 5,500 ଟଙ୍କା ଜମା ରଖିଲେ, ସରଳ ସୁଧ ବାବଦକୁ କେତେ ମିଳିବ ?
2. ବାର୍ଷିକ ଶତକଡ଼ା 12 ହାରରେ 2 ବର୍ଷର ସରଳ ସୁଧ 1512 ଟଙ୍କା ହେଲେ ମୂଳଧନ କେତେ ?
3. କୌଣସି ମୂଳଧନ ଉପରେ ବାର୍ଷିକ 5% ହାରରେ 8 ବର୍ଷର ସୁଧ 4200 ଟଙ୍କା ହେଲେ, ସେହି ମୂଳଧନର ଉପରେ ବାର୍ଷିକ 10% ହାରରେ 3 ବର୍ଷର ସୁଧ କେତେ ହେବ ?
4. ହୀରାଲାଲ୍ ଜଣେ ସାହୁକାର ଠାରୁ 40000 ଟଙ୍କା କରଜ ଆଣିଥିଲେ । ଯଦି 3 ବର୍ଷ ପରେ ତାଙ୍କୁ ମୋଟ 49600 ଟଙ୍କା ପଇଠ କରି ଋଣମୁକ୍ତ ହେବାକୁ ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ସେ କେତେ ସୁଧହାରରେ କରଜ କରିଥିଲେ ?
5. ନୀଳିମା ବ୍ୟାଙ୍କ୍‌ରୁ 6% ସୁଧହାରରେ 3 ବର୍ଷ ପାଇଁ 1400 ଟଙ୍କା କରଜ ଆଣିଲା । ଠିକ୍ ସେତିକିବେଳେ ନୀଳିମାର ସାଙ୍ଗ ଫତିମାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିବାରୁ ସେ ନୀଳିମା ଠାରୁ 1400 ଟଙ୍କା କରଜ ନେଲା ଏବଂ 8% ହାରରେ 3 ବର୍ଷ ପରେ ସୁଧ ଦେଇ ନୀଳିମାକୁ ଟଙ୍କା ଫେରସ୍ତ ନେଲା । ନୀଳିମା ଯଦି ସାଙ୍ଗେ ସାଙ୍ଗେ ତା'ର କରଜ ସୁଝି ଦିଏ, ତେବେ ନୀଳିମା କେତେ ଲାଭ ପାଇବ ?
6. ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି 8% ସରଳ ସୁଧ ହାରରେ 3 ବର୍ଷ ପାଇଁ 20500 ଟଙ୍କା ଜମାରଖିଲେ । ମାତ୍ର ଗୋଟିଏ ବର୍ଷ ପରେ ସୁଧହାର 9%କୁ ବଢ଼ିଗଲା । ତେବେ ଜମା ରଖିବାର 3 ବର୍ଷ ପରେ ସେ କେତେ ସମୂଳ ସୁଧ ଫେରି ପାଇବେ ?

8.4 ରିହାତି

ଗ୍ରାହକମାନଙ୍କୁ ଆକୃଷ୍ଟ କରିବା ପାଇଁ ଦୋକାନୀମାନେ ବିଭିନ୍ନ ଉପାୟ ଅବଲମ୍ବନ କରିଥାନ୍ତି । ମାଗଣା ଉପହାର ଦେବା, ଦୁଇଟି ଜିନିଷ ଦାମ୍‌ରେ 3ଟି ଜିନିଷ ଦେବା, ଲିଖିତ ମୂଲ୍ୟଠାରୁ କିଛି କମ୍ ଦାମରେ ବିକିବା ଭଳି ଉପାୟରେ ସେମାନେ ଗ୍ରାହକକୁ ଆକୃଷ୍ଟ କରନ୍ତି । ପୂଜାପାର୍ବଣ ବେଳେ, ପ୍ରଦର୍ଶନୀ ସମୟରେ, ବିଭିନ୍ନ ଯାତ୍ରା ସମୟରେ ଦୋକାନମାନଙ୍କ ସାମନାରେ **'ରିହାତିରେ ବିକ୍ରି'** ବୋର୍ଡ଼ ରଖାଯାଇ ଥିବାର ଦେଖିଥିବ । ଲିଖିତ ମୂଲ୍ୟରୁ ଯେତେ କମ୍ ଦରରେ ବିକ୍ରି କରାଯାଏ ତାକୁ **ରିହାତି** କୁହାଯାଏ ।

ଏଣୁ ରିହାତି = ଲିଖିତ ଦର – ବିକ୍ରି ଦର

ଅଥବା, ବିକ୍ରିଦର = ଲିଖିତ ଦର – ରିହାତି

ରିହାତି 20% ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ରିହାତି = ଲିଖିତ ଦରର 20%

ସାଧାରଣତଃ ରିହାତିକୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ । ଗାନ୍ଧୀ ଜୟନ୍ତୀ ସମୟରେ ଖଦଡ଼ ଲୁଗା ଓ ଖଦଡ଼ ପୋଷାକ ଉପରେ ସରକାରଙ୍କ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ଅନୁଯାୟୀ ଦୋକାନୀମାନେ ରିହାତି ଦେଇଥାନ୍ତି ।

ରିଣ୍ଟୁ ଗୋଟିଏ ସାର୍ଟ କିଣିବାକୁ ଗଲା, ସାର୍ଟର ଦାମ୍ 100 ଟଙ୍କା ଲେଖା ହୋଇଥିବା ବେଳେ ଦୋକାନୀ ତା' ଠାରୁ 80 ଟଙ୍କା ନେଲେ । କହିଲ ଦେଖି ସେ କାହିଁକି 20 ଟଙ୍କା କମ୍ ନେଲେ ?

- ବସ୍ତୁର ଲିଖିତ ମୂଲ୍ୟ ବା ସୂଚୀତ ମୂଲ୍ୟ ଉପରେ କମ୍ କରାଯାଇଥିବା ପରିମାଣ କୁ ରିହାତି (Discount) କୁହାଯାଏ ।
- ଲିଖିତ ମୂଲ୍ୟ / ସୂଚୀତ ମୂଲ୍ୟ – ରିହାତି = ବିକ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ

  ରିହାତି (Discount) = ଲିଖିତ ମୂଲ୍ୟ – ବିକ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ
- ରିହାତିକୁ ସାଧାରଣତଃ ବସ୍ତୁର ଲିଖିତ ମୂଲ୍ୟର ଶତକଡ଼ା ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

  $$\text{ଶତକଡ଼ା ରିହାତି} = \frac{\text{ରିହାତି}}{\text{କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ}} \times 100$$

ଉଦାହରଣ -8

ଗୋଟିଏ ବିଜୁଳି ପଙ୍ଖାର ଲିଖିତ ମୂଲ୍ୟ 555 ଟଙ୍କା । ଶୀତ ଦିନ ଯୋଗୁ ଜଣେ ଦୋକାନୀ 10 % ରିହାତିରେ ପଙ୍ଖା ବିକ୍ରି କରିବାକୁ ସ୍ଥିର କଲେ । ତେବେ ପଙ୍ଖାଟି କିଣିବା ପାଇଁ କେତେ ଦାମ ଦେବାକୁ ହେବ ?

ସମାଧାନ

ପଙ୍ଖାର ଲିଖିତ ମୂଲ୍ୟ = 555 ଟଙ୍କା

ରିହାତି = 10%

$= \text{ଲିଖିତ ମୂଲ୍ୟ} \times \frac{10}{100}$

$= 555 \text{ ଟଙ୍କା} \times \frac{1}{10} = \text{ଟ}.55.50$

∴ ବିକ୍ରି ମୂଲ୍ୟ = ଲିଖିତ ମୂଲ୍ୟ - ରିହାତି

= ଟ. 555.00 - ଟ. 55.50

= ଟ. 499.50 (ଉ)

ଉଦାହରଣ - 9

ଜଣେ ଜୋତା ଦୋକାନୀ ଲିଖିତ ମୂଲ୍ୟ 250 ଟଙ୍କା ହୋଇଥିବା ଜୋତାକୁ ରିହାତି ଦେଇ 220 ଟଙ୍କାରେ ବିକ୍ରି କରିବା ପାଇଁ ବିଜ୍ଞାପନ ନେଲେ । ତେବେ ସେ ଶତକଡ଼ା କେତେ ରିହାତିରେ ଜୋତା ବିକ୍ରି କଲେ ?

ସମାଧାନ

ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀ

ହଳେ ଜୋତାର ଲିଖିତ ମୂଲ୍ୟ = 250 ଟଙ୍କା

ବିକ୍ରି ମୂଲ୍ୟ = 220 ଟଙ୍କା

∴ ରିହାତି ର ପରିମାଣ = ଲିଖିତ ମୂଲ୍ୟ - ବିକ୍ରି ମୂଲ୍ୟ

= 250 ଟଙ୍କା - 220 ଟଙ୍କା = 30 ଟଙ୍କା

$\therefore \text{ ଶତକଡ଼ା ରିହାତି} = \frac{\text{ରିହାତି}}{\text{ଲିଖିତ ମୂଲ୍ୟ}} \times 100$

$= \frac{30}{250} \times 100 = 12$

∴ ଦୋକାନୀ 12% ରିହାତିରେ ଜୋତା ବିକ୍ରି କଲେ ।

ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ

ରିହାତି = ଲିଖିତ ମୂଲ୍ୟ - ବିକ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ

= ଟ 250.00 - ଟ 220.00

= ଟ 30.00

ଜାଣିଛ କି ?

500 ଟଙ୍କାକୁ ପୂର୍ବରୁ Rs.500/- ଭାବେ ଲେଖାଯାଉଥିଲା । ଏବେ ଭାରତ ସରକାରଙ୍କ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ ତାହାକୁ Rs. 500/- ଭାବେ ନ ଲେଖି ₹ 500 ଭାବେ ଲେଖାଯାଉଛି ।

ଲିଖିତ ମୂଲ୍ୟ 250 ଟଙ୍କା ବେଳେ ରିହାତି 30 ଟଙ୍କା

ଲିଖିତ ମୂଲ୍ୟ 1 ଟଙ୍କା ବେଳେ ରିହାତି $= \frac{30}{250}$

ଲିଖିତ ମୂଲ୍ୟ 100 ଟଙ୍କା ବେଳେ ରିହାତି $= \frac{3}{25} \times 100$ ଟଙ୍କା $= 12$ ଟଙ୍କା

$\therefore$ ସେ 12 % ରିହାତିରେ ଜୋତା ବିକ୍ରି କଲେ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 8.4

1. ଜଣେ ଦୋକାନୀ ରିହାତି ଦରରେ ବିଭିନ୍ନ ବସ୍ତୁକୁ ବିକ୍ରି କରିଥାଏ କାହିଁକି ? ତୁମେ ଯାହା ଭାବୁଛ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ।

2. ଛୋଟ ପିଲାଙ୍କ ଲାଗି ଥିବା ଗୋଟିଏ ସାଇକେଲ୍‌ର ଲିଖିତ ମୂଲ୍ୟ 1680 ଟଙ୍କା । ଦଶହରା ପୂଜା ଉପଲକ୍ଷେ ସାଇକେଲ୍‌ଟିକୁ ଦୋକାନୀ 20% ରିହାତି ଦାମରେ ବିକ୍ରି କରିବାକୁ ସ୍ଥିର କଲେ । ତେବେ ଜଣେ ଗ୍ରାହକଙ୍କୁ ସେ ସାଇକେଲ୍‌ଟି କିଣିବା ପାଇଁ କେତେ ମୂଲ୍ୟ ଦେବାକୁ ପଡ଼ିବ ?

3. ଗୋଟିଏ ଫ୍ରକ୍‌ର ସୂଚୀତ ମୂଲ୍ୟ 250 ଟଙ୍କା । ଦୋକାନରେ ଥିବା ପୋଷାକଗୁଡ଼ିକୁ ଶୀଘ୍ର ବିକ୍ରି କରିଦେବା ଲାଗି ଦୋକାନୀ ଦାମ୍‌କୁ କମାଇ ସେହି ଫ୍ରକ୍‌କୁ 210 ଟଙ୍କାରେ ବିକ୍ରି କଲା । ତେବେ ସେ ଶତକଡ଼ା କେତେ ରିହାତି ଦେଲେ ?

4. ଗୋଟିଏ କଲମର ଦାମ 8 ଟଙ୍କା । ମାତ୍ର ସେହି ପ୍ରକାର ତିନୋଟି କଲମ କିଣିଲେ 10% ରିହାତିରେ ବିକ୍ରି କରାଯିବା ଲାଗି ଦୋକାନୀ ବିଜ୍ଞାପନ ନେଇଥିଲେ । ତେବେ ତିନୋଟି କଲମର ବିକ୍ରି ଦର କେତେ ହେବ ?

5. ଗୋଟିଏ ବାଲ୍‌ଟିର ଲିଖିତର ଦାମ 120 ଟଙ୍କା । ପ୍ରଦର୍ଶନୀ ବେଳେ ଜଣେ ଦୋକାନୀ ତିନୋଟି ବାଲ୍‌ଟିର ଦାମ୍‌ରେ ଚାରୋଟି ବାଲ୍‌ଟି ଦେବା ଲାଗି ତାଙ୍କ ଦୋକାନ ସାମଗ୍ରୀରେ ଲେଖିଥିଲେ । ତେବେ ଏହି ସୁବିଧା ନେଇ ଜଣେ ସେହି ଦୋକାନରୁ ତିନୋଟି ବାଲ୍‌ଟି ନେଲେ, ସେ ଶତକଡ଼ା କେତେ ରିହାତି ପାଇଲେ ?

(ସୂଚନା : ଏଠାରେ ଚାରୋଟିର ଦାମକୁ ଲିଖିତ ଦାମ ନିଆଯିବ ଓ ତିନୋଟିର ଦାମକୁ ବିକ୍ରି ଦାମ ନିଆଯିବ)

6. ଯାତ୍ରା ପଡ଼ିଆରେ ଗୋଟିଏ ଦୋକାନରେ 80 ଟଙ୍କା ଲିଖିତ ମୂଲ୍ୟର ଗୋଟିଏ ସ୍କୁଲ ବ୍ୟାଗକୁ 15% ରିହାତିରେ ବିକ୍ରି ହେଉଥିବା ସ୍ଥଳେ ଅନ୍ୟ ଏକ ଦୋକାନୀ 90 ଟଙ୍କା ମୂଲ୍ୟ ଲେଖାଥିବା ବ୍ୟାଗକୁ 22% ରିହାତିରେ ବିକ୍ରି କରାଯାଉଥିଲା । ସୀମା ଗୋଟିଏ ବ୍ୟାଗ କିଣିବ । ହିସାବ କରି କହ, କେଉଁ ଦୋକାନରୁ ବ୍ୟାଗ କିଣିଲେ କେତେ ମୂଲ୍ୟ ଦେବାକୁ ପଡ଼ିବ ?

7. ଜଣେ ଦୋକାନୀ ତାଙ୍କ ଦୋକାନରେ ଥିବା ତିନିଚକିଆ ସାଇକେଲ୍ ଉପରେ 460 ଟଙ୍କା ଦାମ୍ ଲେଖିଥିଲେ ଏବଂ 25% ରିହାତି ନେଇ ବିକ୍ରି କଲେ । ସେଥିରେ ତାଙ୍କର 15% ଲାଭ ପାଇଥିଲେ, ସାଇକେଲ୍‌ଟିକୁ ସେ କେତେ ଦାମରେ କିଣିଥିଲେ ?

ସୂଚନା : ଲିଖିତ ଦାମ୍ ଓ ରିହାତିରୁ ବିକ୍ରି ଦାମ୍ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯିବ । ଶତକଡ଼ା ଲାଭ ଓ ବିକ୍ରି ଦାମରୁ କିଣାଦାମ ମିଳିବ ।

8.5 ଚଳନ

ତଳେ ଥିବା ପରିସ୍ଥିତି ଦୁଇଟି ଲକ୍ଷ୍ୟ କର :

ପ୍ରଥମ ପରିସ୍ଥିତି

1 କେ.ଜି. ଚିନିର ମୂଲ୍ୟ 22 ଟଙ୍କା ହେଲେ $\frac{1}{2}$ କେ.ଜି. ଚିନିର ମୂଲ୍ୟ 11 ଟଙ୍କା ଓ 2 କେ.ଜି. ଚିନିର ମୂଲ୍ୟ 44 ଟଙ୍କା ହେବ। ଐକିକ ଧାରରେ ଏହି ଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିଛୁ। ଚିନିର ପରିମାଣ ଅଧା ହେଲେ, ଦାମ ଅଧା ହେଉଛି ଏବଂ ପରିମାଣ 2 ଗୁଣ ହେଲେ, ଦାମ ମଧ୍ୟ 2 ଗୁଣ ହେଉଛି। ଏଠାରେ ଚିନିର ପରିମାଣ ଆମ ଇଚ୍ଛା ଅନୁଯାୟୀ ବଦଳିବା ସହ ତା'ର ଦାମ୍ ଚିନିର ପରିମାଣ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରି ବଦଳେ। ଏଣୁ ଚିନିର ପରିମାଣ ଓ ତା'ର ଦାମ ଉଭୟକୁ **ଚଳ ରାଶି** ବୋଲି କୁହାଯାଏ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିସ୍ଥିତି

ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି 10 ମିନିଟ୍ ଚାଲିଲେ 1 କି.ମି. ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରନ୍ତି। ତାଙ୍କର ଗତିର ବେଗ ନ ବଦଳାଇ ସେ ଯଦି 20 ମିନିଟ୍ ପାଇଁ ଚାଲନ୍ତି, ତେବେ ସେ 2 କି.ମି. ଦୂରତା ଏବଂ 5 ମିନିଟ୍ ଚାଲିଲେ ସେ ଅଧା କି.ମି. ବା $\frac{1}{2}$ କି.ମି. ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିବେ। ଐକିକ ଧାରା ପ୍ରୟୋଗ କରି ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଦୂରତା ହିସାବ କରିଛୁ। ଏଥିରୁ ଜଣାପଡୁଛି ସମୟ ଅଧା ହେଲେ, ଅତିକ୍ରମ କରୁଥିବା ଦୂରତା ଅଧା ହେଉଛି। ସମୟ ଦୁଇଗୁଣ ହେଲେ, ଅତିକ୍ରମ କରୁଥିବା ଦୂରତା ଦୁଇଗୁଣ ହେଉଛି।

ଅନ୍ୟ କଥାରେ ସମୟ ଯେତେ ଗୁଣ ହେଉଛି, ଅତିକ୍ରମ କରୁଥିବା ଦୂରତା ସେତେଗୁଣ ହେଉଛି।

ସମୟ ଓ ଦୂରତା ଉଭୟ ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ। ଅର୍ଥାତ୍ ଆମେ କେତେ ସମୟ ଲାଗି ଗତି କରିବୁ ତାହା ଆମ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ଏବଂ ଆମେ ଗତି କରିଥିବା ସମୟ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରି ଦୂରତା ବଦଳିଥାଏ। ଏଣୁ ସମୟ ଓ ଦୂରତା ଉଭୟକୁ **ଚଳ ରାଶି** କୁହାଯାଏ। ଅବଶ୍ୟ ଏଠାରେ ଗତି କରୁଥିବା ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କର ବେଗକୁ ସ୍ଥିର ଥିବାର ଧରି ନେଇଛୁ।

ଉପରିସ୍ଥ ପ୍ରଥମ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଗୋଟିଏ ଚଳରାଶି (ଚିନିର ପରିମାଣ) ଉପରେ ନିର୍ଭର କରି ଅନ୍ୟ ଚଳରାଶି (ଚିନିର ଦାମ) ବଦଳୁଛି ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଚଳରାଶି ଗତିର ସମୟ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରି ଅନ୍ୟ ଚଳରାଶି (ଦୂରତା) ବଦଳୁଛି।

ଗୋଟିଏ ଚଳରାଶିର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରି ଅନ୍ୟ ଚଳରାଶିର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଘଟିବା ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ **ଚଳନ** କୁହାଯାଏ।

ତୁମେ ଏହିଭଳି ଦୁଇଟି ପରିସ୍ଥିତିର ଉଦାହରଣ ଦିଅ, ଯେଉଁଥିରେ ଗୋଟିଏ ଚଳରାଶି ଉପରେ ନିର୍ଭର କରି ଅନ୍ୟ ଚଳରାଶିଟି ବଦଳେ।

8.5.1 ସଳଖ ଚଳନ

ଗୋଟିଏ ଖାତାର ମୂଲ୍ୟ 12 ଟଙ୍କା ହେଲେ 10ଟି ଖାତାର ମୂଲ୍ୟ 120 ଟଙ୍କା ହେବ। କହିଲ ଦେଖି 3ଟି, 9ଟି ଓ 18ଟି ଖାତାର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ହେବ ?

ଐକିକ ଧାରା ଅନୁଯାୟୀ,

ଗୋଟିଏ ଖାତାର ମୂଲ୍ୟ = 12 ଟଙ୍କା

3 ଟି ଖାତାର ମୂଲ୍ୟ = 3×12 ଟଙ୍କା = 36 ଟଙ୍କା

9 ଟି ଖାତାର ମୂଲ୍ୟ = 9×12 ଟଙ୍କା = 108 ଟଙ୍କା

18 ଟି ଖାତାର ମୂଲ୍ୟ = 18×12 ଟଙ୍କା = 216 ଟଙ୍କା

ଏହି ତଥ୍ୟକୁ ନେଇ ନିମ୍ନରେ ସାରଣୀଟିଏ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଇଛି ।

ବସ୍ତୁର ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା	ବସ୍ତୁର ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା	2ୟ ସଂଖ୍ୟା / 1ମ ସଂଖ୍ୟା	ବସ୍ତୁର ପ୍ରଥମ ମୂଲ୍ୟ	ବସ୍ତୁର ଦ୍ୱିତୀୟ ମୂଲ୍ୟ	2ୟ ମୂଲ୍ୟ / 1ମ ମୂଲ୍ୟ
3	9	$\frac{9}{3}=3$	36	108	$\frac{108}{36}=3$
18	9	$\frac{9}{18}=\frac{1}{2}$	216	108	$\frac{108}{216}=\frac{1}{2}$

ଏଥିରୁ ଜଣା ପଡୁଛି ଯେ, ବସ୍ତୁ ସଂଖ୍ୟା 3 ଗୁଣ ହେଲେ ତା'ର ମୂଲ୍ୟ ମଧ୍ୟ 3 ଗୁଣ ହେଉଛି ଓ ବସ୍ତୁ ସଂଖ୍ୟା ଅଧା ହେଲେ ମୂଲ୍ୟ ମଧ୍ୟ ଅଧା ହେଉଛି ।

ପୂର୍ବୋକ୍ତ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଖାତାର ସଂଖ୍ୟା ଗୋଟିଏ ଚଳ ଓ ଖାତାର ଦାମ ଅନ୍ୟ ଏକ ଚଳ ।

ପ୍ରଥମ ଚଳ (ଖାତାର ସଂଖ୍ୟା) ଲାଗି x ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରିବା ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ଚଳ (ଖାତାର ଦାମ) ଲାଗି y ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରିବା । ଖାତାର ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି x_1 ଓ ଖାତାର ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି x_2 ବ୍ୟବହାର କରିବା ।

x_1 ସଂଖ୍ୟକ ଖାତାର ଦାମ ଲାଗି y_1 ଟଙ୍କା ଓ x_2 ସଂଖ୍ୟକ ଖାତାର ଦାମ ଲାଗି y_2 ଟଙ୍କା ବ୍ୟବହାର କଲେ ସାରଣୀ ଅନୁଯାୟୀ ପାଇବା –

$$x_1=3, \qquad y_1=36$$
$$x_2=9, \qquad y_2=108$$

ପୁନଶ୍ଚ ପାଇବା –

$$\frac{y_1}{x_1}=\frac{36}{3}=12$$

$$\frac{y_2}{x_2}=\frac{108}{9}=12$$

ଏଣୁ ଆମେ ପାଇଲେ $\frac{y_1}{x_1}=\frac{y_2}{x_2}$ ଏହାକୁ ମଧ୍ୟ ଆମେ ଲେଖିପାରୁ $x_1 y_2 = x_2 y_1$

ଆମେ ମଧ୍ୟ ଦେଖିପାରିବା

$$\frac{x_2}{x_1}=\frac{9}{3}=3$$

$$\frac{y_2}{y_1}=\frac{108}{36}=3$$

$$\therefore \frac{x_2}{x_1}=\frac{y_2}{y_1}$$

ଏହାକୁ ମଧ୍ୟ ଆମେ ଲେଖିପାରୁ $x_1 y_2 = x_2 y_1$

ଦୁଇଟି ଚଳରାଶି ମଧ୍ୟରେ ପୂର୍ବ ସମ୍ପର୍କ ଭଳି ସମ୍ପର୍କ ଥିଲେ, ଆମ ଚଳ ରାଶି ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସଳଖ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ଅଛି ବୋଲି କହିଥାଉ ଏବଂ ସଙ୍କେତରେ ଲେଖୁ – $y \propto x$

ଏହାକୁ ଆମେ " y ଓ x ମଧ୍ୟରେ ସଳଖ ଚଳନ ରହିଛି" ବୋଲି ପଢ଼ିଥାଉ ।

ଆମେ ଜାଣିଲେ –

ଜାଣିଛ କି ?
$x \propto y$ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଲେଖୁ $x_1 y_2 = x_2 y_1$

ଯେଉଁଠି ଅନେକର ମୂଲ୍ୟରୁ ଏକ ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ, ଏହା କମିଯାଏ, ସେ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସଳଖ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ଥାଏ ।

ଉଦାହରଣ -10

ବି.ପି.ଏଲ୍ କାର୍ଡରେ 20 କି.ଗ୍ରା ଚାଉଳର ମୂଲ୍ୟ 40 ଟଙ୍କା ହେଲେ, 13 କି.ଗ୍ରା ଚାଉଳର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ?

ସମାଧାନ

ମନେକର ଚାଉଳର ପରିମାଣ = x କେ.ଜି. ଓ ତା'ର ମୂଲ୍ୟ = y ଟଙ୍କା

(20 କି.ଗ୍ରା ଚାଉଳର ଦାମ ଯେତେ 1 କି.ଗ୍ରା. ଚାଉଳର ଦାମ ତା'ଠାରୁ କମ । ତେଣୁ ଏଠାରେ ଚାଉଳ ପରିମାଣ ଓ ଏହାର ଦାମ ମଧ୍ୟରେ ସଳଖ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ରହିଛି)

$$\therefore \quad y \propto x$$

$$x_1 y_2 = x_2 y_1$$

$$20 \times y_2 = 13 \times 40$$

$$\Rightarrow y_2 = \frac{13 \times 40}{20}$$

$$\Rightarrow y_2 = 2 \times 13 = 26$$

$\therefore$ 13 କି.ଗ୍ରା. ଚାଉଳର ଦାମ = 26 ଟଙ୍କା

ଉଦାହରଣ - 11

ଗୋଟିଏ କାର୍ଯ୍ୟରେ ନିଯୁକ୍ତ 30 ଜଣ ଶ୍ରମିକ ଦୈନିକ 3000 ଟଙ୍କା ମଜୁରି ପାଇଲେ, ସେହି କାର୍ଯ୍ୟରେ ସେ ନିଯୁକ୍ତ 18 ଜଣ ଶ୍ରମିକ ଦୈନିକ କେତେ ଟଙ୍କା ମଜୁରି ପାଇବେ ? କେତେ ଜଣ ଶ୍ରମିକ ଦୈନିକ 4300 ଟଙ୍କା ମଜୁରି ପାଇବେ ?

ସମାଧାନ

ଶ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ବଢ଼ିଲେ ମଜୁରି ବଢ଼ିବ ଓ ଶ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା କମିଲେ ମଜୁରି ଆନୁପାତିକ ଭାବେ କମିବ । ଏଣୁ ଶ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ଓ ମଜୁରି ମଧ୍ୟରେ ସଳଖ ସମ୍ପର୍କ ରହିଛି ।

ଲୋକ ସଂଖ୍ୟା କୁ x ଓ ମଜୁରି y ଟଙ୍କା ନେଇ ସାରଣୀଟିଏ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା -

x (ଲୋକସଂଖ୍ୟା)	$x_1=30$	$x_2=18$	$x_3=?$
y (ମଜୁରି)	$y_1=3000$	$y_2=?$	$y_3=4300$

$\therefore$ x ଓ y ମଧ୍ୟରେ ସଳଖ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ରହିଛି ।

ଫଳରେ $x_1 y_2 = x_2 y_1$

$$\Rightarrow 30 \times y_2 = 18 \times 3000$$

$$\Rightarrow y_2 = \frac{18 \times 3000}{30}$$

$$\Rightarrow y_2 = 1800$$

$\therefore$ 18 ଜଣ ଶ୍ରମିକଙ୍କର ମଜୁରି 1800 ଟଙ୍କା

ପୁନଶ୍ଚ,

$$x_1 y_3 = x_3 y_1$$

$$30 \times 4300 = x_3 \times 3000$$

$$\Rightarrow x_3 \times 3000 = 30 \times 4300$$

$$\Rightarrow x_3 = \frac{30 \times 4300}{3000}$$

$$\Rightarrow x_3 = 43$$

∴ 43 ଜଣ ଶ୍ରମିକ 4300 ଟଙ୍କା ମଜୁରି ପାଇବେ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 8.5

1. ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ଗୁଡ଼ିକରୁ କେଉଁ ଗୁଡ଼ିକରେ ଥିବା ଚଳରାଶି x ଓ y ମଧ୍ୟରେ ସଳଖ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ରହିଛି କୁହ ।

(କ)

x	12	8	36
y	72	48	216

(ଖ)

x	2	3	4
y	4	9	16

(ଗ)

x	5	10	15
y	10	15	20

(ଘ)

x	48	24	12
y	24	12	6

2. ସଳଖ ଚଳନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସାରଣୀଗୁଡ଼ିକରେ ଥିବା ତାରକା ଚିହ୍ନିତ ସ୍ଥାନ ଲାଗି ଉପଯୁକ୍ତ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(କ)

x	10	18	☆
y	220	☆	484

(ଖ)

x	14	2	☆
y	☆	4	76

3. ଚଳନ ଧାରାରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ସମାଧାନ କର ।

(କ) ଗୋଟିଏ କାରଖାନାରେ ଗୋଟିଏ ସପ୍ତାହରେ (ରବିବାର ଦିନ କାରଖାନା ବନ୍ଦ ଥାଏ) 840 ଟିଣ ରଂଗ ତିଆରି କରାଗଲେ, 4200 ଟିଣ ରଂଗ ତିଆରି ଲାଗି କେତେ ଦିନ ଲାଗିବ ?

(ଖ) ଗୋଟିଏ 12 ମିଟର ଉଚ୍ଚ ସ୍ତମ୍ଭର ଛାଇ 20 ମିଟର ହେଲେ, ସେହି ସମୟରେ କେତେ ଉଚ୍ଚ ସ୍ତମ୍ଭର ଛାଇ 30 ମିଟର ହେବ ? 26 ମିଟର ଉଚ୍ଚ ସ୍ତମ୍ଭର ଛାଇ କେତେ ମିଟର ହେବ ?

(ଗ) ଗୋଟିଏ ପରିବାରରେ ସପ୍ତାହକୁ 10 କି.ଗ୍ରା ଚାଉଳ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେଲେ ତାଙ୍କର ଜାନୁୟାରୀ 1 ତାରିଖରୁ ଫେବୃୟାରୀ 11 ତାରିଖ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ମୋଟ୍ କେତେ କି.ଗ୍ରା. ଚାଉଳ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ?

(ଘ) ଗୋଟିଏ କାମ କରିବା ପାଇଁ 2 ବସ୍ତା ସିମେଣ୍ଟ ସହ 12 ବସ୍ତା ବାଲି ମିଶାଯାଇଥାଏ । ତେବେ ସେହି କାମ ଲାଗି 60 ବସ୍ତା ବାଲି ସହ କେତେ ବସ୍ତା ସିମେଣ୍ଟ ମିଶାଯିବ ? 23 ବସ୍ତା ସିମେଣ୍ଟ ସହ କେତେ ବସ୍ତା ବାଲି ମିଶାଯିବ ?

(ଙ) ଗୋଟିଏ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଷଷ୍ଠ ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢୁଥିବା 30 ଜଣ ଛାତ୍ରୀଙ୍କ ଲାଗି ପୋଷାକ ତିଆରି ଲାଗି କପଡ଼ା କିଣିବା ଖର୍ଚ୍ଚ 2100 ଟଙ୍କା ହେଲା । ତେବେ 7ମ ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢୁଥିବା 22 ଜଣ ଛାତ୍ରୀଙ୍କ ଲାଗି ପୋଷାକ ତିଆରି ପାଇଁ କେତେ ଟଙ୍କା ଦାମ୍‌ର କପଡ଼ା କିଣିବା ଆବଶ୍ୟକ ହେବ ?

8.5.2 ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ

ଏହି ଉଦାହରଣଟିକୁ ଦେଖ।

ଗୋଟିଏ କାନ୍ଥ ତିଆରି କରିବାକୁ 2 ଜଣ ଲୋକ 6 ଦିନ ସମୟ ନିଅନ୍ତି ।

ତେବେ ଜଣେ ଲୋକ ସେହି କାର୍ଯ୍ୟକୁ $6 \times 2 = 12$ ଦିନରେ କରିବ ।

4 ଜଣ ଲୋକ ଉକ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟକୁ $12 \div 4 = 3$ ଦିନରେ କରିବେ।

ଏଠାରେ ଦେଖିଲେ ଲୋକସଂଖ୍ୟା 2 ଗୁଣ ହେବାରୁ ଦିନ ସଂଖ୍ୟା ଅଧା ହେଲା।

ଏହି ତଥ୍ୟକୁ ନେଇ ସାରଣୀଟିଏ କରିବା –

ଲୋକସଂଖ୍ୟା (x)	ଦିନସଂଖ୍ୟା (y)	ଲୋକସଂଖ୍ୟା × ଦିନ ସଂଖ୍ୟା $x \times y$
$x_1 = 2$	$y_1 = 6$	$x_1 \times y_1 = 2 \times 6 = 12$
$x_2 = 4$	$y_2 = 3$	$x_2 \times y_2 = 4 \times 3 = 12$

ଉପର ଉଦାହରଣରେ ତୁମେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟକଲ ଲେଖ।

ଗୋଟିଏ ଚଳ (ଲୋକ ସଂଖ୍ୟା) ଦୁଇଗୁଣ ହେବା ବେଳେ, ଅନ୍ୟ ଚଳଟି (ଦିନ ସଂଖ୍ୟା) ଅଧା ଗୁଣ ହେଲା। ଚଳ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ ଏପରି ସମ୍ପର୍କକୁ **ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ** ସମ୍ପର୍କ ଅଛି ବୋଲି କୁହାଯାଏ।

ଆମେ ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖୁ –

$$y \propto \frac{1}{x}$$

ଏହାକୁ " y ଓ x ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ରହିଛି" ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ।

ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପ୍ରଶ୍ନ ସମାଧାନ କରିବା ଲାଗି ନିମ୍ନ ସୂତ୍ରକୁ ବ୍ୟବହାର କରୁ।

ଉଦାହରଣ –12

ଗୋଟିଏ ଫୁଲ ବଗିଚାରେ (ପାଖ ଚିତ୍ରରେ) ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ିରେ 6ଟି ଲେଖାଏଁ ହିସାବରେ ସମୁଦାୟ 10 ଧାଡ଼ିରେ ଫୁଲଗଛ ଲଗାଯାଇଛି। ଯଦି ସେହି ଫୁଲ ଗଛଗୁଡ଼ିକୁ 5ଟି ଧାଡ଼ିରେ ଲଗାଯାଇଥାନ୍ତା, ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ିରେ ଲଗାଯାଇଥିବା ଫୁଲଗଛ ସଂଖ୍ୟା କେତୋଟି ହୋଇଥାନ୍ତା ? ଏହାର ସମାଧାନ ଚଳନ ପ୍ରଣାଳୀରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ

ଧାଡ଼ି ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି (x) ଓ ପ୍ରତିଧାଡ଼ିର ଗଛ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି (y) ।

ଧାଡ଼ି ସଂଖ୍ୟା ଅଧିକ ହେଲେ ନିଶ୍ଚୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ିର ଗଛ ସଂଖ୍ୟା ଆନୁପାତିକ ରୀତିରେ କମ୍ ହେବ। ତେଣୁ x ଓ y ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ରହିଛି।

ଏଣୁ $x_1y_1 = x_2y_2$ ....(1)

ପ୍ରଥମ ଅବସ୍ଥାରେ ଧାଡ଼ି ସଂଖ୍ୟା $(x_1) = 10$

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ିରେ ଲାଗି ଥିବା ଗଛ ସଂଖ୍ୟା $(y_1) = 6$

ଦ୍ୱିତୀୟ ଅବସ୍ଥାରେ, ଧାଡ଼ିସଂଖ୍ୟା $(x_2) = 5$

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ିରେ ଲାଗିଥିବା ଗଛସଂଖ୍ୟା $(y_2) = ?$

ସମୀକରଣ ରେ x_1, y_1 ଓ x_2 ର ମାନ ବସାଇଲେ, ପାଇବା –

$$10 \times 6 = 5 \times y_2$$

$$\Rightarrow 5 \times y_2 = 10 \times 6$$

$$\Rightarrow y_2 = \frac{10 \times 6}{5} = 12$$

$\therefore$ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ିରେ ଗଛ ସଂଖ୍ୟା = 12

ଉଦାହରଣ -13

ଗୋଟିଏ ବସ୍ କଟକରୁ ଦେବଗଡ଼ ଯିବା ପାଇଁ ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି 100 କି.ମି. ବେଗରେ ଗଲେ 8 ଘଣ୍ଟା ନିଏ। ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି 80 କି.ମି. ବେଗରେ ଗଲେ ଏହା କେତେ ଘଣ୍ଟା ନେବ ?

ସମାଧାନ :

ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୂରତାକୁ ଅତିକ୍ରମ କରିବା ପାଇଁ ବେଗ ବଢ଼ିଲେ ସମୟ କମିବ। ତେଣୁ ଚଳରାଶି ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ରହିଛି।

ଗାଡ଼ିର ବେଗକୁ x ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି କି.ମି. ଓ ସମୟକୁ y ଘଣ୍ଟା ନେଇ ସୂଚାଇଲେ, ଆମେ ପାଇବା

ପ୍ରଥମ ବେଗ $x_1 = 100$ କି.ମି. ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି,

ପ୍ରଥମ ସମୟ $(t_1) = 8$ ଘଣ୍ଟା

ଦ୍ୱିତୀୟ ବେଗ $(x_2) = 80$ କି.ମି. ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି

ଦ୍ୱିତୀୟ ସମୟ $(t_2) = ?$

ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନର ସୂତ୍ର ଅନୁଯାୟୀ $x_1 t_1 = x_2 t_2$

$$100 \times 8 = 80 \times t_2$$

$$\Rightarrow 80 \times t_2 = 100 \times 8$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{100 \times 8}{80}$$

$$\Rightarrow t_2 = 10$$

ସମାଧାନ କର :

ଗୋଟିଏ ପାଣି ଟାଙ୍କିରେ 12 ଟି ପାଇପ ଲଗାଯାଇଅଛି । 8 ଟି ପାଇପ ଖୋଲାଥିଲେ ଟାଙ୍କିଟି 6 ଘଣ୍ଟାରେ ପୂର୍ଣ୍ଣ ହୁଏ । ତେବେ ସମସ୍ତ ପାଇପ ଖୋଲା ରହିଲେ ଟାଙ୍କିଟି କେତେ ଘଣ୍ଟାରେ ପୂର୍ଣ୍ଣ ହେବ ?

ସମାଧାନ ପାଇଁ ସୂଚନା :

ପାଇପ୍ ସଂଖ୍ୟା ବଢ଼ିଲେ ପାଣିଟାଙ୍କି ପୂର୍ଣ୍ଣ ହେବା ସମୟ କମିବ । ତେଣୁ ଏହା ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ, ଏଠାରେ ପାଇପ୍ ସଂଖ୍ୟାକୁ x ଓ ସମୟକୁ y ଘଣ୍ଟା ନିଆଯିବ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 8.6

1. ନିମ୍ନ ଚଳଯୋଡ଼ି ମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ଚଳଯୋଡ଼ି ମଧ୍ୟରେ ସଳଖ ଚଳନ ଓ କେଉଁ ଚଳଯୋଡ଼ି ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ରହିଛି ତାହା ଚିହ୍ନାଅ ।

   (କ) ଗୋଟିଏ ବନ୍ଧ ତିଆରି କରିବା ଲାଗି ନିଯୁକ୍ତ ଲୋକସଂଖ୍ୟା ଓ ସେମାନେ ବନ୍ଧଟିକୁ ତିଆରି କରିବା ଲାଗି ଆବଶ୍ୟକ ଦିନ ସଂଖ୍ୟା ।

   (ଖ) ଗୋଟିଏ ପ୍ୟାକେଟ୍‌ରେ ଥିବା ଡାଲିର ପରିମାଣ ଓ ସେହି ପ୍ୟାକେଟ୍‌ର ଦାମ ।

   (ଗ) ଜଣେ ସ୍କୁଟର ଚଢ଼ାଳୀ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୂରତାକୁ ଅତିକ୍ରମ କରିବା ସମୟରେ ତାଙ୍କର ସ୍କୁଟରର ବେଗ ଏବଂ ଦୂରତାକୁ ଅତିକ୍ରମ କରିବା ସମୟ ।

   (ଘ) ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଖର୍ଚ୍ଚରେ କରାଯାଇଥିବା ଗୋଟିଏ ଭୋଜିରେ ଭାଗ ନେଉଥିବା ପିଲାମାନଙ୍କ ଏବଂ ଜଣ ପିଛା ଦେୟ ।

   (ଙ) ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିମାଣର ପିଇବା ପାଣିକୁ ସମାନ ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ ବୋତଲରେ ଭର୍ତ୍ତିକରି ରଖିବା ବେଳେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବୋତଲର ଆକାର ଓ ବୋତଲ ସଂଖ୍ୟା ।

2. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଚଳ x ଓ y ର ପ୍ରତିଯୋଡ଼ା ଚଳକୁ ନେଇ $\frac{x}{y}$ ଓ xy ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଓ ଏହାକୁ ଦେଖି ଚଳ ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସଳଖ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ଅଛି ଅଥବା ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ଅଛି,ସ୍ଥିର କର ।

(କ)

ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୂରତାକୁ ଅତିକ୍ରମ କରିବା ବେଗ ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି କି.ମି. ରେ (x)	60	40	48
ସେହି ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିବାର ସମୟ (y) ଘଣ୍ଟାରେ	4	6	5
$x \times y$			
$\frac{x}{y}$			

(ଖ)

ବଲ ସଂଖ୍ୟା (x)	4	6	10	12
ବଲ ଗୁଡ଼ିକର ମୂଲ୍ୟ ଟଙ୍କାରେ (y)	48	72	120	144
$x \times y$				
$\frac{x}{y}$				

(ଗ) ଗୋଟିଏ ଟିଣରେ ଥିବା ତେଲକୁ ସମାନ ସମାନ ପରିମାଣରେ ବୋତଲରେ ଭର୍ତ୍ତି କରାଗଲା ।

ତେଲର ପରିମାଣ ଲିଟରରେ (x)	2	3	5
ବୋତଲର ସଂଖ୍ୟା (y)	15	10	6
$x \times y$			

3. ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଚଳରାଶି x ଓ y ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ରହିଥିଲେ, ସାରଣୀରେ ଥିବା ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିଗୁଡ଼ିକର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

x	72	90	60	x_1	40	x_2
y	10	8	y_1	15	y_2	20

4. ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ ଚଳନ ଧାରାରେ ସମାଧାନ କର ।

(କ) ଘରୁ ବାହାରି ଘଣ୍ଟାକୁ 40 କି.ମି. ବେଗରେ ସ୍କୁଟର ଚଳାଇ ଗଲେ ଧଳ ବାବୁଙ୍କୁ ଅଫିସ୍‌ରେ ପହଞ୍ଚିବାକୁ $2\frac{1}{2}$ ଘଣ୍ଟା ସମୟ ଲାଗେ । କେତେ ବେଗରେ ଗଲେ ସେ 2 ଘଣ୍ଟାରେ ଅଫିସ୍‌ରେ ପହଞ୍ଚିବେ ?

(ଖ) ଗୋଟିଏ ପାଣିଟାଙ୍କି 5 ଟି ପାଇପ୍ ଦ୍ୱାରା 40 ମିନିଟ୍‌ରେ ପୂର୍ଣ୍ଣ ହୁଏ । କେତୋଟି ପାଇପ୍ ଦ୍ୱାରା ଏହି ପାଣିଟାଙ୍କି 50 ମିନିଟ୍‌ରେ ପୂର୍ଣ୍ଣ ହେବ ?

(ଗ) ତୁମ ଶ୍ରେଣୀର ଦଉଡ଼ ପ୍ରତିଯୋଗିତାରେ 24 ଜଣ ପିଲା ଅଂଶଗ୍ରହଣ କରିବାର ଥିଲା । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରତିଯୋଗୀକୁ 7 ଟି ଲେଖାଏଁ ବିସ୍କୁଟ ନେବା ପାଇଁ ବିସ୍କୁଟ ମଗାଯାଇଥିଲା, ମାତ୍ର ପ୍ରତିଯୋଗିତାରେ ଆଉ 4 ଜଣ ଅଧିକ ପିଲା ଯୋଗ ଦେଲେ । ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା କେତୋଟି ଲେଖାଏଁ ବିସ୍କୁଟ ପାଇବେ ?

(ଘ) ଗୋଟିଏ ଦିଆସିଲି ଡବାରେ 48 ଟି କାଠି ରଖିଲେ ସମୁଦାୟ କାଠି ରଖିବା ପାଇଁ 56 ଟି ଡବା ଦରକାର । ସବୁତକ କାଠିକୁ 64 ଟି ଡବାରେ ରଖିଲେ, ପ୍ରତି ଡବାରେ କେତୋଟି କାଠି ରହିବ ?

8.5.3 ଯୌଥ ଚଳନ

କେତେକ ପରିସ୍ଥିତି ଅଛି, ଯେଉଁଠି ତିନିଗୋଟି ଚଳରାଶି ପରସ୍ପର ସହ ସମ୍ପୃକ୍ତ । ସେପରି ଗୋଟିଏ ପରିସ୍ଥିତି ହେଲା ଗୋଟିଏ କାର୍ଯ୍ୟ କରାଗଲା ବେଳେ, ସେଥିରେ କେତେକ କର୍ମଚାରୀ ନିୟୋଜିତ ହୁଅନ୍ତି, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦିନରେ କିଛି ସମୟ ଲାଗି କାର୍ଯ୍ୟ କରାଯାଏ ଏବଂ କାର୍ଯ୍ୟଟି ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ହେବା ଲାଗି କେତେକ ସଂଖ୍ୟକ ଦିନ ଆବଶ୍ୟକ ହୋଇଥାଏ ।

ଏଠାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦିନ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟ ଲାଗି କାର୍ଯ୍ୟ କରାଗଲେ, ଯେତେ ଅଧିକ ଲୋକ ନିୟୋଜିତ ହେବେ, କାର୍ଯ୍ୟ ଶେଷ ହେବାର ଦିନ ସଂଖ୍ୟା ସେତିକି କମ୍ ହେବ । ତେଣୁ ଲୋକସଂଖ୍ୟା (x) ଓ ଦିନ ସଂଖ୍ୟା (y) ପରସ୍ପର ସହ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନରେ ସମ୍ପୃକ୍ତ ।

$\therefore x \propto \frac{1}{y}$ (ଯେତେବେଳେ ଦିନର କାର୍ଯ୍ୟ ସମୟ z ସ୍ଥିର ଥାଏ)

ଲୋକ ସଂଖ୍ୟା (x) ସ୍ଥିର ରହିଲେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦିନର କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ଘଣ୍ଟା ସଂଖ୍ୟା z ଦିନ ସଂଖ୍ୟା y ମଧ୍ୟ ପରସ୍ପର ସହ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନରେ ସମ୍ପୃକ୍ତ ହୁଅନ୍ତି ।

$\therefore y \propto \frac{1}{z}$ (ଯେତେବେଳେ ଲୋକ ସଂଖ୍ୟା x ସ୍ଥିର ଥାଏ)

ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ କୁହାଯାଏ, x, y ଓ z ମଧ୍ୟରେ **ଯୌଥ ଚଳନ** ସଙ୍ଗଠିତ ହୁଏ । ଏଥି ଲାଗି ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ନିୟମ ଅଛି । ଅଧିକ ପଢ଼ିଲେ ଜାଣିବ ।

✍ ଆଉ ଗୋଟିଏ ଏହିଭଳି ପରିସ୍ଥିତିର ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

8.6 ସମୟ ଓ କାର୍ଯ୍ୟ

ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ପିଲାମାନେ ବଗିଚା କାମ କରୁଥିଲେ । ଫୁଲ ଗଛ ଲଗାଇବା ଲାଗି କେତେଗୁଡ଼ିଏ ପଟାଳୀ କରାଯାଇଥିଲା । ପଟାଳୀଗୁଡ଼ିକର ଲମ୍ବ ଓ ଚଉଡ଼ା ସମାନ । ପ୍ରଥମେ ଦୁଇଟି ପଟାଳୀକୁ ହାଣି ମାଟିକୁ ଗୁଣ୍ଡ କରିସାରିବା ପରେ ଫୁଲଗଛ ଲଗାଯିବ ।

ଗୋଟିଏ ପଟାଳୀକୁ ହାଣିବା କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିଲେ ତିନି ଜଣ ପିଲା ଏବଂ ଅନ୍ୟଟିକୁ ହାଣିବା କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିଲେ ଦୁଇଜଣ ପିଲା । ଯେଉଁ ପଟାଳୀରେ 3ଜଣ ପିଲା କାମ କରୁଥିଲେ ସେ ପଟାଳୀର କାର୍ଯ୍ୟ 40 ମିନିଟ୍‌ରେ ସରିଗଲା । ମାତ୍ର ଅନ୍ୟ ପଟାଳୀଟିର କାମ ସରିଲା ନାହିଁ ।

ବଡ ଶ୍ରେଣୀର ପିଲା ସମୀରକୁ ପିଲାମାନଙ୍କର କାର୍ଯ୍ୟ ଦେଖିବା ଦାୟିତ୍ୱ ଦେଇଥିଲେ ଶିକ୍ଷକ । ଦ୍ୱିତୀୟ ପଟାଳୀର କାର୍ଯ୍ୟ ସରିଲା ନାହିଁ । ସେ ଯାଇ ଶିକ୍ଷକଙ୍କୁ କହିଲା – ଦ୍ୱିତୀୟ ପଟାଳୀର କାମ ସରୁ ନାହିଁ । ପିଲାଏ ବୋଧହୁଏ ଠିକ୍ କାମ କରୁନାହାନ୍ତି । ଶିକ୍ଷକ ଆସି ବୁଝିଲେ । ତା'ପରେ କହିଲେ– ''ବେଶି ଲୋକ କାମ କଲେ, କାମ ଶେଷ ହେବା ପାଇଁ କମ୍ ସମୟ ଲାଗେ ଏବଂ କମ୍ ଲୋକ କାମ କଲେ, କାମ ସରିବା ପାଇଁ ବେଶି ସମୟ ଲାଗେ । ବ୍ୟସ୍ତ ହୁଅ ନାହିଁ ।''

ଦ୍ୱିତୀୟ ପଟାଳୀର କାମ ସରିବା ପରେ ପିଲାମାନେ ଶ୍ରେଣୀକୁ ଫେରିଲେ । ତା' ପର ପିରିୟଡରେ ଶିକ୍ଷକ ସମୟ ଓ କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ହିସାବପତ୍ର ବୁଝାଇଲେ –

କୌଣସି କାର୍ଯ୍ୟ କରାଯିବା ବେଳେ –

- କେତେକ ଶ୍ରମିକ କାର୍ଯ୍ୟ କରିଥାନ୍ତି,
- ସେମାନେ କରୁଥିବା କାର୍ଯ୍ୟର କିଛି ପରିମାଣ ଥାଏ,
- କାର୍ଯ୍ୟଟି କରିବା ପାଇଁ ସେମାନଙ୍କୁ କିଛି ସମୟ ଲାଗେ
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲୋକର କାର୍ଯ୍ୟ କରିବାର କିଛି ଦକ୍ଷତା ଥାଏ । ଅର୍ଥାତ୍ ସେ ଗୋଟିଏ ଏକକ ସମୟରେ (1ଦିନ ବା 1 ଘଣ୍ଟାରେ) କିଛି ପରିମାଣର କାର୍ଯ୍ୟ କରିଥାଏ ।

ଏହି ଚାରୋଟି କଥାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ହିସାବ କରାଯାଇଥାଏ ।

ଆସ, କେତୋଟି ଉଦାହରଣ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଉଦାହରଣ -14

ହସିନା 5 ଦିନରେ 20ଟି କଣ୍ଢେଇ ତିଆରି କରିପାରେ । ସେ 32ଟି କଣ୍ଢେଇ ତିଆରି କରିବା ପାଇଁ କେତେ ଦିନ ନେବ ?

ଆଲୋଚନା:

ନିମ୍ନ ସାରଣୀଟି ଦେଖ –

ହାସିନା 5 ଦିନ କାମ କଲା	ସେ 20 ଟି କଣ୍ଢେଇ ଗଢ଼ିଲା
ସେ ଆଉ 5 ଦିନ କାମ କଲ	ଆଉ 20 ଟି କଣ୍ଢେଇ ଗଢ଼ିଲା
ସେ ଆଉ 5 ଦିନ କାମ କଲା	ଆଉ 20 ଟି କଣ୍ଢେଇ ଗଢ଼ିଲା

ତେବେ ସେ ଯଦି (5 ଦିନ + 5 ଦିନ) ବା 10 ଦିନ କାମ କରେ ତେବେ ସେ (20+20) ବା 40 ଟି କଣ୍ଢେଇ ଗଢ଼ିବ ।

ଅର୍ଥାତ୍ ସମୟ 2 ଗୁଣ ହେଲେ, କାର୍ଯ୍ୟ ପରିମାଣ ମଧ୍ୟ 2 ଗୁଣ ହେଲା ।

ସେହିପରି ସେ ଯଦି (5+5+5) ଦିନ ବା 15 ଦିନ କାମ କରେ, ତେବେ ସେ (20+20+20) ବା 60 ଟି କଣ୍ଢେଇ ଗଢିବ ।

ଅର୍ଥାତ୍ ସମୟ 3 ଗୁଣ ହେଲେ, କାର୍ଯ୍ୟ ମଧ୍ୟ 3 ଗୁଣ ହେଲା ।

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ, ସମୟ ଯେତେ ଗୁଣ ହେଲା, କାର୍ଯ୍ୟ ପରିମାଣ ସେତେ ଗୁଣ ହେଲା ।

ଏଣୁ ଏଠାରେ ଐକିକ ଧାରା ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇ ପାରିବ ।

ହାସିନା କେତେ ଦିନରେ 32 ଟି କଣ୍ଢେଇ ଗଢିବ ତାହା ଆମର ଜାଣିବା ଦରକାର । ଏଣୁ ପ୍ରଥମ ଉକ୍ତିରେ କଣ୍ଢେଇ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଶେଷରେ ରଖିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ଏହାକୁ ନିମ୍ନ ମତେ ଲେଖିପାରିବା-

ହାସିନା 20 ଟି କଣ୍ଢେଇ ଗଢ଼େ 5 ଦିନରେ

$\therefore$ ସେ 1 ଗୋଟି କଣ୍ଢେଇ ଗଢିବ $\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$ ଦିନରେ

ଏଣୁ ସେ 32 ଟି କଣ୍ଢେଇ ଗଢିବ $\frac{1}{4}\times 32=\frac{32}{4}=8$ ଦିନରେ (ଉତ୍ତର)

ଉପରୋକ୍ତ ଉଦାହରଣରେ ସମୟ ଓ କାର୍ଯ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ ଏକ ସମ୍ପର୍କ :

5 ଦିନରେ ହାସିନା ଗଢିପାରେ 20 ଟି କଣ୍ଢେଇ

1 ଦିନରେ ସେ ଗଢିପାରେ $\frac{20}{5}=4$ ଟି କଣ୍ଢେଇ

ଏଥିରୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ, ହାସିନାର କଣ୍ଢେଇ ଗଢିବା ଦକ୍ଷତା ହେଉଛି, ଦିନକୁ 4 ଟି କଣ୍ଢେଇ ଗଢିବା ।

ଏକକ ସମୟରେ କରିପାରୁଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ ପରିମାଣ ହେଉଛି କାମ କରୁଥିବା ଲୋକର କାର୍ଯ୍ୟ ଦକ୍ଷତା ।

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ,

କାର୍ଯ୍ୟ ଦକ୍ଷତା ଅର୍ଥାତ୍ 1 ଘଣ୍ଟା (ବା ଏକ ଦିନ)ରେ କରିପାରୁଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ ପରିମାଣ = $\frac{\text{ମୋଟ କାର୍ଯ୍ୟ}}{\text{ସେହି କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ଲାଗି ସମୟ}}$

ବର୍ତ୍ତମାନ ପୂର୍ବ ପାଦକୁ ଦେଖ -

32 ଟି କଣ୍ଢେଇ ଗଢ଼ିବା ପାଇଁ ସମୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲାବେଳେ ଆମେ ପାଇଥିଲେ ଆବଶ୍ୟକ ସମୟ = $\frac{32}{4}$ ଦିନ

ଅର୍ଥାତ୍ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ସମୟ = $\frac{\text{ମୋଟ କାର୍ଯ୍ୟ}}{\text{ଏକ ଦିନର କାର୍ଯ୍ୟ}}$

ସାଧାରଣ ଭାବରେ କୁହାଯାଇ ପାରେ -

କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ଲାଗି ଆବଶ୍ୟକ ସମୟ = $\frac{\text{କାର୍ଯ୍ୟ ପରିମାଣ}}{\text{ଏକକ ସମୟର କାର୍ଯ୍ୟ}}$

ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ :

ସମୟ ଯେତେ ଗୁଣ ହେବ କାର୍ଯ୍ୟ ପରିମାଣ ମଧ୍ୟ ସେତେ ଗୁଣ ହେବ । ଏଣୁ ଏଠାରେ ସମୟ (t) ଓ କାର୍ଯ୍ୟ ପରିମାଣ (x) ମଧ୍ୟରେ ସଳଖ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ରହିଛି ।

ଫଳରେ $\dfrac{t_1}{t_2} = \dfrac{x_1}{x_2}$ ---- (1)

ଏଠାରେ ପ୍ରଥମ ଅବସ୍ଥାରେ $t_1 = 5$ ଦିନ, $x_1 = 20$ ଟି କଣ୍ଢେଇ ।

ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ଅବସ୍ଥାରେ କାର୍ଯ୍ୟର ପରିମାଣ $x_2 = 32$ ଟି କଣ୍ଢେଇ ।

ସମୀକରଣ (1)ରେ ଏହି ମାନଗୁଡ଼ିକ ବସାଇଲେ $\dfrac{5}{t_2} = \dfrac{20}{32}$

$$\Rightarrow 5 \times 32 = 20 \times t_2$$
$$\Rightarrow 20 \times t_2 = 5 \times 32$$
$$\Rightarrow t_2 = \frac{5 \times 32}{20} = 8$$

$\therefore$ ହାସିନା 32 ଟି କଣ୍ଢେଇ ଗଢ଼ିବା ପାଇଁ 8 ଦିନ ସମୟନେବ ।

ଉଦାହରଣ - 15

ରମା ଗୋଟିଏ କାର୍ଯ୍ୟକୁ 3 ଦିନରେ ଶେଷ କରିପାରେ ଓ ସନତ୍ ସେ କାର୍ଯ୍ୟକୁ 6 ଦିନରେ ଶେଷ କରିପାରେ । ରମା ଓ ସନତ୍ ଏକତ୍ର କାର୍ଯ୍ୟ କଲେ, କାର୍ଯ୍ୟଟି କେତେ ଦିନରେ ଶେଷ ହେବ ?

ସମାଧାନ :

ରମା କାର୍ଯ୍ୟଟିକୁ 3 ଦିନରେ ଶେଷ କରିପାରେ

$\therefore$ ରମାର 1 ଦିନର କାର୍ଯ୍ୟ $= \dfrac{1}{3}$ ଅଂଶ

ସନତ୍ କାର୍ଯ୍ୟଟିକୁ 6 ଦିନରେ ଶେଷ କରିପାରେ

$\therefore$ ସନତ୍‌ର 1 ଦିନର କାର୍ଯ୍ୟ $= \dfrac{1}{6}$ ଅଂଶ

ରମା ଓ ସନତ୍ 1 ଦିନ କାର୍ଯ୍ୟ କଲେ ତାଙ୍କର 1 ଦିନର କାର୍ଯ୍ୟ $= \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{6} = \dfrac{2+1}{6} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$ ଅଂଶ

ତାଙ୍କର ପୂରା କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଶେଷ କରିବା ସମୟ $= \dfrac{\text{କାର୍ଯ୍ୟର ପରିମାଣ}}{\text{ସେମାନଙ୍କର ଦିନକର କାର୍ଯ୍ୟ}}$

$= \dfrac{1}{\frac{1}{2}}$ [ପୂରା କାର୍ଯ୍ୟଟି ହେଉଛି 1 କାର୍ଯ୍ୟ]

$= 1 \times \dfrac{2}{1} = 2$ ଦିନ

ଉଦାହରଣ - 16

ଗୋଟିଏ ଦିନରେ 5 ଜଣ ଲୋକ 2 ହେକ୍ଟର ଜମିରେ ପାଣି ମଡ଼ାଇ ପାରନ୍ତି । ତେବେ କେତେ ଜଣ ଲୋକ ଦିନକ ମଧ୍ୟରେ 6 ହେକ୍ଟର ଜମିରେ ପାଣି ମଡ଼ାଇ ପାରିବେ ?

ସମାଧାନ :

ଏଠାରେ ଲୋକସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ଅଛି, ଏଣୁ ପ୍ରଥମ ଉକ୍ତିର ଲୋକସଂଖ୍ୟା ଶେଷରେ ରହିବ ।

2 ହେକ୍ଟର ଜମିରେ 1 ଦିନରେ ପାଣି ମଡ଼ାଇ ପାରନ୍ତି 5 ଜଣ ଲୋକ

1 ହେକ୍ଟର ଜମିରେ 1 ଦିନରେ ପାଣି ମଡ଼ାଇ ପାରିବେ $\frac{5}{2}$ ଜଣ ଲୋକ

6 ହେକ୍ଟର ଜମିରେ 1 ଦିନରେ ପାଣି ମଡ଼ାଇ ପାରିବେ $\frac{5}{2}\times 6 = 15$ ଜଣ

✎ ସମୟ ସ୍ଥିର ଥିଲେ ଲୋକସଂଖ୍ୟା ଓ କାର୍ଯ୍ୟ ପରିମାଣ ମଧ୍ୟରେ ସଳଖ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ଥାଏ । ସେହି ଅନୁଯାୟୀ, ଚଳନ ପ୍ରଣାଳୀରେ ମଧ୍ୟ ଏ ପ୍ରଶ୍ନ ସମାଧାନ କରାଯାଇପାରେ । ନିଜେ ଚେଷ୍ଟା କର ।

ଉଦାହରଣ- 17

ଗୋଟିଏ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଫଣି 30 ଦିନରେ ଓ ବିରୁ 20 ଦିନରେ କରିପାରନ୍ତି । ଉଭୟ ଏକତ୍ର କାର୍ଯ୍ୟ କରିବାକୁ ଆରମ୍ଭ କଲେ । ଯଦି କାର୍ଯ୍ୟ ଆରମ୍ଭର 2 ଦିନ ପରେ ବିରୁ କାର୍ଯ୍ୟ ଛାଡ଼ି ଚାଲିଯାଏ, ତେବେ କାର୍ଯ୍ୟଟି ଶେଷ ହେବା ଲାଗି ମୋଟ କେତେ ଦିନ ଲାଗିବ ?

ସୂଚନା : ଏଠାରେ ଫଣି କାର୍ଯ୍ୟ ଆରମ୍ଭରୁ ଶେଷ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟ କରିଛି । ମାତ୍ର ବିରୁ କେବଳ 2ଦିନ ଲାଗି କାର୍ଯ୍ୟ କରି କାର୍ଯ୍ୟ ଛାଡ଼ି ଚାଲିଯାଇଛି । ବିରୁ କରିଥିବା କାର୍ଯ୍ୟକୁ ପୂରା କାର୍ଯ୍ୟରୁ ବାଦ ଦେଲେ, ଅବଶିଷ୍ଟ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଫଣି କରିଛି ।

ସମାଧାନ :

ବିରୁ 20 ଦିନରେ କାର୍ଯ୍ୟଟି (ଗୋଟିଏ କାର୍ଯ୍ୟ) କରେ ।

$\therefore$ ବିରୁ 1 ଦିନରେ କରୁଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ ପରିମାଣ = $\frac{1}{20}$

ବିରୁ 2 ଦିନରେ କରୁଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ ପରିମାଣ $= \frac{1}{20}\times 2 = \frac{1}{10}$

$\therefore$ କାର୍ଯ୍ୟର ଅବଶିଷ୍ଟ ଭାଗ $= 1-\frac{1}{10} = \frac{10-1}{10} = \frac{9}{10}$

ଫଣି 30 ଦିନରେ କାର୍ଯ୍ୟଟି (ଗୋଟିଏ କାର୍ଯ୍ୟ) କରେ ।

ଫଣି 1 ଦିନରେ କରୁଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ ପରିମାଣ $= \frac{1}{30}$

ଫଣି ଅବଶିଷ୍ଟ $\frac{9}{10}$ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବାକୁ ହେବ ।

ଫଣି ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ସମୟ $= \frac{\text{ମୋଟ କାର୍ଯ୍ୟ}}{\text{ଗୋଟିଏ ଦିନର କାର୍ଯ୍ୟ}}$

$$= \frac{\frac{9}{10}}{\frac{1}{30}} = \frac{9}{10} \times \frac{30}{1} = 27 \text{ ଦିନ}$$

$\therefore$ କାର୍ଯ୍ୟଟି ଶେଷ ହେବା ଲାଗି ମୋଟ 27 ଦିନ ଲାଗିଥିବ ।

ଉଦାହରଣ - 18

ଦିନକୁ 6 ଘଣ୍ଟା କାମ କରି 20 ଜଣ ଶ୍ରମିକ 7 ଦିନରେ ଗୋଟିଏ କାମ କରନ୍ତି । 28 ଜଣ ଲୋକ ଦୈନିକ 5 ଘଣ୍ଟା କାମ କରି ସେହି କାମକୁ କେତେ ଦିନରେ କରିପାରିବେ ?

ସମାଧାନ :

ପ୍ରଥମ ଶ୍ରମିକଦଳ ଦୈନିକ 6 ଘଣ୍ଟା ଲେଖାଏଁ 7 ଦିନ କାମ କରିଥିଲେ ।

ତେଣୁ ସେମାନେ ମୋଟ $7 \times 6 = 42$ ଘଣ୍ଟା ପାଇଁ କାମ କରିଥିଲେ ।

ଗୋଟିଏ କାର୍ଯ୍ୟକୁ 20 ଜଣ ଶ୍ରମିକ କରିପାରନ୍ତି 42 ଘଣ୍ଟାରେ ।

ସେହି କାର୍ଯ୍ୟକୁ 1 ଜଣ ଲୋକ କରିପାରିବେ 42×20 ଘଣ୍ଟାରେ ।

ସେହି କାର୍ଯ୍ୟକୁ 28 ଜଣ ଲୋକ କରିପାରିବେ $= \frac{42 \times 20}{28} = 30$ ଘଣ୍ଟାରେ

ମାତ୍ର ସେମାନେ ଦୈନିକ 5 ଘଣ୍ଟା ଲେଖାଏଁ କାମ କରନ୍ତି ।

$\therefore$ 30 ଘଣ୍ଟା କାମ ଲାଗି ଦିନ ସଂଖ୍ୟା $= \frac{30}{5} = 6$ ଦିନ ।

> **ଲକ୍ଷ୍ୟକର :**
>
> ଏହି ପ୍ରଣାଳୀରେ ଦିନ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଦିନକର କାମ କରାଯାଉଥିବା ଘଣ୍ଟା ସଂଖ୍ୟା ଏହି ଦୁଇଟି ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ ରାଶିକୁ କେବଳ ଗୋଟିଏ ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ ରାଶି ଘଣ୍ଟା ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରାଯାଇପାରିଲା ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 8.7

ରି କରିବାକୁ 20 ଜଣ ଶ୍ରମିକ 13 ଦିନ ନିଅନ୍ତି, ତେବେ 26 ଜଣ ଶ୍ରମିକ କେତେ ଦିନରେ ସେହି କାର୍ଯ୍ୟ

1. [illegible]ଘର ତିଆ

2. ନିତ୍ୟାନନ୍ଦ 6 ଦିନରେ 20 ଟି ଟୋକେଇ ତିଆରି କରିପାରେ, ତେବେ 70 ଟି ଟୋକେଇ ତିଆରି କରିବା ଲାଗି ସେ କେତେଦିନ ନେବ ?

3. ସୁଜାତା ତା'ର ତନ୍ତରେ 4 ଟି ଗାମୁଛା ବୁଣିବାକୁ 20 ଦିନ ନିଏ । ତେବେ 45 ଦିନରେ ସେ କେତୋଟି ଗାମୁଛା ବୁଣି ପାରିବ ?

4. ଗୋଟିଏ କନ୍ୟାଶ୍ରମରେ 50 ଛାତ୍ରୀଙ୍କ ପାଇଁ 30 ଦିନର ଖାଦ୍ୟ ମହଜୁଦ ଥିଲା । ଆଉ 10 ଜଣ ଛାତ୍ରୀ ଏଠାରେ ଯୋଗ ଦେଲେ । ମହଜୁଦ ଥିବା ଖାଦ୍ୟ କେତେ ଦିନ ଯିବ ?

5. ଜଣେ ବଢେଇ 5 ଦିନରେ ଦୁଇଟି ଆଲମାରୀ ଗଢ଼ିପାରନ୍ତି, ସେ 10ଟି ଆଲ୍‌ମାରୀ ଯୋଗାଇବା ପାଇଁ ବରାଦ ପାଇଲେ । ତେବେ କେତେ ଦିନରେ ସେ ବରାଦୀ କାମ ପୂରଣ କରିପାରିବେ ?

6. 7 ଜଣ ଶ୍ରମିକ ଗୋଟିଏ ରାସ୍ତା ମରାମତି କାର୍ଯ୍ୟକୁ ୪ ଦିନରେ ଶେଷ କରିପାରିବେ, ଯଦି 4 ଜଣ କାର୍ଯ୍ୟ କରନ୍ତି ତେବେ ଉକ୍ତ ରାସ୍ତାରେ ମରାମତି କାର୍ଯ୍ୟ ଶେଷ କରିବା ପାଇଁ ତାଙ୍କୁ କେତେ ଅଧିକ ଦିନ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବାକୁ ହେବ ?

7. 15 ଜଣ ଲୋକ ଦୈନିକ 6 ଘଣ୍ଟା କାର୍ଯ୍ୟ କରି ଗୋଟିଏ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ୪ ଦିନରେ ଶେଷ କରନ୍ତି । 10 ଜଣ ଲୋକ ସେହି କାର୍ଯ୍ୟକୁ ୨ ଦିନରେ ଶେଷ କରିବାକୁ ହେଲେ, ସେମାନଙ୍କୁ ଦୈନିକ କେତେ ଘଣ୍ଟା କାମ କରିବାକୁ ହେବ ?

8. ଗୋଟିଏ ଜାହାଜରେ ଥିବା ସାମଗ୍ରୀକୁ 10 ଦିନ ମଧ୍ୟରେ ଜାହାଜରୁ ଓହ୍ଲାଇବା ଲାଗି 2୪0 ଜଣ ଶ୍ରମିକ ନିଯୁକ୍ତ କରାଗଲା । ମାତ୍ର 3 ଦିନ ପରେ ମାତ୍ର ସମସ୍ତ ସାମଗ୍ରୀର $\frac{1}{4}$ ଅଂଶ ଓହ୍ଲାଯାଇପାରିଲା । ତେବେ ଆଉ କେତେଜଣ ଶ୍ରମିକ ନିଯୁକ୍ତ ହେଲେ ଯଥା ସମୟରେ କାର୍ଯ୍ୟ ଶେଷ ହୋଇପାରିବ ?

9. ଗୋଟିଏ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ରୋହିତ 20 ଦିନରେ ଓ ସେହି କାର୍ଯ୍ୟକୁ ସସ୍ମିତ୍ 25 ଦିନରେ କରିପାରେ । ରୋହିତ ଓ ସସ୍ମିତ ଏକତ୍ର କାର୍ଯ୍ୟ ଆରମ୍ଭ କଲେ । କାମ ଆରମ୍ଭ ହେବାର 5 ଦିନ ପରେ ସସ୍ମିତ କାମ କରିବା ବନ୍ଦ କରିଦେଲା । ତେବେ ଅବଶିଷ୍ଟ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ରୋହିତ କେତେ ଦିନରେ ଶେଷ କରିବ ?

10. ଟୁନା ଗୋଟିଏ ଘର ରଂଗ ଦେବା ଆରମ୍ଭ କରି ୨ ଦିନରେ $\frac{3}{10}$ ଅଂଶ କାମ ଶେଷ କଲା । ଟୁନା ସହ କାଞ୍ଚନ ମିଶି ଅବଶିଷ୍ଟ କାମକୁ 7 ଦିନରେ ଶେଷ କଲେ । ତେବେ କାଞ୍ଚନ ଏକାକୀ କେତେ ଦିନରେ କାମଟିକୁ କରିଥାନ୍ତା ?

11. ସଞ୍ଜୁ 2 ଘଣ୍ଟାରେ 13 ପୃଷ୍ଠା ଟାଇପ କରିପାରେ । ତେବେ 195 ପୃଷ୍ଠା ଟାଇପ୍ କରିବାକୁ ସେ କେତେ ସମୟ ନେବ ?

12. 12 ଜଣ ପୁରୁଷ ବା 15 ଜଣ ମହିଳା ଶ୍ରମିକ ଗୋଟିଏ ଠିକା କାମକୁ 20 ଦିନରେ କରିପାରନ୍ତି । ଯଦି ଉକ୍ତ କାମ ପାଇଁ ୪ ପୁରୁଷ ଶ୍ରମିକ ଓ 10 ଜଣ ମହିଳା ଶ୍ରମିକ ନିୟୋଜିତ ହୁଅନ୍ତି, ତେବେ କାମଟି କେତେ ଦିନରେ ସରିବ ?

କହିଲ ଦେଖି :

- ତୁମେ ବିଶ୍ୱପ୍ରସିଦ୍ଧ କୋଣାର୍କ ମନ୍ଦିର ଦେଖିଛ କି ?
- ତୁମେ ଜାଣିଥିବ ଯେ କୋଣାର୍କ ମନ୍ଦିର ତିଆରି କରିବାକୁ 1200 ବଢ଼େଇଙ୍କୁ 12 ବର୍ଷ ଲାଗିଥିଲା ।
- ତେବେ ହିସାବ କରି କହ, ରାଜା ଲାଙ୍ଗୁଳା ନରସିଂହ ଦେବ କେତେ ବଢ଼େଇ ଲଗାଇଥିଲେ ମନ୍ଦିରଟି 4 ବର୍ଷରେ ସରିଥାନ୍ତା ?
- କେତେଜଣ ବଢ଼େଇ ଲାଗିଥିଲେ କାମଟି 10 ବର୍ଷରେ ସରିଥାନ୍ତା ?

୪.7 ସମୟ ଓ ଦୂରତା

ଆମେ ଚାଲିକରି, ସାଇକେଲ୍ ଯୋଗେ, ସ୍କୁଟର ଯୋଗେ ବା ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଯାନ ଯୋଗେ ଗୋଟିଏ ସ୍ଥାନରୁ ଅନ୍ୟ ସ୍ଥାନକୁ ଗତି କରିଥାଉ । ଗତି କଲାବେଳେ –

- ଆମେ କୌଣସି ଏକ ଦୂରତାକୁ ଅତିକ୍ରମ କରିଥାଉ । ଏହି ଦୂରତା କମ୍ ହୋଇପାରେ, ଅଧିକ ମଧ୍ୟ ହୋଇପାରେ ।
- କୌଣସି ଦୂରତାକୁ ଅତିକ୍ରମ କଲାବେଳେ, କିଛି ସମୟ ନେଇଥାଉ । ତାହା ମଧ୍ୟ ଦୂରତା ଅନୁଯାୟୀ କମ୍ ବା ଅଧିକ ହୋଇପାରେ ।

- ଆମେ ଚାଲି କରି ଗଲାବେଳେ ଏକ ଘଣ୍ଟାରେ ଯେତିକି ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରୁ, ସାଇକେଲ୍‌ରେ ଯିବା ବେଳେ ସେ 1ଘଣ୍ଟା ସମୟରେ ଅଧିକ ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରୁ । ଏକକ ସମୟ (ଏକ ଘଣ୍ଟା, ଏକ ମିନିଟ୍ ବା ଏକ ସେକେଣ୍ଡ)ରେ ଅତିକ୍ରମ କରୁଥିବା ଦୂରତାକୁ **ଗତିର ବେଗ** କୁହାଯାଏ । ଆମର ବେଗ ମଧ୍ୟ କମ୍ ବା ଅଧିକ ହୋଇପାରେ ।

ଏଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗତି ସହ ଉପରୋକ୍ତ ତିନୋଟି (ଦୂରତା, ସମୟ ଓ ବେଗ) ଚଳରାଶି ସମ୍ପୃକ୍ତ । ଆସ ଦେଖିବା, ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ସମ୍ପର୍କ ଅଛି ?

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ

'କ' ଠାରୁ 'ଖ' ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ରହିଥିବା ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 24 କି.ମି. । ରଘୁବୀର ସାଇକେଲ୍ ଯୋଗେ 'କ'ଠାରୁ 'ଖ' ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଗଲେ । ଏହି ଦୂରତାକୁ ଅତିକ୍ରମ କରିବା ପାଇଁ ସେ 3 ଘଣ୍ଟା ସମୟ ନେଲେ । ତେବେ ସେ ପ୍ରତି ଘଣ୍ଟାରେ କେତେ ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କଲେ ?

3 ଘଣ୍ଟାରେ ସେ ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତା 24 କି.ମି.

$\therefore$ 1 ଘଣ୍ଟାରେ ସେ ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତା $= \frac{24}{3}$ କି.ମି. = ୮ କି.ମି.

ରଘୁବୀରଙ୍କର ସାଇକେଲ୍ ଚଳାଇବାର ବେଗ = ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି ୮ କି.ମି.

ସୁନିତା ସେହି ଦୂରତାକୁ ସ୍କୁଟର ଯୋଗେ ଅଧ ଘଣ୍ଟାଏ ସମୟରେ ଅତିକ୍ରମ କଲା । ତେବେ ତାଙ୍କର ସ୍କୁଟର ଚଳାଇବାର ବେଗ କେତେ ?

$\frac{1}{2}$ ଘଣ୍ଟା ସମୟରେ ସୁନିତା ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତା = 24 କି.ମି.

$\therefore$ 1 ଘଣ୍ଟାରେ ସୁନିତା ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତା $= 24 \div \frac{1}{2}$ କି.ମି. $= 24 \times 2$ କି.ମି. = 4୮ କି.ମି.

ଏଣୁ ସୁନିତାର ବେଗ = ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି 4୮ କି.ମି. ।

ଆମେ ରଘୁବୀରର ବେଗ କିପରି ହିସାବ କଲେ ?

ରଘୁବୀରର ବେଗ = $\frac{24\text{କି.ମି.}}{3\text{ଘଣ୍ଟା}}$

ଅର୍ଥାତ୍, ବେଗ = $\frac{\text{ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତା}}{\text{ଅତିକ୍ରମ କରିବା ସମୟ}}$

ସୁନିତା କ୍ଷେତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ବେଗ = $\frac{\text{ସନ୍ତୋଷ ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତା}}{\text{ସନ୍ତୋଷ ଅତିକ୍ରମ କରିବା ସମୟ}}$

ସଂକ୍ଷେପରେ ଆମେ ଲେଖିବା –

$$\text{ବେଗ} = \frac{\text{ଦୂରତା}}{\text{ସମୟ}}$$

ଜାଣିଛ କି ?
1 ଏକକ ସମୟ (1 ଘ. ବା 1 ମିନିଟ୍ ବା 1 ସେକେଣ୍ଡ) ରେ ଅତିକ୍ରମ ଦୂରତାକୁ ବେଗ କୁହାଯାଏ ।

ଆହୁରି ଦେଖିଲେ ଦୂରତାର ଏକକ 'କି.ମି.'ଓ ସମୟର ଏକକ 'ଘଣ୍ଟା'ହେଲେ, ବେଗର ଏକକ **'ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି କି.ମି.'** ହୋଇଥାଏ ।

ଆମେ ଦେଖିଲେ ବେଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ହେଉଛି ଏକ ଭାଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଯେଉଁଠି

- ଦୂରତା ହେଉଛି ଭାଜ୍ୟ
- ସମୟ ହେଉଛି ଭାଜକ

କହିଲ ଦେଖି :
କହିଲ ଦେଖି – ଦୂରତା ର ଏକକ 'ମିଟର' ଓ ସମୟର ଏକକ 'ମିନିଟ୍' ହେଲେ, ବେଗର ଏକକ କ'ଣ ହେବ ?

- ଏବଂ ବେଗ ହେଉଛି ଭାଗଫଳ (ଏଠାରେ ଭାଗଶେଷ ନାହିଁ)

ଆମେ ଜାଣୁ : ଭାଜ୍ୟ = ଭାଜକ × ଭାଗଫଳ

ଏଣୁ, **ଦୂରତା = ସମୟ × ବେଗ**

ସମୟ, ଦୂରତା ଓ ବେଗ ମଧ୍ୟରୁ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ଜାଣିଥିଲେ, ଆମେ ଉପରୋକ୍ତ ଦୁଇଟି ସୂତ୍ର ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ବ୍ୟବହାର କଲେ ଅନ୍ୟଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।

ସମୟ ଓ ଦୂରତା ଦତ୍ତ ଥାଇ ବେଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟର ଉଦାହରଣ:

ଉଦାହରଣ - 19

ଜାଫର୍ 30 କି.ମି. ଦୂରତାକୁ ସ୍କୁଟର ଯୋଗେ 40 ମିନିଟ୍‌ରେ ଅତିକ୍ରମ କଲା । ତେବେ ସେ କେତେ ବେଗରେ ସ୍କୁଟର ଚଳାଉ ଥିଲା ?

ସମାଧାନ:

ସାଧାରଣତଃ ବେଗକୁ 'ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି କି.ମି.' ଅଥବା 'ମିନିଟ୍ ପ୍ରତି ମିଟର' ବେଗରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ ।

ତେବେ ଦୂରତାକୁ କି.ମି. ଏବଂ ସମୟକୁ ଘଣ୍ଟାରେ ନେବା ।

ଏଠାରେ ଦୂରତା = 30 କି.ମି.

ସମୟ $= 40$ ମିନିଟ୍ $= \frac{40}{60}$ ଘଣ୍ଟା $= \frac{2}{3}$ ଘଣ୍ଟା

ବେଗ $= \dfrac{\text{ଦୂରତା (କି.ମି.ରେ)}}{\text{ସମୟ (ଘଣ୍ଟାରେ)}}$

$= \dfrac{30}{\frac{2}{3}} = \dfrac{30 \times 3}{2}$

$= 45$ କି.ମି. ପ୍ରତି ଘଣ୍ଟା

ମିନିଟ୍ ପ୍ରତି ବେଗ ମିଟର ଏକକରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା

ଦୂରତା = 30 କି.ମି. = 30,000 ମିଟର

ସମୟ = 40 ମିନିଟ୍

∴ ବେଗ $= \dfrac{\text{ଦୂରତା ମିଟରରେ}}{\text{ସମୟ ମିନିଟ୍‌ରେ}} = \dfrac{30000}{40}$ ମିଟର ମିନିଟ୍ ପ୍ରତି

$= 7500$ ମିଟର ପ୍ରତି ମିନିଟ୍

ନିଶ୍ଚିତ ଏଠାରେ 'ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି କି.ମି.' ଏକକରେ ବେଗକୁ ପ୍ରକାଶ କରିବା ଉଚିତ କାରଣ ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବେଗଟି ଛୋଟ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶିତ ହେଉଛି ।

ବେଗ ଓ ଦୂରତା ଦତ୍ତ ଥାଇ ସମୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟର ଉଦାହରଣ:

ଉଦାହରଣ - 20

ସୁରେଶ ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି 12 କି.ମି. ବେଗରେ ସାଇକେଲ୍ ଚଳାଇଲେ 2 କି.ମି. 400 ମି. ଦୂରତାକୁ କେତେ ସମୟରେ ଅତିକ୍ରମ କରିବ ?

ସମାଧାନ :

ଏଠାରେ ଦୂରତା $= 2$ କି.ମି. 400 ମି.

$= 2\dfrac{400}{1000}$ କି.ମି. $= 2\dfrac{2}{5}$ କି.ମି. $= \dfrac{12}{5}$ କି.ମି.

ବେଗ = ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି 12 କି.ମି.

ଆମେ ଜାଣୁ:

ସମୟ $\times$ ବେଗ = ଦୂରତା

$\therefore$ ସମୟ $\times 12 = \dfrac{12}{5}$

$\Rightarrow$ ସମୟ $= \dfrac{12}{5} \div 12 = \dfrac{12}{5} \times \dfrac{1}{12} = \dfrac{1}{5}$ ଘଣ୍ଟା

$\Rightarrow$ ସମୟ = 12 ମିନିଟ୍

> **ଜାଣିଛ କି ?**
> ବେଗ = ଘଣ୍ଟାପ୍ରତି 12 କି.ମି. କହିବା, ନଚେତ୍
> ବେଗ = 12 କି.ମି. ଘଣ୍ଟାପ୍ରତି ବୋଲି କହିବା

ଏଣିକି ସମୟ ଲାଗି t , ବେଗ ଲାଗି s ଓ ଦୂରତା ଲାଗି d ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରିବା ।

ଏଣୁ ସୂତ୍ରଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖିବା – $s = \dfrac{d}{t}$, $d = s \times t$

ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୂରତାକୁ ଅତିକ୍ରମ କଲାବେଳେ ବେଗ ବଦଳିଲେ କିପରି ସମୟ ବଦଳୁଛି, ତାହା ଏକ ଉଦାହରଣରେ ଦେଖିବା ।

ଉଦାହରଣ -21

ମାମୁନି ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି 12 କି.ମି. ବେଗରେ ଯାଇ ଯେଉଁ ଦୂରତାକୁ 45 ମିନିଟ୍ ରେ ଅତିକ୍ରମ କଲା, ବୁବୁନି ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି 10 କି.ମି. ବେଗରେ ଚଳାଇଲେ ସେହି ଦୂରତାକୁ କେତେ ସମୟରେ ଅତିକ୍ରମ କରିବ ?

ସମାଧାନ:

ଏଠାରେ ଦୁଇଜଣଙ୍କର ଗତି ସମ୍ପୃକ୍ତ ।

ମାମୁନି ର ସାଇକେଲ୍ ଚଳାଇବା କ୍ଷେତ୍ରରେ –

ବେଗ = 12 କି.ମି. ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି

ସମୟ = 45 ମିନିଟ୍ $= \dfrac{45}{60}$ ଘ. $= \dfrac{3}{4}$ ଘ.

ଦୂରତା $= t \times s = \dfrac{3}{4} \times 12$ କି.ମି. = 9 କି.ମି.

ବୁବୁନି ର ସାଇକେଲ୍ ଚଳାଇବା କ୍ଷେତ୍ରରେ -

ଦୂରତା = ପୂର୍ବ ଦୂରତା = 9 କି.ମି.

ବେଗ = 10 କି.ମି. ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି ।

$t \times s = d$

$\Rightarrow t \times 10$ ଘଣ୍ଟା $= 9$ କି.ମି. ଘଣ୍ଟାପ୍ରତି

$\Rightarrow t = \frac{9}{10}$ ଘଣ୍ଟା

$= \frac{9}{10} \times 60 = 54$ ମିନିଟ୍

ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ : ଏହି ପ୍ରଶ୍ନକୁ ଚଳନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଦ୍ୱାରା ମଧ୍ୟ ସମାଧାନ କରାଯାଇ ପାରେ ।

ମାମୁନି କ୍ଷେତ୍ରରେ, ବେଗ $(s_1) = 12$ କି.ମି. ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି

ସମୟ $(t_1) = 45$ ମିନିଟ୍

ବୁବୁନି କ୍ଷେତ୍ରରେ, ବେଗ $(s_2) = 10$ କି.ମି. ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି

ସମୟ $(s_2) = ?$

ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କଲାବେଳେ -

ଫଳରେ ସୂତ୍ର ହେଉଛି : $s_1 t_1 = s_2 t_2$

$12 \times 45 = 10 \times t_2$

$10 \times t_2 = 12 \times 45$

$\Rightarrow t_2 = \frac{12 \times 45}{10}$ ମିନିଟ୍

$= 54$ ମିନିଟ୍

ଜାଣିଛ କି ?

ବେଗ(s) ଅଧିକ ହେଲେ, ସମୟ(t) କମିଯିବ ଏବଂ ବେଗ (s) କମ୍ ହେଲେ, ସମୟ (t) ଅଧିକ ହେବ। ଏଣୁ ବେଗ (s) ଓ ସମୟ (t) ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ଥାଏ ।

ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର -

ଦୁଇଜଣ ସାଙ୍ଗ A ଓ B ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟ ଲାଗି ସ୍କୁଟର ଚଳାଇବାକୁ ଆରମ୍ଭ କଲେ । A ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି 54 କି.ମି. ବେଗରେ ସ୍କୁଟର ଚଳାଇ ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ ସମୟ ମଧ୍ୟରେ 36 କି.ମି. ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କଲେ । B ସେହି ସମୟ ମଧ୍ୟରେ 30 କି.ମି. ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କଲେ, ତେବେ B କେତେ ବେଗରେ ସ୍କୁଟର ଚଳାଉଥିଲେ ?

କହିଲ ଦେଖି:

ସମାନ ବେଗରେ ଗତି କରୁଥିବା ଗୋଟିଏ 500 ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଟ୍ରେନ୍, ବତୀଖୁଣ୍ଟକୁ ଶୀଘ୍ର ଅତିକ୍ରମ କରିବ ନା ଗୋଟିଏ 300 ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଟ୍ରେନ୍ ଗୋଟିଏ 200 ମି. ଲମ୍ବା ପ୍ଲାଟ୍‌ଫର୍ମ କୁ ଜଲ୍‌ଦି ଅତିକ୍ରମ କରିବ ?

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ ୪.୪

1. ଗୋଟିଏ ସ୍କୁଟର ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି 40 କି.ମି. ବେଗରେ ଗତି କଲେ ୪00 ମି. ରାସ୍ତାକୁ କେତେ ସେକେଣ୍ଡରେ ଅତିକ୍ରମ କରିବ ?
2. ଗୋଟିଏ ଟ୍ରେନ୍‌ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 600 ମି. । ଗୋଟିଏ ଖୁଣ୍ଟକୁ ଏହା 40 ସେକେଣ୍ଡ ରେ ଅତିକ୍ରମ କଲେ ଏହାର ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି ବେଗ କେତେ ?
3. ସୋନାଲି ପାଦରେ ଚାଲିଚାଲି ଗୋଟିଏ 400 ମି. ଲମ୍ବ ପୋଲକୁ 5 ମିନିଟ୍ ରେ ଅତିକ୍ରମ କଲେ, 2 ଘଣ୍ଟା ରେ କେତେ ବାଟ ଯିବ ?
4. କିଶୋର ବାବୁ ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି 30 କି.ମି. ବେଗରେ ଯାଇ ଗୋଟିଏ ସ୍ଥାନରେ 6 ଘଣ୍ଟାରେ ପହଞ୍ଚିଲେ । କେତେ ବେଗରେ ଯାଇଥିଲେ ସେହି ସ୍ଥାନରେ ସେ 3 ଘଣ୍ଟାରେ ପହଞ୍ଚିଥାନ୍ତେ ?
5. ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି 90 କି.ମି. ବେଗରେ ଗତି କରୁଥିବା ଗୋଟିଏ ଟ୍ରେନ୍ ପ୍ଲାଟ୍‌ଫର୍ମରେ ଛିଡ଼ା ହୋଇଥିବା ଗୋଟିଏ ଲୋକକୁ 20 ସେକେଣ୍ଡରେ ଅତିକ୍ରମ କଲେ, ଟ୍ରେନ୍ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?
6. ଦିପ୍ତି ଘଣ୍ଟାପ୍ରତି 60 କି.ମି. ବେଗରେ ଘରଠାରୁ କିଛି ଦୂରତାକୁ 30 ମିନିଟ୍ ରେ ଅତିକ୍ରମ କରି, ସେହି ସ୍ଥାନରୁ ଘଣ୍ଟାପ୍ରତି 72 କି.ମି. ବେଗରେ ଯାଇ ଅଫିସ୍‌ରେ 30 ମିନିଟ୍ ରେ ପହଞ୍ଚେ । ତା' ଘରଠାରୁ ଅଫିସ୍ କେତେ ଦୂର ?
7. ଗୋଟିଏ ଟ୍ରେନ୍ 30 ସେକେଣ୍ଡ୍ ରେ ଗୋଟିଏ ବତୀଖୁଣ୍ଟକୁ ଓ ଗୋଟିଏ 300 ମିଟର୍ ପୋଲକୁ ଏକ ମିନିଟ୍ ରେ ଅତିକ୍ରମ କଲେ ଟ୍ରେନ୍ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି ବେଗ କେତେ ?

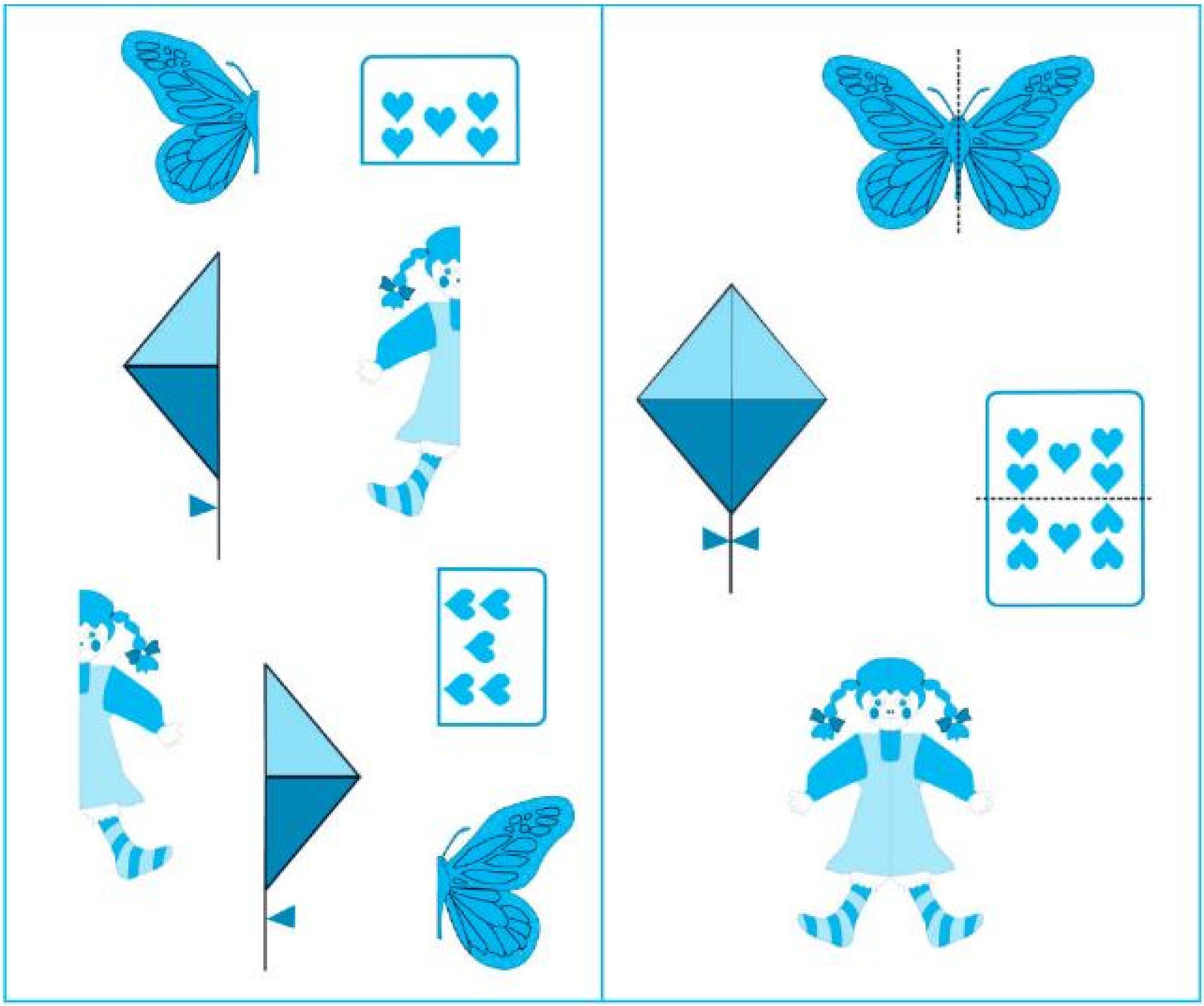
ନବମ ଅଧ୍ୟାୟ

ପ୍ରତିସମତା ଓ ସର୍ବସମତା

FPY8YI

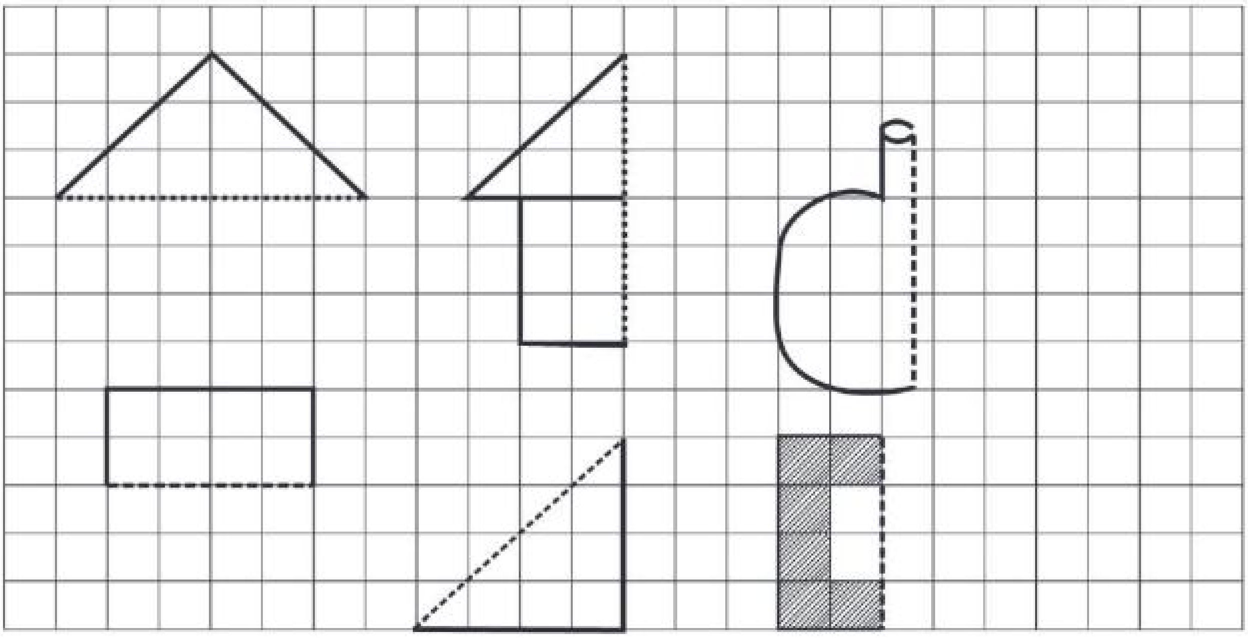
9.1. ପ୍ରତିସମତା

ସିନୁ ଓ ଲିନୁ ଦୁଇ ସାଙ୍ଗ । ଦିନେ ଲିନୁ, ସିନୁ ଘରକୁ ବୁଲିବାକୁ ଯାଇଥିଲା ବେଳେ ସିନୁର ବାକ୍ସରେ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ଚିତ୍ର ଖଣ୍ଡ ଦେଖିଲା । ଲିନୁ ପଚାରିଲା, ତୁମେ ଏହି ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକ କେଉଁଠାରୁ ପାଇଲ ? ସିନୁ କହିଲା ମୁଁ ଏଗୁଡ଼ିକୁ ତିଆରି କରିଛି । ଲିନୁ ଚିତ୍ର ଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଡ଼ିବାକୁ ଲାଗିଲା । ଯୋଡ଼ି ହେବା ପରେ ଚିତ୍ର ଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରର ଦେଖାଗଲା ।



କୋଠରିର ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖ ଓ ଚିତ୍ର ମଝିରେ ଥିବା ଗାରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । କ'ଣ ଦେଖୁଛ, ଲେଖ ।

ଲିନୁ ପଚାରିଲା- ତୁମେ ଏପରି ସୁନ୍ଦର ଚିତ୍ର କିପରି ଆଙ୍କିପାରୁଛ । ସିନୁ କହିଲା- ମୁଁ ପ୍ରଥମରୁ ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜରେ ଚିତ୍ର ଆଙ୍କୁଥିଲି ଓ ପରେ ଅଭ୍ୟାସ ହୋଇଯିବାରୁ ଏପରି ଚିତ୍ର ଆଙ୍କିପାରୁଛି । ସିନୁ ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜଟିଏ ଆଣିଲା ଓ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ଲାଗିଲା । ସିନୁ କହିଲା- ମୁଁ ଚିତ୍ର ଟିକୁ ଅଧାକରି ରଖିଛି ତୁମେ ଚିତ୍ରଟିକୁ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ କରି ଦେଖ, କେଉଁ ପ୍ରକାର ଚିତ୍ର ହେଉଛି । ମନେରଖ, ଚିତ୍ରଟିକୁ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ କଲାବେଳେ ବିନ୍ଦୁଥିବା ଗାରର ଅନ୍ୟପାଖରେ ଚିତ୍ରଟିର ଅନ୍ୟ ଅଧାଅଂଶ ତିଆରି ହେବ ।



ଉପରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଳି ନିଜ ମନରୁ ଚିତ୍ରଖଣ୍ଡ ତିଆରି କର ଓ ପରେ ଚିତ୍ରଖଣ୍ଡଟିକୁ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ କର ।

ଏଗୁଡ଼ିକୁ ଲିନୁର ବାପା ଦେଖୁଥିଲେ । ସେ କହିଲେ- ଜାଣିଛ କି,ଯେଉଁ ରେଖାର ଉଭୟ ପଟର ଚିତ୍ର ଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ତା'କୁ କ'ଣ କୁହାଯାଏ ?

ଜାଣିଛ କି ?

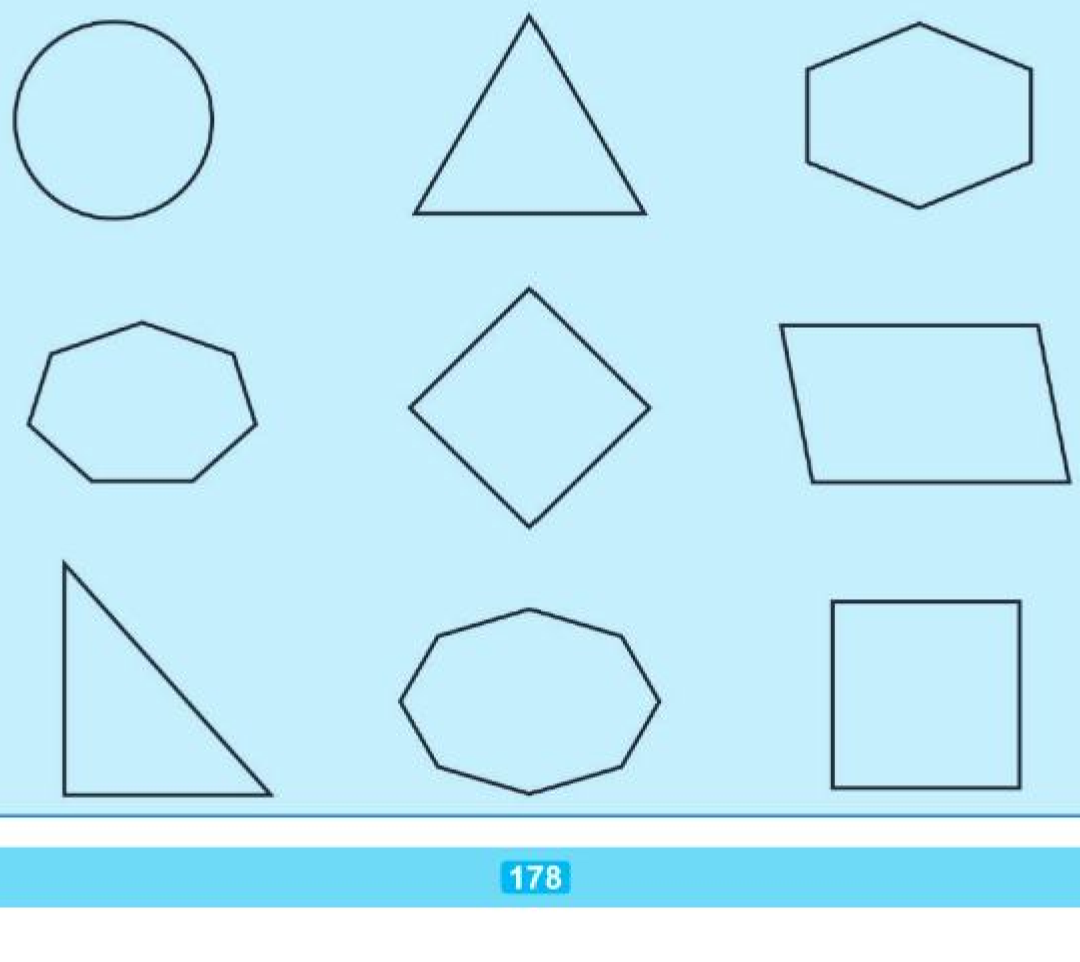
କେତେକ ଛବିର ମଝିରେ ଗାରଟିଏ ଟାଣିଲେ ବା ଭାଙ୍ଗ ପକାଇଲେ ଯଦି ଗାର ବା ଭାଙ୍ଗର ଗୋଟିଏ ପାଖର ଚିତ୍ର ଅନ୍ୟ ପାଖର ଚିତ୍ରସହ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପେ ମିଶିଯାଏ ତେବେ ତା'କୁ **ପ୍ରତିସମ** ରେଖା ବା **ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ** କୁହାଯାଏ ।

ଛବିର ମଝିରେ ଥିବା ଗାର / ଭାଙ୍ଗ ଉପରେ ଦର୍ପଣଟିଏ ରଖିଲେ ଯଦି ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରର ପ୍ରତିବିମ୍ବ ଅନ୍ୟ ପାର୍ଶ୍ୱର ଚିତ୍ର ସହିତ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବରେ ମିଳିଗଲା ପରି ଦେଖାଯାଏ, ତେବେ ସେହି ଗାର/ ଭାଙ୍ଗକୁ **ପ୍ରତିସମ ରେଖା** ବା **ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ** କୁହାଯାଏ ।

କହିଲ ଦେଖି :

ତୁମ ଜ୍ୟାମିତି ବାକ୍ସରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ଯାକ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର୍ ପ୍ରତିସମ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କି ?
ଏହାର କାରଣ କ'ଣ ?

ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରତିସମ କି ? କାରଣ ଦର୍ଶାଅ । ଆବଶ୍ୟକ ସ୍ଥଳେ ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ଦର୍ଶାଅ ।



(କ) ତୁମ ନିକଟ ପରିବେଶରେ ଦେଖୁଥିବା ଜିନିଷ ଗୁଡ଼ିକର ଆକୃତି ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ଗୁଡ଼ିକରେ ପ୍ରତିସମତା ଲକ୍ଷ୍ୟକରୁଛ, ସେଥିରୁ ପାଞ୍ଚଟିର ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

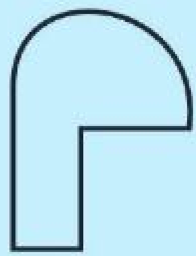
(ଖ) ସେହିଭଳି କେଉଁସବୁ ଜିନିଷର ଆକୃତିର ପ୍ରତିସମତା ନାହିଁ, ତା'ର ପାଞ୍ଚଟି ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

ପ୍ରତିସମ ଆକୃତି	ପ୍ରତିସମତା ବିହୀନ ଆକୃତି
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5

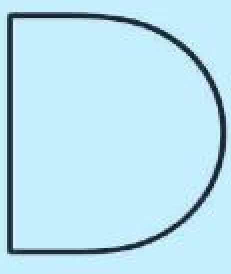
ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖ । ଯେଉଁ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରତିସମ ଆକୃତି ସେଥିରେ ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ଅଙ୍କନ କର ।

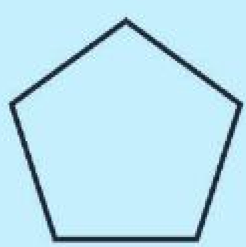
(କ)

(ଖ)

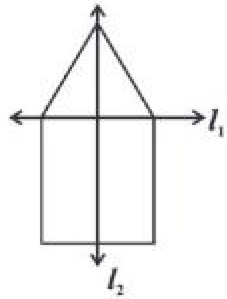
(ଗ)


(ଘ)

(ଙ)


(ଚ)


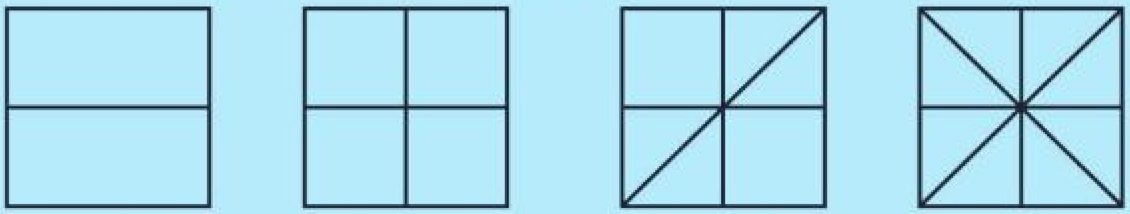
ବାପା କହିଲେ- ଜାଣିଛ କି କେତେଗୁଡ଼ିଏ ଚିତ୍ର ଅଛି ଯାହାର ଏକାଧିକ ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ଅଛି ?



ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରଟିକୁ ଦେଖ ଓ l_1 ଓ l_2 ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ଚିହ୍ନଟ କର ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ଖଣ୍ଡିଏ ବର୍ଗାକୃତି କାଗଜ ନିଅ ସେହି କାଗଜଟିକୁ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ର ପରି ପର୍ଯ୍ୟାୟ କ୍ରମେ ଭାଙ୍ଗ । ଭାଙ୍ଗିବା କାର୍ଯ୍ୟ ଶେଷରେ କାଗଜ ଖଣ୍ଡିକରେ କେତୋଟି ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ଦେଖିଲ କହ ।

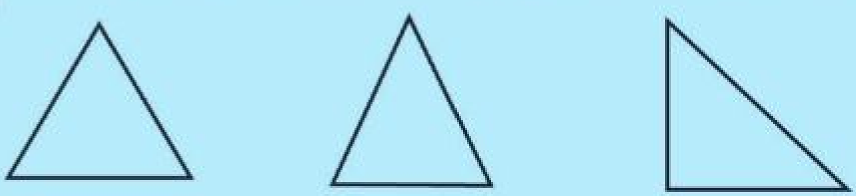


ପ୍ରଥମ ଚିତ୍ର | ଦ୍ୱିତୀୟ ଚିତ୍ର | ତୃତୀୟ ଚିତ୍ର | ଚତୁର୍ଥ ଚିତ୍ର

- ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?
- ଗୋଟିଏ ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କାଗଜ ଖଣ୍ଡନେଇ ପୂର୍ବପରି ଭାଙ୍ଗ ।
- ଏଥିରେ କେତୋଟି ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ପାଇଲ ?
- ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷସଂଖ୍ୟା ଓ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷସଂଖ୍ୟା ସମାନ ହେଲା ନାହିଁ କାହିଁକି ?
- ତୁମର ସାଙ୍ଗମାନଙ୍କ ସହ ଆଲୋଚନା କରି ଏହାର କାରଣ ଲେଖ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

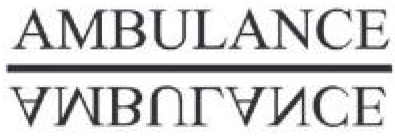
- ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ସମବାହୁ, ସମଦ୍ୱିବାହୁ ଓ ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି କାଗଜ ନିଅ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ କାଗଜ ଖଣ୍ଡରେ ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ଚିହ୍ନଟ କର ।



ଜାଣିଛ କି ?

ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର କୌଣସି ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ନ ଥାଏ ।

ସିନୁର ଘରେ ଗୋଟିଏ ଖେଳନା ଗାଡ଼ି ଥିଲା । ଗାଡ଼ିରେ ଲେଖାଯାଇଥିଲା ∀MBՈΓ∀ИCE । ସିନୁ ଓ ଲିନୁ ଏହି ଅକ୍ଷରକୁ ବୁଝିପାରିଲେ ନାହିଁ । ସେମାନେ ବାପାଙ୍କୁ ପଚାରିଲେ । ବାପା କହିଲେ- ଗୋଟିଏ ଦର୍ପଣ ଆଣ, ଦର୍ପଣଟିକୁ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଗାରକୁ ଲଗାଇ ରଖ, ଯେପରିକି ଦର୍ପଣର ସାମ୍ନା ପାଖ ଲେଖା ଆଡ଼କୁ ରହିବ ।



କହିଲ ଦେଖି :
ଗାଡ଼ିଟିରେ AMBULANCE ଏହିପରି ଭାବରେ ଲେଖାହେବାର କାରଣ କ'ଣ ?

ଗାଡ଼ିରେ AMBULANCE ଲେଖାହୋଇଥିବା ଜାଣି ଦୁହେଁ ବହୁତ ଖୁସିହେଲେ । ଲିନୁ ଗୋଟିଏ କାଗଜରେ 'A' ଦେଖି ବିଭିନ୍ନ ଦିଗରୁ ଓ ବିଭିନ୍ନ ଦୂରତାରୁ ଦେଖିବାକୁ ଲାଗିଲା ।

✎ ତୁମେ ଅନ୍ୟ ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର ଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖି ଦର୍ପଣରେ ତାର ପ୍ରତିବିମ୍ବକୁ ଦେଖ । ଯେଉଁଭଳି ଆକୃତି ଦେଖୁଛ ତାହା ଲେଖ ।

ସିନୁ ଓ ଲିନୁ ନିଜ ନିଜର ନାମକୁ ଦର୍ପଣରେ ଦେଖିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କଲେ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ତୁମେ ତୁମର ପାଞ୍ଚଜଣ ସାଙ୍ଗଙ୍କର ନାମ ଲେଖି (ଇଂରାଜୀ ବଡ଼ ଅକ୍ଷରରେ) ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଦର୍ପଣରେ ଦେଖ । ଯେଉଁପ୍ରକାରର ଆକୃତି ପାଉଛ ତାହାକୁ ଲେଖିବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ।

କ୍ର.ନଂ	ନାମ (ଇଂରାଜୀ ବଡ଼ ଅକ୍ଷରରେ)	ଦର୍ପଣରେ କିପରି ଦେଖାଯାଉଛି ?
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		

✍ ଦର୍ପଣ ନ ଦେଖି ନିମ୍ନ ନାମଗୁଡ଼ିକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

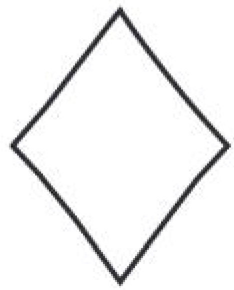
EINSTINE
JOSEPH
SIBA SUNDAR
TENDULKAR

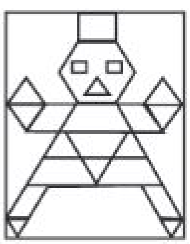
ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.1

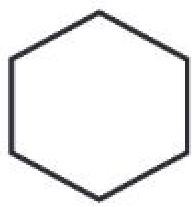
1. ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରର ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର । କେଉଁ ଚିତ୍ରରେ କେତୋଟି ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ପାଇଲ ଲେଖ। କେଉଁ ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ନାହିଁ ?

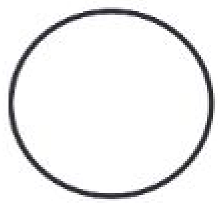
(କ)

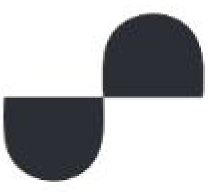
(ଖ)

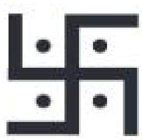
(ଗ) 

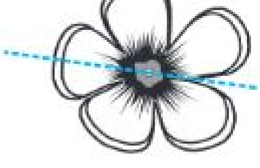
(ଘ) 

(ଙ) 

(ଚ) 

(ଛ) 

(ଜ) 

2. 

ଟଣାଯାଇଥିବା ଗାରଟି ଆକୃତିର ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ କି ? ଯଦି ହଁ, ତେବେ ଅନ୍ୟ ଅକ୍ଷଗୁଡ଼ିକ ଅଙ୍କନ କର, ଯଦି ନୁହେଁ, ତେବେ ନାହିଁ ବୋଲି ଲେଖ।

3. ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରର ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ସଂଖ୍ୟା ତା'ର ଡାହାଣରେ ଥିବା କୋଠରିରେ ଲେଖ ।

ଚିତ୍ରର ନାମ	ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ସଂଖ୍ୟା
ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ	
ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ	
ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ	
ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର	
ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର	
ରମ୍ବସ	
ବୃତ୍ତ	
ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର	

4. ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ନାମର ବାମ ପଟେ ଦର୍ପଣ ରଖି ଦେଖିଲେ ପ୍ରତିବିମ୍ବ କିପରି ଦେଖାଯିବ ଲେଖ । ଦର୍ପଣ ବ୍ୟବହାର କରି ତୁମ ଉତ୍ତରର ପରୀକ୍ଷା କର । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶବ୍ଦରେ କେଉଁ ଅକ୍ଷର ଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରତିବିମ୍ବ ମୂଳ ଅକ୍ଷର ଭଳି ଦେଖାଯାଉଛି ?

GOPAL
RAMESH
MIRROR
RAJESH
EEMA

5. ନିଜର ଘରେ, ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଓ ପରିବେଶରେ ଥିବା ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରତିସମ ଆକୃତି ସଂଗ୍ରହ କର ଓ ଗୋଟିଏ ଖାତାରେ ଅଠା ଦେଇ ଲଗାଅ ।

9.2 ସର୍ବସମତା

ଏହି ବିଭାଗରେ ଆମେ ସର୍ବସମତା ଭଳି ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଜ୍ୟାମିତିକ ଧାରଣା ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରିବା । ବିଶେଷ କରି ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ଚିତ୍ରର ସର୍ବସମତା ସଂପର୍କରେ ବିଷଦ ଭାବେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ଡାକଘରୁ ଦୁଇଟି ଡାକଟିକଟ ସଂଗ୍ରହ କର, ଯେଉଁଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ସହ ମିଳିଯିବ ।
- ଗୋଟିକ ଉପରେ ଅନ୍ୟ ଡ଼ାକଟିକଟକୁ ରଖ । କ'ଣ ଦେଖୁଛ ? ତୁମେ ଦେଖିବ, ପ୍ରଥମ ଡାକଟିକଟଟି ଅନ୍ୟ ଡାକଟିକଟ ସହ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପେ ମିଳିଯିବ । ଏହାର ଅର୍ଥ ଦୁଇଟି ଯାକ ଡାକଟିକଟର ଆକାର ଓ ଆକୃତି ସମାନ ।
- ଏବେ କହ, ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ଡାକଟିକଟ ନେଲେ ଦୁଇଟିଯାକର ଆକାର ଓ ଆକୃତି ସମାନ ହେବ କି ?
- ସମାନ ଆକାର ଓ ଆକୃତିର ଡ଼ାକଟିକଟ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ସର୍ବସମ । **ସମତଳ ପୃଷ୍ଠ ଉପରିସ୍ଥ ଦୁଇଟି ଚିତ୍ରର ଆକାର ଓ ଆକୃତି ସମାନ ହେଲେ ସେମାନଙ୍କୁ ପରସ୍ପର ସର୍ବସମ ଚିତ୍ର କୁହାଯାଏ ।**

✎ ତୁମ ପରିବେଶରେ ଥିବା ବସ୍ତୁମାନଙ୍କରେ ସମାନ ଆକାର ଓ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଚିତ୍ର ମାନଙ୍କର ତାଲିକା ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।

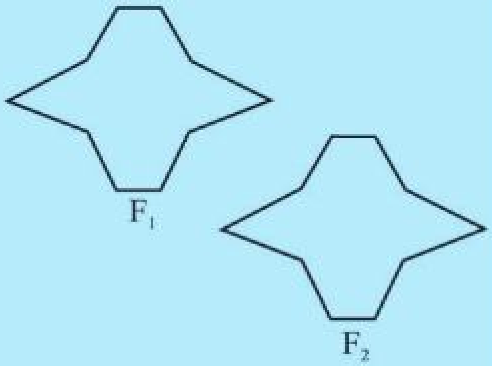
କହିଲ ଦେଖି :

ଦୁଇଟି ଜ୍ୟାମିତି ବାକ୍ସ ରୁ 60^0 ଓ 30^0 କୋଣ ଥିବା ଦୁଇଟି ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର୍ ନେଇ ଗୋଟିକକୁ ଅନ୍ୟ ସଙ୍ଗେ ମିଳାଇ ରଖ । ସେ ଦୁଇଟି ସଂପୂର୍ଣ୍ଣରୂପେ ମିଳିଯାଇପାରିବ କି ? ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ହେବେ କି ?

9.2.1 ଦୁଇଟି ସାମତଳିକ ଚିତ୍ରର ସର୍ବସମତା

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

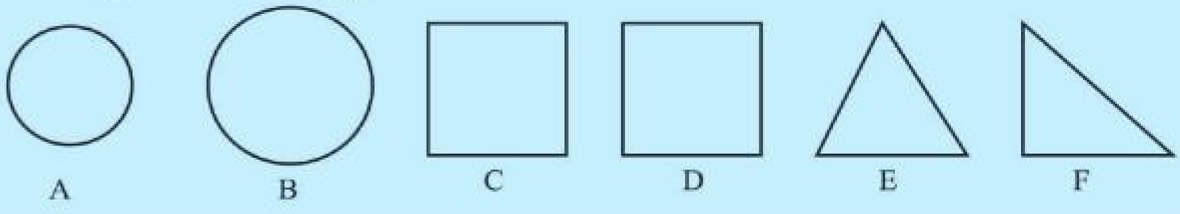
- ନିମ୍ନ ଚିତ୍ର ଦୁଇଟିକୁ ଦେଖ ।
- ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜଟିଏ ନିଅ । ଏହାକୁ ଚିତ୍ର F_1 ଉପରେ ରଖି ସେହି ଚିତ୍ରର ଅବିକଳ ନକଲ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ଉପରେ ଅଙ୍କନ କର ।
- ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜରୁ ଆଙ୍କିଥିବା ଚିତ୍ରର ଧାରେ ଧାରେ କାଟି ନିଅ । ଟ୍ରେସିଂ- କାଗଜର କଟା ଯାଇଥିବା ଅଂଶଟିକୁ F_2 ଚିତ୍ର ଉପରେ ରଖି ତାକୁ F_2 ସହ ମିଳାଇବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ।
- ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜର କଟା ଚିତ୍ରଟି F_2 ଚିତ୍ର ସଙ୍ଗେ ପୂରାପୂରି ମିଳିଗଲା କି ? ଠିକ୍ ଭାବରେ ମିଳାଇବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ନିଶ୍ଚୟ ସେ ଦୁଇଟି ମିଳିଯିବ ।



ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜରେ କଟାଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରଟି F_2 ଚିତ୍ର ସହ ସର୍ବସମ । ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜର କଟା ଚିତ୍ରଟି F_1ର ଅବିକଳ ନକଲ । ତେଣୁ ଆମେ କହୁ F_1 ଓ F_2 ଚିତ୍ରଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ।

✎ ତଳ ଚିତ୍ରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକରି ସାରଣୀଟିକୁ ପୂରଣ କର ।



ଚିତ୍ରର ନାମ	ଆକୃତି ସମାନ କି ?	ଆକାର ସମାନ କି ?	ଆକୃତି ତଥା ଆକାର ସମାନ କି ?
(A)ଓ(B)			
(C)ଓ(D)			
(E)ଓ (F)			

ସେହିପରି ଦୁଇଟି ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହୋଇଥିଲେ ଚିତ୍ରଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ସର୍ବସମ ଓ 2ଟି ସମାନ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଥିବା ବୃତ୍ତର ଚିତ୍ର ମଧ୍ୟ ପରସ୍ପର ସର୍ବସମ ।

✎ 5 ଯୋଡ଼ା ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ସର୍ବସମ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ।

ଜାଣିଛ କି ?

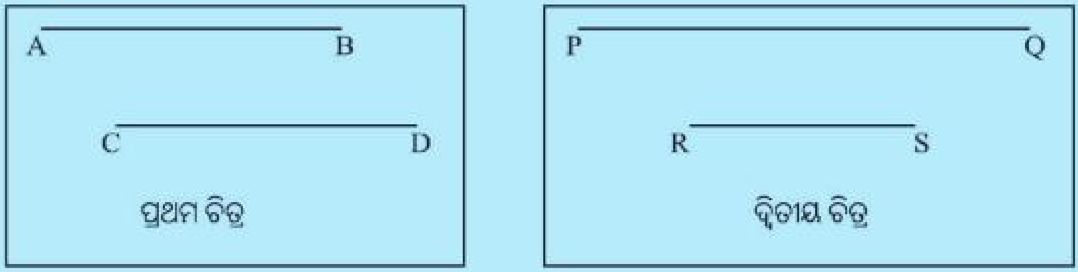
ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ଚିତ୍ର F_1 ଓ F_2 କୁ $F_1 \cong F_2$ ଭାବେ ଲେଖାଯାଏ ।

$\cong$ ହେଉଛି ସର୍ବସମତାର ଚିହ୍ନ

9.2.2 ଦୁଇଟି ରେଖାଖଣ୍ଡର ସର୍ବସମତା

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ଦୁଇଟି ରେଖାଖଣ୍ଡ ସର୍ବସମ ପରୀକ୍ଷା କରିବା ପାଇଁ ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା କାମ କରିବା ।



- ଗୋଟିଏ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ନେଇ $\overline{AB}$ ର ଅବିକଳ ନକଲ ଅଙ୍କନ କର ।
- $\overline{AB}$ ର ଅବିକଳ ନକଲକୁ $\overline{CD}$ ଉପରେ ପକାଇ ଦେଖ ।
- $\overline{CD}$ର 'C' ସହିତ ନକଲ $\overline{AB}$ ଚିତ୍ରର 'A' କୁ ମିଳାଇ ରଖ ।
- ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖ, 'D' ସହିତ ନକଲ ଚିତ୍ରର 'B' ମିଶି ଯାଉଛି କି ?
- ତେଣୁ, ଆମେ ଜାଣିଲେ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ସର୍ବସମ । ଏହାକୁ ଆମେ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ଭାବେ ଲେଖିଥାଉ ।
- ଦ୍ୱିତୀୟ ଚିତ୍ରରେ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ଉପରେ $\overline{PQ}$ ର ଅବିକଳ ନକଲ ଅଙ୍କନ କର ।
- ନକଲ $\overline{PQ}$ ଚିତ୍ରର P ବିନ୍ଦୁକୁ R ସହିତ ମିଳାଇ ରଖିଲେ, Q ବିନ୍ଦୁ S ବିନ୍ଦୁ ସହ ଏକାଠି ରହୁଛି କି ?
- ଏଠାରେ $\overline{PQ}$ ଓ $\overline{RS}$ ସର୍ବସମ ହେବେ କି ?

ଏବେ କହ -

- $\overline{AB}$ ର ନକଲ ଚିତ୍ର $\overline{CD}$ ସହ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣରୂପେ ମିଳିଗଲା । ମାତ୍ର $\overline{PQ}$ ର ନକଲ ଚିତ୍ର $\overline{RS}$ ସହ ମିଳିଲା ନାହିଁ କାହିଁକି ?
- $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହୋଇ ନ ଥିଲେ $\overline{AB}$ ର ନକଲ ଚିତ୍ର $\overline{CD}$ ସହ ମିଳି ଥାଆନ୍ତା କି ?

  ଆମେ ଦେଖିଲେ, $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ଉଭୟ ରେଖାଖଣ୍ଡ ହେତୁ ସେମାନଙ୍କର ଆକୃତି ଏକା ଏବଂ ଉଭୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହେତୁ ସେମାନଙ୍କର ଆକାର ସମାନ ।

  ତେଣୁ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ସର୍ବସମ ।

ଆମେ ଜାଣିଲେ ,

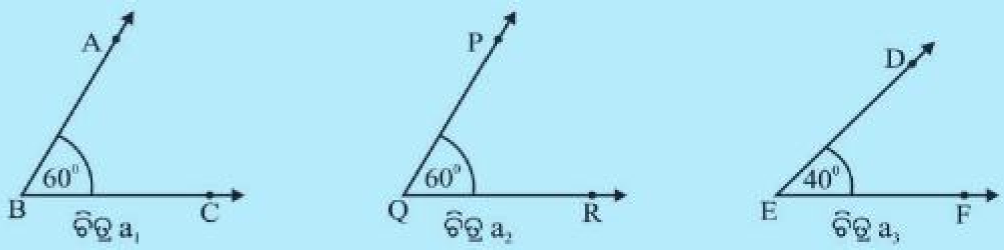
ଦୁଇଟି ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହେଲେ ସେ ରେଖାଖଣ୍ଡଦ୍ୱୟକୁ ସର୍ବସମ ରେଖାଖଣ୍ଡ କୁହାଯାଏ ।

9.2.3 କୋଣମାନଙ୍କର ସର୍ବସମତା :

କୋଣ ମାନଙ୍କର ସର୍ବସମତା ସଂପର୍କରେ ଜାଣିବା ପାଇଁ ନିମ୍ନ କାମଟି କରିବା ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ତୁମେ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ 3ଟି କୋଣ $m\angle ABC=60^0$, $m\angle PQR=60^0$ ଓ $m\angle DEF=40^0$ ଅଙ୍କନ କର ।



- ତୁମେ ଗୋଟିଏ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ନେଇ $\angle ABC$ ର ଅବିକଳ ନକଲ ଅଙ୍କନ କର ।
- ନକଲର $\overrightarrow{BA}$ କୁ $\angle PQR$ ର $\overrightarrow{QP}$ ସହ ମିଳାଇ ରଖ । $\overrightarrow{QR}$ ସହ $\overrightarrow{BC}$ ମିଶି ଯାଉଛି କି ?
- ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

  $m\angle ABC = m\angle PQR$ ଅର୍ଥାତ୍ $\angle ABC \cong \angle PQR$
- ପୁନଶ୍ଚ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ଉପରେ ଅଙ୍କନ କରିଥିବା $\angle ABC$ ର ଅବିକଳ ନକଲ $\overrightarrow{BA}$ କୁ $\angle DEF$ ର $\overrightarrow{ED}$ ସହ ମିଳାଇ ରଖ । $\overrightarrow{EF}$ ସହ $\overrightarrow{BC}$ ମିଶୁଛି କି ?
- ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

$\therefore$ $\angle ABC$ ଓ $\angle DEF$ ର ପରିମାଣ ସମାନ ନୁହେଁ ।

ଚିତ୍ର a_1 ଓ a_2 ଓ a_3 ର ଆକୃତି ସମାନ କିନ୍ତୁ ତିନୋଟିର ଆକାର (ପରିମାଣ) ସମାନ ନୁହେଁ ।

ଚିତ୍ର a_1 ଓ a_2 ର ଆକୃତି ସମାନ ଓ ଆକାର (ପରିମାଣ) ସମାନ, ତେଣୁ $\angle ABC \cong \angle PQR$

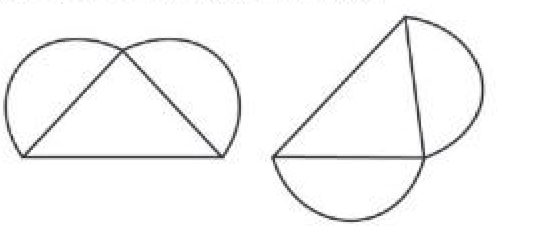
ଆମେ ଜାଣିଲେ :

ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣ ବା ମାପ ସମାନ ହେଲେ ସେ ଦୁଇଟି କୋଣ ସର୍ବସମ ।

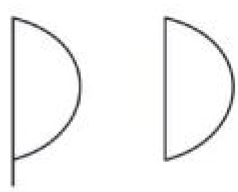
ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.2

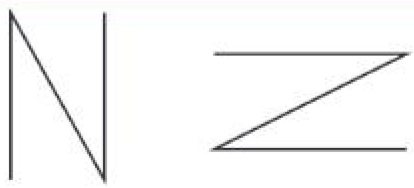
1. ପ୍ରତି ଯୋଡା ଚିତ୍ର ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଚିତ୍ରର ଅବିକଳ ନକଲ ତିଆରି କର । ତାହାକୁ ସେହି ଯୋଡାର ଅନ୍ୟ ଚିତ୍ର ଉପରେ ଥୋଇ ଚିତ୍ର ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ କି ନାହିଁ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

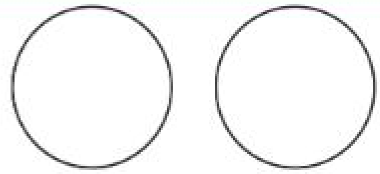
(a)

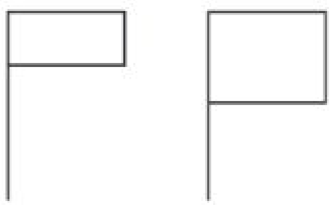


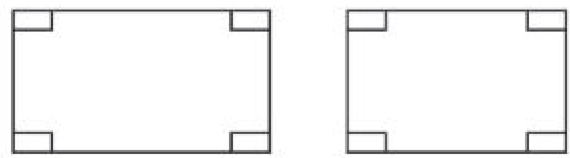
(b)



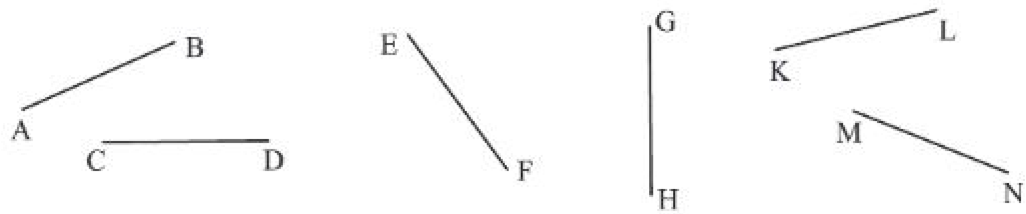
(c) 

(d) 

(e) 

(f) 

2. ନିମ୍ନସ୍ଥ ରେଖାଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ସର୍ବସମ ପରୀକ୍ଷା କର ।



3. $\overline{AB}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି AB=4.6 ସେ.ମି. ହେବ ।

$\overline{CD}$ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ହେବ

4. ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡିକର ଉତ୍ତର ଲେଖ-

(କ) କେଉଁ ସର୍ତ୍ତରେ ଦୁଇଟି ରେଖାଖଣ୍ଡ ସର୍ବସମ ହେବେ ?

(ଖ) ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତ ସର୍ବସମ ହେବେ ବୋଲି କିପରି ଜାଣିବ ?

(ଗ) ଦୁଇଟି କୋଣ ସର୍ବସମ ହେବାର ଆବଶ୍ୟକ ସର୍ତ୍ତ କ'ଣ ?

(ଘ) କେଉଁ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଦୁଇଟି ବର୍ଗଚିତ୍ର ସର୍ବସମ ହେବେ ?

5. ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ଗୋଟିକର ଅନ୍ତର୍ଦେଶକୁ କଳା ରଙ୍ଗ ଓ ଅନ୍ୟଟିର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ସବୁଜ ରଙ୍ଗ ଦିଅ ।

(କ) ସର୍ବସମ ବୃତ୍ତ ଦୁଇଟିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧକୁ ମାପ ।

(ଖ) ବୃତ୍ତ ଦୁଇଟିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ସମ୍ପର୍କ ଅଛି ?

(ଗ) ଏବେ ବୃତ୍ତ ଦୁଇଟିର ବ୍ୟାସ ଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ହେବେ କି ? ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

(ଘ) ସେହିପରି ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ଆୟତ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରି, ସେମାନଙ୍କର ପରିସୀମା ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ସମ୍ପର୍କ ଅଛି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

9.3. ତ୍ରିଭୂଜର ସର୍ବସମତା

ତ୍ରିଭୁଜର ବିଭିନ୍ନ ଅଂଶ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ତୁମର ଧାରଣା ଅଛି । ତୁମେ ଜାଣିଛ, ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ, ତିନୋଟି ବାହୁ ଓ ତିନୋଟି କୋଣ ଅଛି । ତେଣୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଆକାର ଏହାର ବାହୁ ଓ କୋଣ ମାନଙ୍କର ମାପ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ । ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜର ଆକୃତି ଏକା, କାରଣ ଉଭୟ ତ୍ରିଭୁଜ । ତେବେ କହ, ସେ ଦ୍ୱୟର ଆକାର ସମ୍ବନ୍ଧରେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ସେ ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ହେବେ ?

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- 60°-30° ସେଟସ୍କୋୟାରକୁ କାଗଜ ଉପରେ ଥୋଇ ତା'ର ଧାରରେ ଗାର ଟାଣି ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ସେ ଦୁଇଟିର ନାମ ABC ଓ PQR ଦିଅ ।
- ଏକ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ଉପରେ Δ ABC ର ଗୋଟିଏ ଅବିକଳ ନକଲ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ତାହାକୁ Δ PQR ସହ ମିଳାଇବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର । କେତେ ପ୍ରକାରରେ ଆମେ Δ ABC ର ନକଲ ଚିତ୍ରକୁ Δ PQR ଉପରେ ପକାଇପାରିବା ?

ଲକ୍ଷ୍ୟକର : ତିନି ପ୍ରକାର ଉପାୟରେ ଆମେ ଏହି କାମ କରିପାରିବା ।

- Δ ABC ର ଅବିକଳ ନକଲଟି ନେଇ Δ PQR ଉପରେ ନିମ୍ନମତେ ପକାଇବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର, ଯେପରି-

  ପ୍ରଥମ ସ୍ଥାପନ - A ସହିତ P, B ସହିତ Q, ଓ C ସହିତ R,ମିଶିବ

  ଦ୍ୱିତୀୟ ସ୍ଥାପନ - A ସହିତ Q, B ସହିତ R, ଓ C ସହିତ P,ମିଶିବ

  ତୃତୀୟ ସ୍ଥାପନ - A ସହିତ R , B ସହିତ P, ଓ C ସହିତ Q,ମିଶିବ

ଏବେ କହ-

କେଉଁ ସ୍ଥାପନରେ Δ ABC ର ନକଲର ତିନୋଟି ଶୀର୍ଷ Δ PQR ର ତିନୋଟିଯାକ ଶୀର୍ଷ ସହ ମିଳିଯିବ ?

ଉପରୋକ୍ତ କାମରୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ, ପ୍ରଥମ ସ୍ଥାପନାରେ Δ ABC ର ଅବିକଳ ନକଲକୁ Δ PQR ର ଉପରେ ପକାଇବାରୁ ପରସ୍ପର ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ମିଳିଗଲା ।

A ଶୀର୍ଷ P ଶୀର୍ଷ ସହ ମିଶିଗଲା, B ଶୀର୍ଷ Q ଶୀର୍ଷ ସହ ମିଳିଗଲା ଏବଂ C ଶୀର୍ଷ R ଶୀର୍ଷ ସହ ମିଳିଗଲା ।

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ :

$\Delta ABC \cong \Delta PQR$

ଜାଣିଛ କି ?

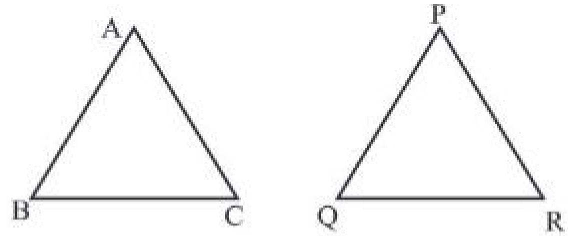
$\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ହେଲେ,

$\Delta ABC \cong \Delta QPR$ ଲେଖିବା ଠିକ୍ ନୁହେଁ ।

$\Delta ABC \cong \Delta RPQ$ ମଧ୍ୟ ଲେଖି ହେବ ନାହିଁ ।

- **ଜାଣି ରଖ,**

  ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜ ପରସ୍ପର ସହ ମିଳିଯାଉଥିବା ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କୁ ଅନୁରୂପ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ, ପରସ୍ପର ସହ ମିଳିଯାଉଥିବା ବାହୁମାନଙ୍କୁ ଅନୁରୂପ ବାହୁ ଓ ପରସ୍ପର ସହ ମିଳିଯାଉଥିବା କୋଣମାନଙ୍କୁ ଅନୁରୂପ କୋଣ କୁହାଯାଏ ।



ତେଣୁ ΔABC ଓ ΔPQR ମଧ୍ୟରେ-

ଅନୁରୂପ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ : A ଓ P, B ଓ Q, C ଓ R

ଅନୁରୂପ ବାହୁ : $\overline{AB}$ ଓ $\overline{PQ}$, $\overline{BC}$ ଓ $\overline{QR}$, $\overline{CA}$ ଓ $\overline{RP}$

ଅନୁରୂପ କୋଣ : $\angle A$ ଓ $\angle P$, $\angle B$ ଓ $\angle Q$, $\angle C$ ଓ $\angle R$

ଆମେ ମଧ୍ୟ ଜାଣିଲେ,

ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜ ମାନଙ୍କରେ ଅନୁରୂପ ବାହୁମାନ ସର୍ବସମ । $\overline{AB} \cong \overline{PQ}$, $\overline{BC} \cong \overline{QR}$, $\overline{CA} \cong \overline{RP}$

ଅନୁରୂପ କୋଣମାନ ସର୍ବସମ । $\angle A \cong \angle P$, $\angle B \cong \angle Q$, $\angle C \cong \angle R$

ଜାଣିଛ କି ?
ΔABC ଓ ΔPQR ମଧ୍ୟରେ ସର୍ବସମତା ସଂପର୍କ ଲେଖିବା ବେଳେ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକରେ ନାମକୁ ଅନୁରୂପ ଶୀର୍ଷ କ୍ରମରେ ଲେଖିବା ।

$\Delta ABC \cong \Delta DEF$ ହେଲେ, ଉଭୟ ତ୍ରିଭୁଜ କେଉଁ ଅଙ୍ଗଗୁଡ଼ିକ ଅନୁରୂପ ?

ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ A ଅନୁରୂପ D, B ଅନୁରୂପ E ଏବଂ C ର ଅନୁରୂପ F ।

$\angle A$ ଅନୁରୂପ $\angle D$, $\angle B$ ର ଅନୁରୂପ $\angle E$ ଏବଂ $\angle C$ ର ଅନୁରୂପ $\angle F$ ।

$\overline{AB}$ ର ଅନୁରୂପ $\overline{DE}$, $\overline{BC}$ ର ଅନୁରୂପ $\overline{EF}$ ଏବଂ $\overline{CA}$ ଅନୁରୂପ $\overline{FE}$ ।

ΔDEF ଓ ΔKLM ସର୍ବସମ ହେଲେ, ନିମ୍ନସ୍ଥ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଲେଖ ।

(କ) $\overline{DE} \cong$ ___ (ଖ) $\angle F \cong$ ___

(ଗ) $\angle L \cong$ ___ (ଘ) $\overline{KM} \cong$ ___

(ଙ) $\overline{ML} \cong$ ___

ଜାଣିଛ କି ?
ସର୍ବସମତା ତିଭୁଜ କ୍ଷେତ୍ରରେ ↔ ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଅନୁରୂପ ଶୀର୍ଷମାନଙ୍କୁ ଲେଖାଯାଏ ।

ଆମେ ଲେଖୁ: $A \leftrightarrow P$, $B \leftrightarrow Q$, $C \leftrightarrow R$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.3

1. ଯଦି ΔPQR ଓ ΔLMN ସର୍ବସମ ହୋଇଥା'ନ୍ତି, ତେବେ ନିମ୍ନସ୍ଥ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ କ'ଣ ଲେଖାଯିବ ?

   (କ) $\Delta PQR \cong \Delta$........, $\Delta QRP \cong \Delta$........

   (ଖ) $P \leftrightarrow$ ...., $\overline{QR}$..........

   (ଗ) $\overline{PQ} \cong$ ...., $\overline{QR} \cong$ ....

   (ଗ) $\overline{PQ}$ ର ଅନୁରୂପ ...., $\angle R$ ର ଅନୁରୂପ ....

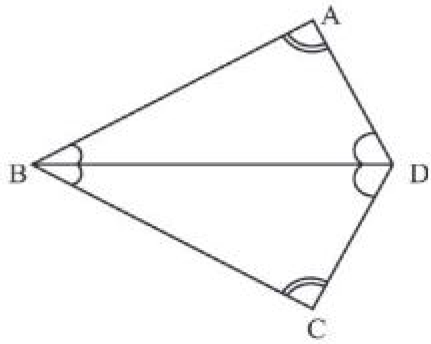
2. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର ଦେଖି ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

$\Delta ABD \cong$ ....

$\overline{BC}$ ର ଅନୁରୂପ ....

$\overline{AB} \cong$........

$\overline{AD}$ ର ଅନୁରୂପ ....



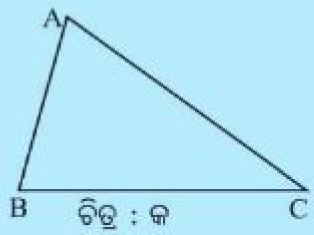
9.3.1 ତ୍ରିଭୁଜମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସର୍ବସମତାର ସର୍ତ୍ତ

ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିକର ତିନୋଟି ବାହୁ ଅନ୍ୟଟିର ତିନୋଟି ବାହୁ ସହ ସର୍ବସମ ହେବା ସଙ୍ଗେ ସଙ୍ଗେ ଗୋଟିକର ତିନୋଟି କୋଣ ଅନ୍ୟଟିର ଅନୁରୂପ କୋଣ ତିନୋଟି ସହ ସର୍ବସମ ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜ ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ହେବା କଥା ଆମେ ଆଲୋଚନା କରିଛୁ ।

କେତେକ ସର୍ବନିମ୍ନ ସର୍ତ୍ତରେ ମଧ୍ୟ ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ସର୍ବସମ ହୋଇପାରନ୍ତି । ଆସ, ସେହି ସର୍ତ୍ତଗୁଡ଼ିକୁ ଜାଣିବା ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ଗୋଟିଏ ଡ୍ରଇଁ କାଗଜ ଉପରେ ଯେ କୌଣସି ଗୋଟିଏ Δ ଅଙ୍କନ କର (ଚିତ୍ର : କ) ଓ ତା'ର ନାମ ଦିଅ Δ ABC । ସେହି କାଗଜ ଉପରେ $\overline{BC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସଙ୍ଗେ ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟର ରେଖାଖଣ୍ଡଟିଏ ଅଙ୍କନ କର (ଚିତ୍ର : ଖ) ଓ ତା'ର ନାମ ଦିଅ $\overline{QR}$ ।

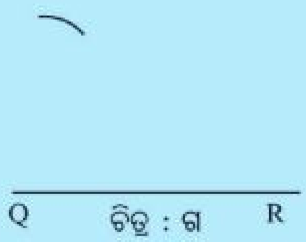


ଚିତ୍ର : କ

- ତୁମ କମ୍ପାସରେ $\overline{AB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସଙ୍ଗେ ସମାନ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ Q କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି ଗୋଟିଏ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର (ଚିତ୍ର : ଗ) ।

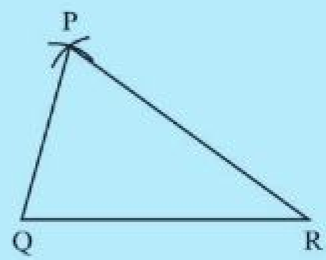
ଚିତ୍ର : ଖ

- ପୁନଶ୍ଚ, କମ୍ପାସ୍‌ରେ $\overline{AC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସଙ୍ଗେ ସମାନ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ R କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି ଗୋଟିଏ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି ତାହା ପୂର୍ବରୁ ଅଙ୍କିତ ଚାପକୁ ଛେଦ କରିବ (ଚିତ୍ର : ଘ) ।



ଚିତ୍ର : ଗ

- ଏହି ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ 'P' ଦିଅ ।
- ବର୍ତ୍ତମାନ $\overline{PQ}$ ଓ $\overline{PR}$ ଅଙ୍କନ କର । Δ PQR ମିଳିଲା ।
- ଏବେ ABC ତ୍ରିଭୁଜର ଅବିକଳ ନକଲ ତିଆରି କର ।
- ଏହାକୁ Δ PQR ଉପରେ ରଖ, ଯେପରି Δ ABC ର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ A ଉପରେ Δ PQR ର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ P ରହିବ । କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?



ଚିତ୍ର : ଘ

ଏବେ କହ –

Δ ABC ର କେଉଁ ଅଙ୍ଗର ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି Δ PQR ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି । କେବଳ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ଓ $\overline{CA}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ମାପକୁ ନେଇ Δ PQR ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କର ଉଭୟ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣଗୁଡ଼ିକୁ ମାପି ସେଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ଲେଖ ।

$m\angle A$ = ..., $m\angle B$ = ..., $m\angle C$ = ...

$m\angle P$ = ..., $m\angle Q$ = ..., $m\angle R$ = ...

ନିମ୍ନସ୍ଥ ସାରଣୀରେ ଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

Δ ABC ଓ Δ PQR ର ବାହୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କ (ଆମେ ଅଙ୍କନ ବେଳେ ନେଇଥିଲେ)	Δ ABC ଓ Δ PQR ର କୋଣମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କ (ଆମେ ମାପି ଦେଖିଲେ)
$\overline{AB} \cong$ .... $\overline{BC} \cong$ .... $\overline{CA} \cong$	$\angle A \cong$ .... $\angle B \cong$ .... $\angle C \cong$ ....

ତ୍ରିଭୁଜ ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ହେଉଛନ୍ତି କି ?

ଆମେ ଦେଖିଲେ $\Delta ABC \cong \Delta PQR$

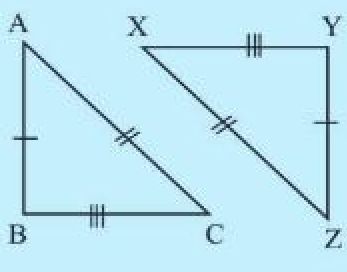
ଏଠାରେ ତ୍ରିଭୁଜ ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ହେବା ପାଇଁ ସର୍ବନିମ୍ନ କେଉଁ ସର୍ତ୍ତ ଆବଶ୍ୟକ ହେଲା ?

ଆମେ ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେଲୁ ଯେ–

ଦୁଇଟି Δ ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିକର ତିନିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ ଅନ୍ୟଟିର ତିନିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସହ ସମାନ ହେଲେ, Δ ଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ହେବେ । ସର୍ବସମତାର ଏହି ସର୍ତ୍ତକୁ ବାହୁ-ବାହୁ-ବାହୁ ବା ସଂକ୍ଷେପରେ ବା-ବା-ବା ସର୍ବସମତା କୁହାଯାଏ ।

ନିଜେ ଉତ୍ତର ଦେବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର :

1. Δ PQR ଓ Δ LMN ମଧ୍ୟରେ କେଉଁ ବାହୁଯୋଡ଼ାଗୁଡ଼ିକ ଅନୁରୂପ ?
2. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା Δ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ କେଉଁ କେଉଁ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ, ତାହା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଛି ।



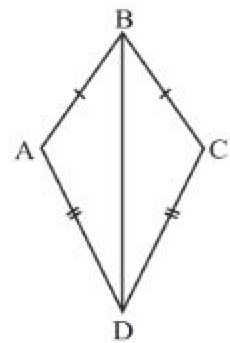
(କ) ଚିତ୍ରରେ ଥିବା Δ ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ କି ?

(ଖ) ଯଦି ପୂର୍ବ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ହଁ ହୋଇଥାଏ, ତେବେ କେଉଁ ସର୍ବସମତା ସର୍ତ୍ତରେ ସେ ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ସର୍ବସମ ?

(ଗ) ଯଦି ପ୍ରଶ୍ନ (କ) ର ଉତ୍ତର 'ହଁ' ହୋଇଥାଏ, ସର୍ବସମତା ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରି ସର୍ବସମ Δ ଦୁଇଟିର ନାମ ଲେଖ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.4

1. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ , $\overline{AB} = \overline{CB}, \overline{AD} = \overline{CD}$ । ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।



   (କ) Δ ABD ଓ Δ CBD ର କେଉଁ କେଉଁ ବାହୁ ସର୍ବସମ ?

   (ଖ) ଚିତ୍ରରେ ଥିବା Δ ABD ଏବଂ Δ CBD ସର୍ବସମ କି ?

   ଯଦି ତୁମ ଉତ୍ତର 'ହଁ', କାରଣ ଲେଖ ।

   ଯଦି ତୁମ ଉତ୍ତର 'ନାହିଁ', କାରଣ ଲେଖ ।

   (ଗ) Δ ABD ଏବଂ Δ CBD ର କେଉଁ କେଉଁ କୋଣ ସର୍ବସମ ?

   (ଘ) $\overline{BD}$ କେଉଁ କେଉଁ କୋଣକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରେ ?

   (ଙ) $\Delta ABD \cong \Delta BDC$ ଲେଖିବା ଠିକ୍ ହେବ କି ? ତୁମ ଉତ୍ତରର କାରଣ ଲେଖ ।

2. ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରି ପ୍ରମାଣ କର ଯେ ''ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜରେ ସର୍ବସମ ବାହୁମାନଙ୍କର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣମାନେ ଅନୁରୂପ'' ।

   Δ ABC ଓ Δ PQR ମଧ୍ୟରେ AB = PQ ଓ BC = QR

   (କ) CA ସହ Δ PQR ର କେଉଁ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହେଲେ $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ହେବ ?

   (ଖ) $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ହେଲେ, ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ କ'ଣ ଲେଖାଯିବ ?

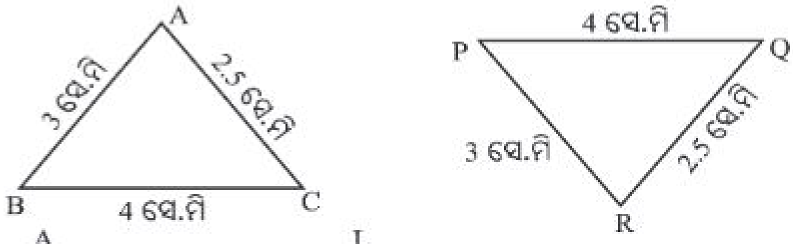
   ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ A ର ଅନୁରୂପ __________,

   ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ B ର ଅନୁରୂପ __________,

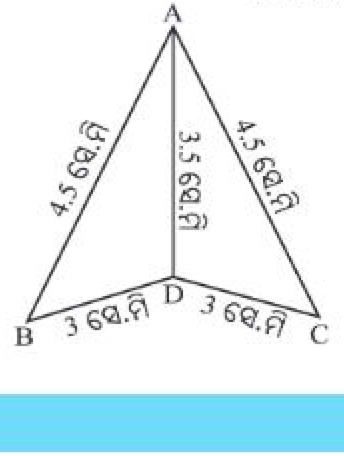
   ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ C ର ଅନୁରୂପ __________ ।

3. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଚିତ୍ରମାନଙ୍କରେ ବାହୁ-ବାହୁ-ବାହୁ ସର୍ବସମତା ସର୍ତ୍ତ ଅନୁସାରେ ସର୍ବସମ ହେଉଥିବା ତ୍ରିଭୁଜ ମାନଙ୍କର ନାମ ଲେଖ ?

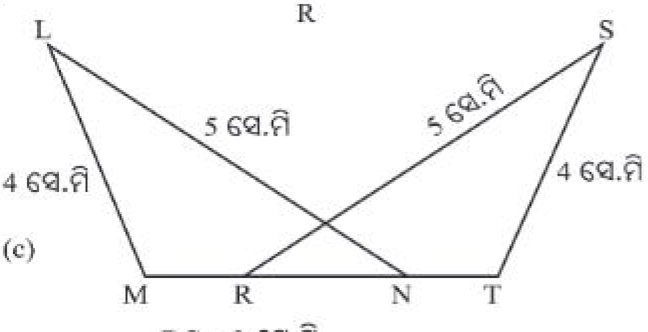
(କ)



(ଖ)



(c)

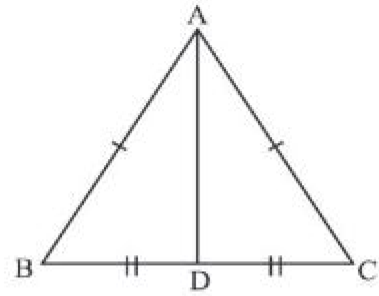


BC = 3 ସେ.ମି

FE = 3 ସେ.ମି

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ AB = AC ଓ D, $\overline{BC}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ।

ଏହି ଚିତ୍ର ଦେଖି ନିମ୍ନସ୍ଥ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।



Δ ADB $\cong$ Δ ______

$\angle$ABD $\cong$ $\angle$ ______

$\angle$BAD $\cong$ $\angle$ ______

$\angle$ADB $\cong$ $\angle$ ______

ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜର ସର୍ବସମତାର ଆଉ ଗୋଟିଏ ସର୍ତ୍ତ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

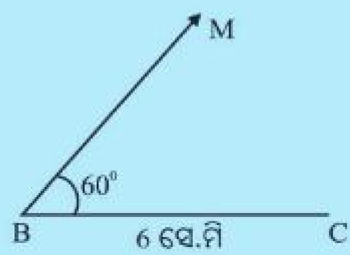
ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ତୁମ ଖାତାରେ ନିମ୍ନ ସୂଚନା ମତେ ଅଙ୍କନ କର ।

- 6 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର । ତା'ର ନାମ ଦିଅ $\overline{BC}$ (ଚିତ୍ର - କ) ।

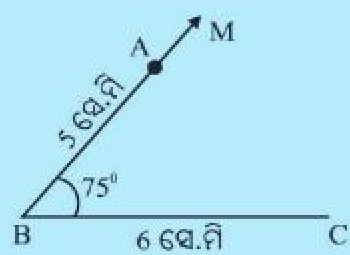
ଚିତ୍ର (କ)

- ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ $\overrightarrow{BM}$ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି m $\angle$CBM = 60^0 ହେବ (ଚିତ୍ର .ଖ)



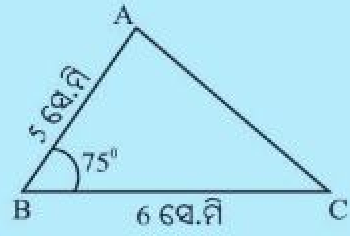
ଚିତ୍ର (ଖ)

- $\overrightarrow{BM}$ ଉପରେ A ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର, ଯେପରି BA = 5 ସେ.ମି. (ଚିତ୍ର. ଗ)



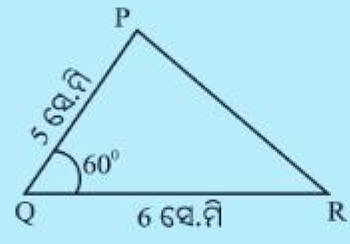
ଚିତ୍ର (ଗ)

- $\overline{AC}$ ଅଙ୍କନ କର (ଚିତ୍ର - ଘ) । ବର୍ତ୍ତମାନ Δ ABC ମିଳିଲା ।



ଚିତ୍ର (ଘ)

- ଠିକ୍ ସେହିଭଳି Δ PQR ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର
  QR = 6 ସେ.ମି, PQ = 5 ସେ.ମି. ଓ ∠PQR ର ମାପ 60^0 ହେବ।



ଚିତ୍ର (ଢ)

- $\overline{AC}$ ଓ $\overline{PR}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। ଦୁଇଟି ଯାକ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହେଲା କି ?
- ବା-ବା-ବା ସର୍ତ୍ତରେ Δ ABC ଓ Δ PQR ମଧ୍ୟରେ ସର୍ବସମତା ସର୍ତ୍ତ ପୂରଣ ହେଲା କି ?
- ତେଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ Δ ABC ≅ Δ PQR
- Δ ABC ଓ Δ PQR ମଧ୍ୟରେ

  $\overline{AB}$ ≅ ____, $\overline{BC}$ ≅ ____, $\overline{CA}$ ≅ ____,

  ∠A ≅ ____, ∠B ≅ ____, ∠C ≅ ____
- Δ ଦୁଇଟି ଅଙ୍କନ କରିବା ପାଇଁ ଆମେ କେଉଁ ସର୍ତ୍ତ ନେଇଥିଲେ ?

ବର୍ତ୍ତମାନ Δ ABC ସହ କେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜ ସର୍ବସମ ହେବାର ଦେଖୁଛ ?

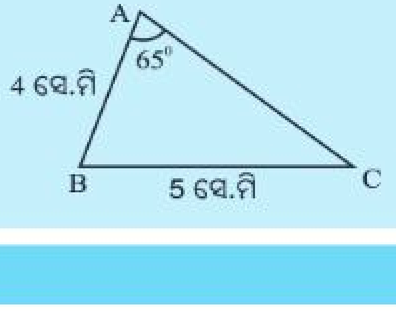
ଉପରୋକ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟରୁ ଆମେ ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେଲୁ ଯେ :

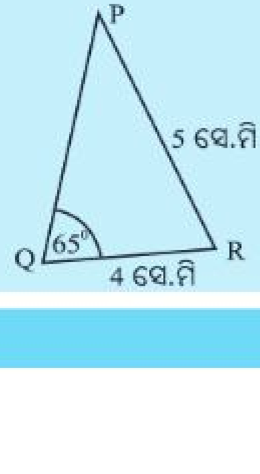
ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇ ବାହୁ ଓ ସେମାନଙ୍କର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ, ଅନ୍ୟ ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇ ବାହୁ ଓ ସେମାନଙ୍କର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ ସହ ସର୍ବସମ ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ହେବେ। ସର୍ବସମତାର ଏହି ସର୍ତ୍ତକୁ ବାହୁ-କୋଣ-ବାହୁ ବା ସଂକ୍ଷେପରେ ବା-କୋ-ବା ସର୍ବସମତା କୁହାଯାଏ।

✎ ଉତ୍ତର ଦେବାକୁ ନିଜେ ଚେଷ୍ଟା କର :

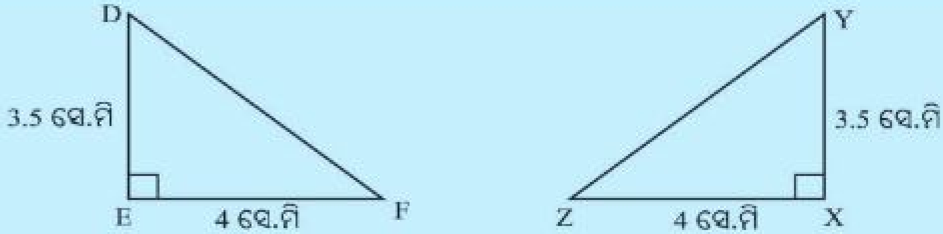
1. Δ PQR ରେ, (କ) $\overline{PQ}$ ଓ $\overline{PR}$ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ କେଉଁଟି ? (ଖ) କେଉଁ ବାହୁ ଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ ହେଉଛି ∠R ?
2. Δ ABC ଓ Δ XYZ ମଧ୍ୟରେ $\overline{AB} \cong \overline{XY}$ ଏବଂ ∠A ≅ ∠X । ସେ ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟର ଅନ୍ୟ କେଉଁ ଅଙ୍ଗ ସର୍ବସମ ହେଲେ ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟ ବା-କୋ-ବା ସର୍ତ୍ତ ଅନୁସାରେ ସର୍ବସମ ହେବେ ?
3. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଚିତ୍ରମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କେଉଁ ଯୋଡ଼ା ତ୍ରିଭୁଜ ବା-କୋ-ବା ସର୍ବସମତା ଅନୁସାରେ ସର୍ବସମ ? ସେହି ତ୍ରିଭୁଜ ଯୋଡ଼ିଗୁଡ଼ିକୁ ସର୍ବସମତା ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖ। ତୁମ ଉତ୍ତର ଲାଗି କାରଣ ଲେଖ।

(କ)

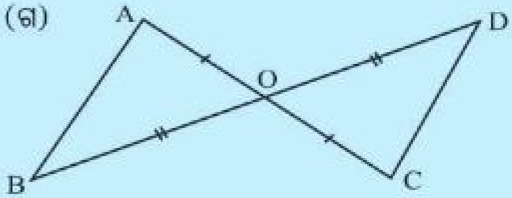




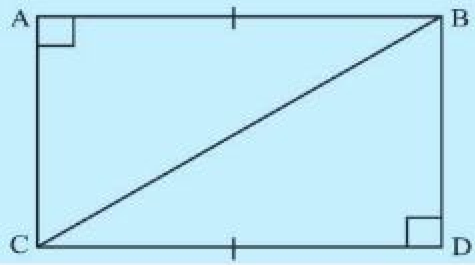
(ଖ)



(ଗ)



(ଘ)

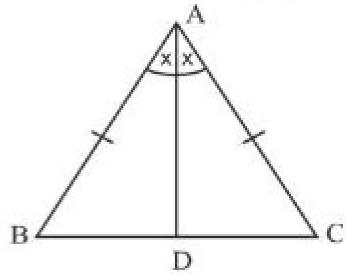


ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.5

1. Δ ABC ଓ Δ DEF ମଧ୍ୟରେ $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ ଓ $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ । Δ ABC ର କେଉଁ କୋଣ ସହିତ Δ DEF ର କେଉଁ କୋଣ ସର୍ବସମ ହେଲେ ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟ ବା-କୋ-ବା ସର୍ବସମତା ଅନୁସାରେ ସର୍ବସମ ହେବେ ?

2. Δ PQR ଓ Δ ABC ମଧ୍ୟରେ PQ = AB, $m\angle Q = m\angle B$ । ଅନ୍ୟ କେଉଁ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହେଲେ ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟ ବା-କୋ-ବା ସର୍ବସମତା ଅନୁସାରେ ସର୍ବସମ ହେବେ ?

3. Δ ABC ରେ $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ ଓ $\angle$BAC ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ହେଉଛି $\overline{AD}$ ।



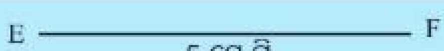
   (କ) Δ ABD ଓ Δ ACD ମଧ୍ୟରେ ଅନ୍ୟ କେଉଁ ଅଙ୍ଗ ସର୍ବସମ ?

   (ଖ) Δ ABD ଓ Δ ACD ସର୍ବସମ କି ? ଯଦି ସର୍ବସମ, ତେବେ କେଉଁ ସର୍ତ୍ତରେ ସର୍ବସମ ହେବ ।

9.3.2 ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ସର୍ବସମ ହେବାର ଆଉ ଗୋଟିଏ ସର୍ତ୍ତ

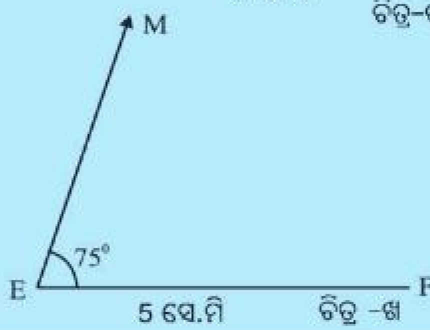
ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- 5 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ରେଖାଖଣ୍ଡଟିଏ ଅଙ୍କନ କର ଓ ତା'ର ନାମ ଦିଅ $\overline{EF}$ (ଚିତ୍ର - କ) ।



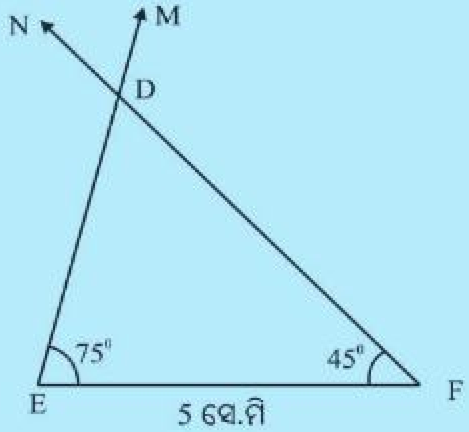
ଚିତ୍ର-କ

- ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରି $\overrightarrow{EM}$ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରିକି $\angle$FEM ର ମାପ 75° ହେବ । (ଚିତ୍ର - ଖ) ।

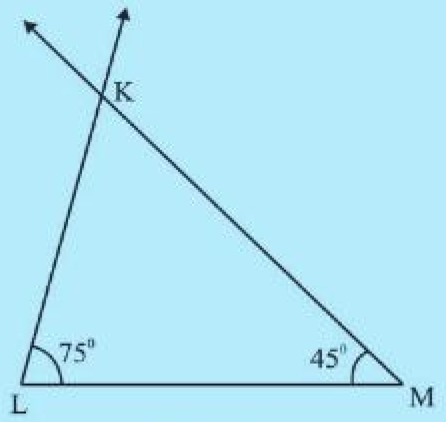


ଚିତ୍ର -ଖ

- ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରି $\overrightarrow{FN}$ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରିକି ∠EFN ର ମାପ 45° ହେବ (ଚିତ୍ର – ଗ)
- $\overrightarrow{EM}$ ଓ $\overrightarrow{FN}$ ରଶ୍ମିଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ ଦିଅ D । ବର୍ତ୍ତମାନ Δ DEF ମିଳିଲା ।
- ଠିକ୍ ସେହି ପ୍ରଣାଳୀରେ Δ KLM ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର LM = 5 ସେ.ମି. $m\angle L = 75^\circ$ ଓ $m\angle M = 45^\circ$ (ଚିତ୍ର – ଘ)



ଚିତ୍ର (ଗ)



ଚିତ୍ର (ଘ)

- ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ବ୍ୟବହାର କରି ତୁମେ ଅଙ୍କନ କରିଥିବା Δ DEF ର ଏକ ଅବିକଳ ନକଲ ତିଆରି କର ।
- Δ DEF ର ନକଲକୁ Δ KLM ଉପରେ ରଖ, ଯେପରି E ବିନ୍ଦୁ L ବିନ୍ଦୁ ଉପରେ ଏବଂ F ବିନ୍ଦୁ M ବିନ୍ଦୁ ଉପରେ ରହିବ ।
- Δ DEF ଓ Δ KLM ଦ୍ୱୟ ସମାନ ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ ହେବେ କି ?

Δ DEF ଓ Δ KLM ର ଅନ୍ୟ ଅଙ୍ଗଗୁଡ଼ିକୁ ମାପି ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ପୂରଣ କର :

Δ DEF ର ନିମ୍ନ ଅଙ୍ଗର ମାପ	Δ KLM ର ନିମ୍ନ ଅଙ୍ଗର ମାପ
DE = ...	KL = ...
DF = ...	KM = ...
m∠EDF = ...	m∠LKM = ...

- ତୁମେ ଅଙ୍କନ କରିବା ଲାଗି ନେଇଥିବା ମାପ ଓ ପାଇଥିବା ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର :

Δ DEF ଓ Δ KLM ମଧ୍ୟରେ

$\overline{DE}$ ≅ ...., $\overline{EF}$ ≅ ...., ... ≅ $\overline{MK}$

∠D ≅ ...., ∠E ≅ ...., ... ≅ LM

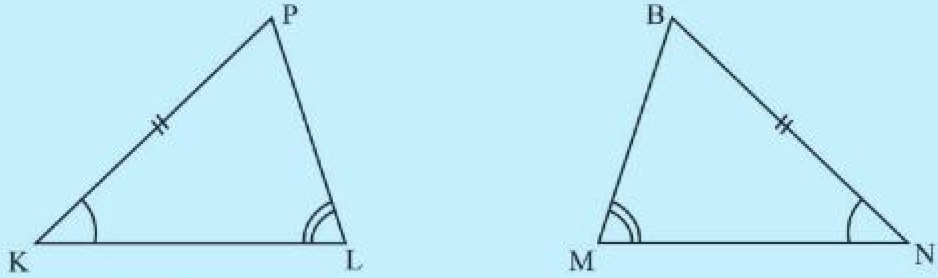
- ବର୍ତ୍ତମାନ Δ DEF ସହ Δ KLM ସର୍ବସମ ହେବେ କି ? ଏହାର କାରଣ ତୁମ ସାଙ୍ଗମାନଙ୍କ ସହ ଆଲୋଚନା କରି ଲେଖ ।
- ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟ ଅଙ୍କନ କରିବା ପାଇଁ ଆମେ କେଉଁ କେଉଁ ଅଙ୍ଗର ମାପକୁ ସମାନ କରି ନେଇଥିଲେ ?

ଆମେ ଜାଣିଲେ:

ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ବାହୁ ଓ ଏହାର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣଦ୍ୱୟ ଅନ୍ୟ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ ବାହୁ ଓ ତାହାର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣଦ୍ୱୟ ସହ ସର୍ବସମ ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ହେବେ । ସର୍ବସମତାର ଏହି ସର୍ତ୍ତକୁ କୋଣ-ବାହୁ-କୋଣ ବା ସଂକ୍ଷେପରେ କୋ-ବା-କୋ ସର୍ବସମତା କୁହାଯାଏ ।

ନିଜେ ଉତ୍ତର କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ।

1. Δ PQR ର $\overline{PR}$ ର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣ ଦୁଇଟିର ନାମ କ'ଣ ? ଏହି Δ ର କେଉଁ ବାହୁର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣ ହେଉଛନ୍ତି $\angle R$ ଓ $\angle P$?
2. Δ LMN ଓ Δ XYZ ମଧ୍ୟରେ $\angle L \cong \angle X$, $\overline{LM} \cong \overline{XY}$ । ଉପରୋକ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଅନ୍ୟ କେଉଁ ଅଙ୍ଗ ସର୍ବସମ ହେଲେ ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟ କୋ-ବା-କୋ ସର୍ତ୍ତରେ ସର୍ବସମ ହେବେ ?
3. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟିର ଚିତ୍ରରେ କେଉଁ କେଉଁ ଅଙ୍ଗର ମାପ ସମାନ ତାହା ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।



(କ) ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ କି ?

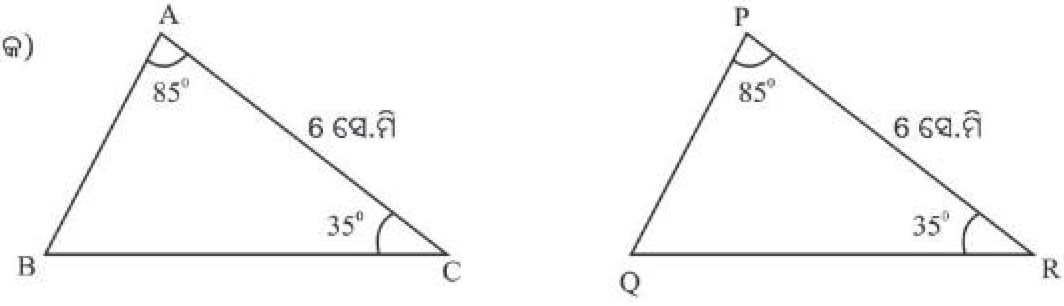
(ଖ) ଯଦି ପୂର୍ବ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ହଁ, ତେବେ କେଉଁ ସର୍ତ୍ତରେ ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ?

(ଗ) ତ୍ରିଭୁଜ ଦୁଇଟିର ଅନ୍ୟ କେଉଁ କେଉଁ ଅଙ୍ଗ ସର୍ବସମ ହେଲେ, କୋ-ବା-କୋ ସର୍ବସମତା ସର୍ତ୍ତ ଅନୁଯାୟୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ହେବେ ?

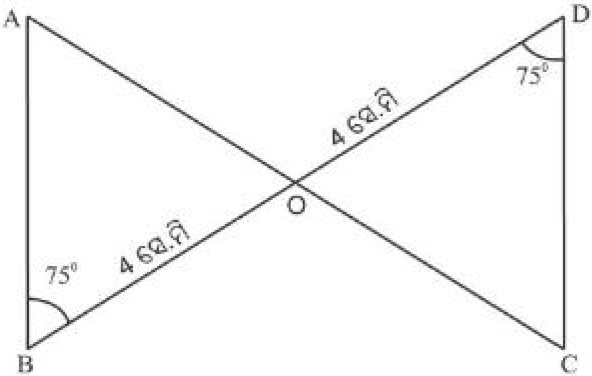
ଉଦାହରଣ

ନିମ୍ନସ୍ଥ ଚିତ୍ରମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଯେଉଁ ଯୋଡ଼ା ତ୍ରିଭୁଜ କୋ-ବା-କୋ ସର୍ବସମତା ନିୟମ ଅନୁସାରେ ସର୍ବସମ,ସେଗୁଡ଼ିକୁ ବାଛ । ସର୍ବସମ ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରି ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜ ଯୋଡ଼ିମାନଙ୍କର ନାମ ଲେଖ ।

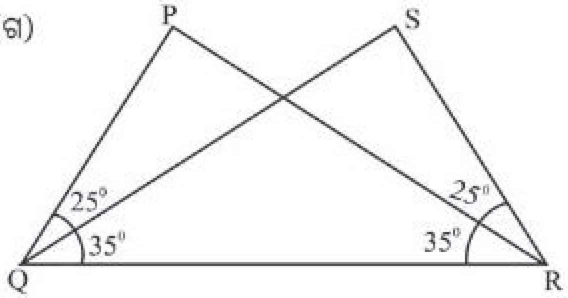
(କ)



(ଖ)



(ଗ)



ସମାଧାନ

(କ) ରେ ଥିବା $\Delta ABC \cong \Delta PQR$

କାରଣ : $\overline{AC} \cong \overline{PR}, \angle A \cong \angle P$

ଏବଂ $m\angle C \cong m\angle R$

(ଖ) ରେ ଥିବା $\Delta ABO \cong \Delta CDO$

କାରଣ $\overline{BO} \cong \overline{DO}$ (ଦତ୍ତ)

$m\angle B \cong m\angle D$ (ଦତ୍ତ) ଏବଂ

$m\angle AOB \cong m\angle COD$ (ପ୍ରତୀପ କୋଣ ହେତୁ)

(ଗ) ରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର

$m\angle PQR = 25^\circ + 35^\circ = 60^\circ$

$m\angle SRQ = 25^\circ + 35^\circ = 60^\circ$

$\Delta PQR \cong \Delta SRQ$

କାରଣ : $\overline{QR} \cong \overline{QR}$ (ସାଧାରଣ ବାହୁ)

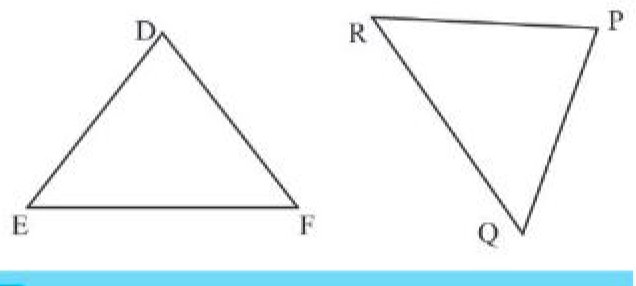
$\angle PQR \cong m\angle SRQ$ (ପ୍ରତ୍ୟେକର ମାପ 60°)

$m\angle PRQ \cong m\angle SQR$ (ଦତ୍ତ)

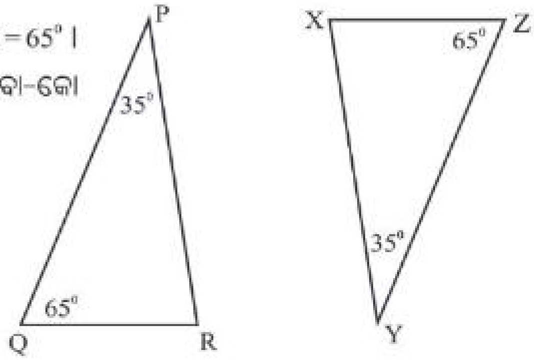
କହିଲ ଦେଖି :
ଚିତ୍ର (ଖ) ରେ $\angle B$ ଓ $\angle D$ ର ପରିବର୍ତ୍ତେ $\angle A$ ଓ $\angle C$ ର ପରିମାଣ 75° ଦିଆଗଲେ ΔABO ଓ ΔCDO ସର୍ବସମ ହେବେ କି ? କାରଣ କ'ଣ ଲେଖ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.6

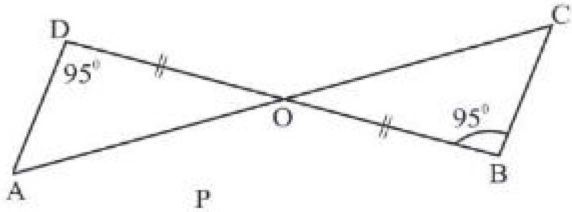
1. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $\overline{DE} \cong \overline{PQ}$ ଓ $m\angle E = m\angle Q$ । ଅନ୍ୟ କେଉଁ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସମାନ ହେଲେ ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟ କୋ-ବା-କୋ ସର୍ତ୍ତରେ ସର୍ବସମ ହେବେ ?



2. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $m\angle P = m\angle Y = 35^\circ$ ଓ $m\angle Q = m\angle Z = 65^\circ$ । ଅନ୍ୟ କେଉଁ ଅଂଶ ଦ୍ୱୟ ସମାନ ହେଲେ ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟ କୋ-ବା-କୋ ସର୍ବସମତା ସର୍ତ୍ତରେ ସର୍ବସମ ହେବେ ?



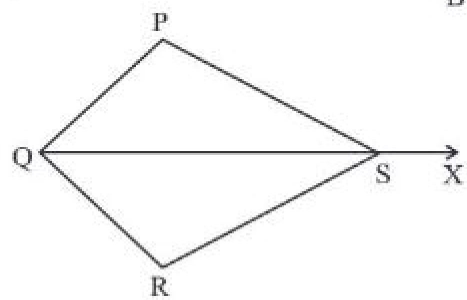
3. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ କେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ? ସର୍ବସମତାର ସର୍ତ୍ତକୁ ଲେଖ ।



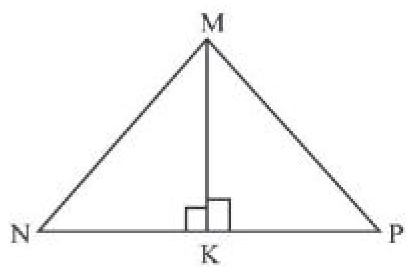
4. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $\overrightarrow{QX}$, $\angle PQR$ ଓ $\angle PSR$ ଦ୍ୱୟକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରେ ।

Δ QRS ଓ Δ QPS ସର୍ବସମ କି ? ଯଦି ସର୍ବସମ, ତେବେ କେଉଁ ସର୍ବସମତା ସର୍ତ୍ତ ଏଠାରେ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ?

ΔPQS ଓ Δ RQS ମଧ୍ୟରେ କେଉଁ ତିନି-ଯୋଡ଼ା ଅଙ୍ଗ ସର୍ବସମ ହେବେ ?



5. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $\angle NMP$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ $\overline{MK}$ ଏବଂ $\overline{MK} \perp \overline{NP}$ । କାରଣ ଦର୍ଶାଇ କେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ଲେଖ ।

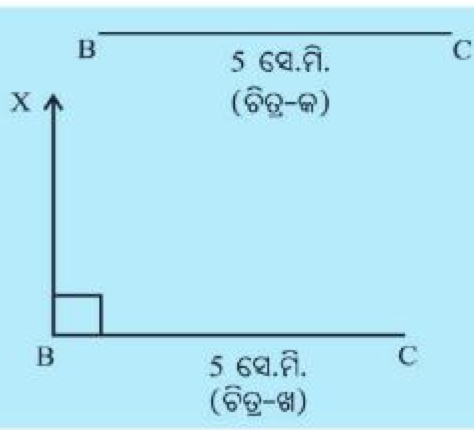


9.3.4 ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ହେବାର ସର୍ତ୍ତ -

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

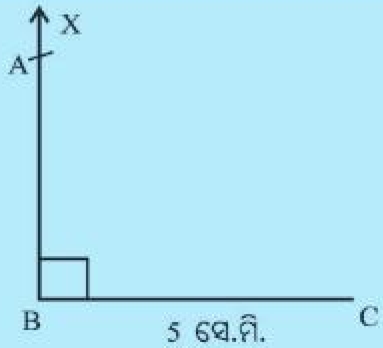
ନିମ୍ନ ସୂଚନା ଅନୁଯାୟୀ ଅଙ୍କନ କାର୍ଯ୍ୟ କର ।

- 5 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ $\overline{BC}$ ଅଙ୍କନ କର । (ଚିତ୍ର-କ)
- ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରି $\overrightarrow{BX}$ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି ଯେପରି $\overrightarrow{BX} \perp \overline{BC}$ ହେବ । (ଚିତ୍ର- ଖ)



- କମ୍ପାସରେ 6 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନିଅ । C କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି ଗୋଟିଏ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି ଚାପଟି $\overrightarrow{BX}$ କୁ ଛେଦ କରିବ ।

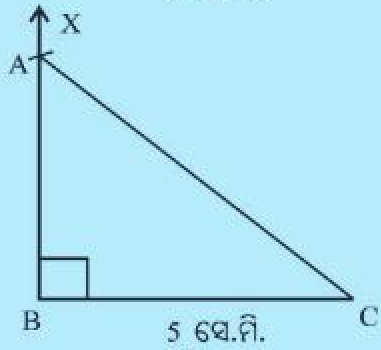
  ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ ଦିଅ A । (ଚିତ୍ର-ଗ)



(ଚିତ୍ର-ଗ)

- $\overline{AC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

  ବର୍ତ୍ତମାନ Δ ABC ମିଳିଲା (ଚିତ୍ର-ଘ) ।



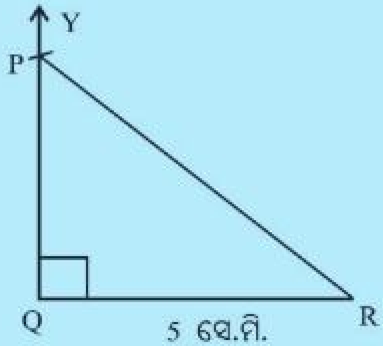
(ଚିତ୍ର-ଘ)

- ଠିକ୍ ସେହି ପ୍ରଣାଳୀ ଅବଲମ୍ବନ କରି Δ PQR ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର QR= 5 ସେ.ମି $m\angle PQR = 90^\circ$ ସେ.ମି. ଏବଂ RP= 6 ସେ.ମି

- ଏବେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

  - Δ ABC ଓ Δ PQR ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ହେବେ କି ? କାହିଁକି ?
  - ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ମଧ୍ୟରେ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{PQ}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ । ସେ ଦୁଇଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହେଲା କି ?
  - ଶୂନ୍ୟ ସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

  $\overline{AB} \cong$ ...., $\overline{BC} \cong$ ...., $\angle ABC \cong$ ....,



(ଚିତ୍ର-ଙ)

ବର୍ତ୍ତମାନ Δ ABC ଓ Δ PQR ସର୍ବସମ ବୋଲି କହିପାରିବା କି ? କେଉଁ ସର୍ବସମତା ସର୍ତ୍ତ ଅନୁଯାୟୀ ?

- ଆମେ କେଉଁ କେଉଁ ମାପ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିଥିଲେ ?

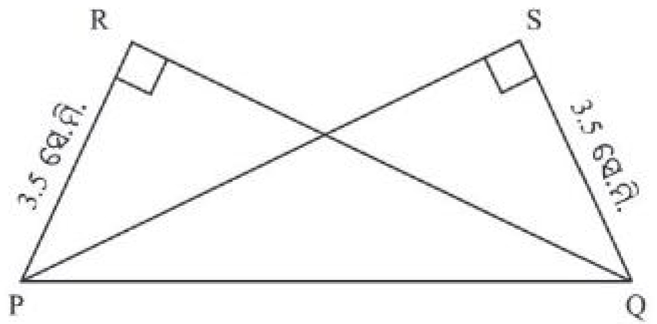
ଏହି କାମରୁ ଆମେ ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେଲୁ ଯେ -

ଦୁଇଟି ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣ ଓ ଅନ୍ୟ ଏକ ବାହୁ ସହ ଅନ୍ୟ ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣ ଓ ଅନୁରୂପ ବାହୁ ସର୍ବସମ ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ହେବେ । ଏହି ସର୍ବସମତାକୁ **ସମକୋଣ- କର୍ଣ୍ଣ- ବାହୁ ସର୍ବସମତା** ସଂକ୍ଷେପରେ **ସ-କ-ବା ସର୍ବସମତା** କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ

ନିମ୍ନସ୍ଥ ଚିତ୍ରମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ଯୋଡ଼ା ତ୍ରିଭୁଜ ସ-କ-ବା ସର୍ବସମତା ଅନୁସାରେ ସର୍ବସମ ? ସେହି ତ୍ରିଭୁଜ ଯୋଡ଼ିଗୁଡ଼ିକୁ ସର୍ବସମ ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖ । ତୁମ ଉତ୍ତରର କାରଣ ଲେଖ ।

(କ)



ସମାଧାନ

(କ) ରେ ଥିବା $\Delta RPQ \cong \Delta SPQ$

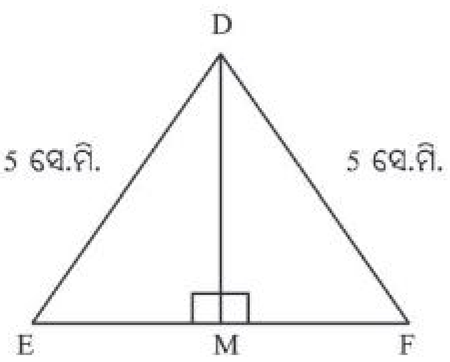
କାରଣ, ΔRPQ ଓ ΔSPQ ରେ

$\angle PRQ$ ଏବଂ $\angle QSP$ ସମକୋଣ (ଦତ୍ତ)

କର୍ଣ୍ଣ $\overline{PQ} \cong$ କର୍ଣ୍ଣ $\overline{QP}$ (ସାଧାରଣ)

$\overline{RP} = \overline{SQ}$ (ଦତ୍ତ)

(ଖ)



ସମାଧାନ

(ଖ) $\Delta DEM \cong \Delta DFM$

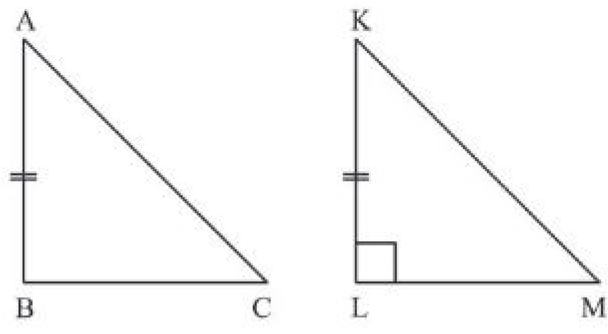
କାରଣ, $\angle DME$ ଏବଂ $\angle DMF$ ସମକୋଣ

କର୍ଣ୍ଣ $\overline{ED} \cong$ କର୍ଣ୍ଣ $\overline{FD}$ (ଦତ୍ତ)

$\overline{DM} = \overline{DM}$ (ସାଧାରଣ ବାହୁ)

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.7

1. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା $m\angle L = m\angle B = 90°$ ଓ $AB = KL$ । ଅନ୍ୟ କେଉଁ ସର୍ତ୍ତରେ ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟ ସ-କ-ବା ସର୍ବସମତା ଅନୁସାରେ ସର୍ବସମ ହେବେ ?



2. ΔABC ରେ $\overline{AB} = \overline{AC}$ ଓ $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ।

ΔABD ଓ ΔACD ମଧ୍ୟରେ କେଉଁ ଅଙ୍ଗଗୁଡ଼ିକର ସର୍ବସମତା ଯୋଗୁଁ ΔABD ଓ ΔACD ସ-କ-ବା ସର୍ବସମତା ଅନୁସାରେ ସର୍ବସମ ହେବ ?

ଦଶମ ଅଧ୍ୟାୟ

ପରିମିତି

FQ8516

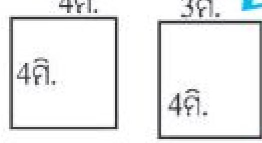
10.1 ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ

କୌଣସି ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ରର ସୀମା ନିରୂପକ ରେଖାଖଣ୍ଡମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ଏହାର ପରିସୀମା ଅଟେ। ବିଦ୍ୟାଳୟ ହତାର ଚାରିପଟର ପାଚେରୀର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ବଗିଚାର ଚତୁଃସୀମା, ଫଟୋଫ୍ରେମ୍ ଆଦି ପରିସୀମାକୁ ବୁଝାଏ।

ତୁମ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଯେଉଁ ପରିସ୍ଥିତି ମାନଙ୍କରେ ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼େ ତାର ଦୁଇଟି ଉଦାହରଣ ଦିଅ।

କହିଲ ଦେଖି :

ଚାଲି ଚାଲି ଗଲେ କେଉଁ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଅଧିକ ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ?
ଗୋଟିଏ 4 ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ଚାରିପଟେ ବୁଲିବା ପାଇଁ
ଅଥବା ଗୋଟିଏ 4 ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ 3 ମି. ପ୍ରସ୍ଥ ବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଚାରିପଟେ ବୁଲିବା ପାଇଁ ?



ଚିତ୍ର 10.1

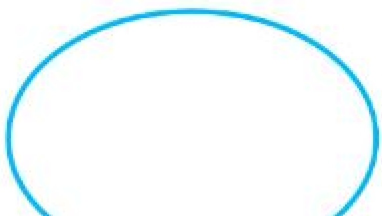
ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ବାର୍ଷିକ କ୍ରୀଡ଼ା ପ୍ରତିଯୋଗିତା ହେବ। ବିଭିନ୍ନ ଦୂରତାର ଦୌଡ଼ ପ୍ରତିଯୋଗିତା ଲାଗି ଦୌଡ଼ ପଥ ଚୂନ ପକାଯାଇ ଦେଖାଯିବ। ସମର ଓ ରହିମ୍ ଖେଳ ଶିକ୍ଷକଙ୍କୁ ସାହାଯ୍ୟ କରୁଥା'ନ୍ତି। ଶହେ ମିଟର ଦଉଡ଼ ଲାଗି ଦୌଡ଼ ପଥ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ଲାଗି ମାପ ଫିତାରେ 100 ମି. ମାପି ସିଧା ସିଧା ଗାର ଟାଣି ଦୌଡ଼ ପଥର ତିଆରି କରାଗଲା। ତା' ପରେ 400 ମି.ର ଦୌଡ଼ ପଥ କରାଯିବ।

ଶିକ୍ଷକଙ୍କୁ ସମର ପଚାରିଲା - ''ସାର୍ ! ଆମ ପଡ଼ିଆରେ ତ 400 ମି. ଦୀର୍ଘ ଦୌଡ଼ ପଥ ତିଆରି କରିବା ଲାଗି ଯଥେଷ୍ଟ ଜାଗା ନାହିଁ। 100 ମି. ଦୀର୍ଘ ଜାଗା ତ ଦିଆଗଲାଣି। 400 ମି. ଜାଗା ଦେବା ପାଇଁ ତା'ର ଚାରିଗୁଣ ଜାଗା ଦରକାର। ଏତେ ଜାଗା ଆମ ସ୍କୁଲ ହତା ଭିତରେ କାହିଁ ?''

ରହିମ ପଚାରିଲା - ''ତୁ କ'ଣ ଗତ ବର୍ଷର କ୍ରୀଡ଼ା ପ୍ରତିଯୋଗିତା ଦେଖିନୁ ?''

ସମର କହିଲା - ''ନାଁ, ମୋ ଦେହ ଖରାପ ଥିବାରୁ ମୁଁ ଆସିପାରି ନ ଥିଲି।''

ରହିମ୍ କହିଲା - ''400 ମି. ଦୌଡ଼ ପଥକୁ 100 ମି. ଦୌଡ ପଥ ଭଳି ସିଧା କରାଯାଏ ନାହିଁ। ତାକୁ ଗୋଲେଇ କରାଯାଏ। ଏହା କହି ସେ ତା' ଖାତାରେ ଗୋଟିଏ ଚିତ୍ର କରି ଦେଖାଇ ଦେଲା।''



ତା'ପରେ କହିଲା - ଏହି ବଙ୍କା ବାଟ ଉପର ଦେଇ ଥରେ ଦଉଡ଼ି ଆସିଲେ, 400 ମି. ହୁଏ।

ଚିତ୍ର 10.2

କ୍ରୀଡା ଶିକ୍ଷକ କହିଲେ - ''ପଥଟି ଗୋଟିଏ ଆବଦ୍ଧ ଚିତ୍ର ଓ ଏହାର ପରିସୀମା ହେଉଛି 400 ମି.। ଅବଶ୍ୟ ଚତୁଃସୀମା ବକ୍ରରେଖା ହୋଇଥିବା ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାର ସୂତ୍ର ତୁମେ ଜାଣି ନାହିଁ। କିନ୍ତୁ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଓ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଲାଗି ତୁମେ ସୂତ୍ର ଜାଣିଛ।''

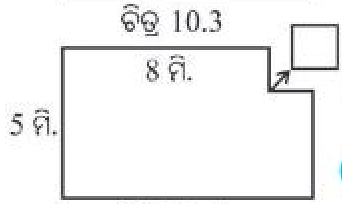
ସମର କହିଲା - ''ହଁ, ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା = 2 (ଦୈର୍ଘ୍ୟ + ପ୍ରସ୍ଥ)''

ରହିମ୍ କହିଲା - ''ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା = 4 × ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ''

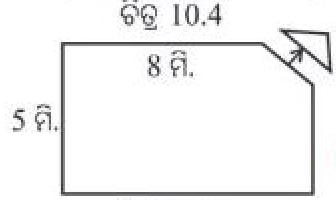
କହିଲ ଦେଖି :

- ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କାଗଜ ଖଣ୍ଡର ପରିସୀମା କେତେ ?
- ଉପରିସ୍ଥ ଚିତ୍ର-10.3 ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କାଗଜ ଖଣ୍ଡର ଗୋଟିଏ କଣରୁ 2 ମି. ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଖଣ୍ଡେ ବର୍ଗାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କାଗଜ ଖଣ୍ଡ କାଟି ବାହାର କରି ନେବା ପରେ ବଳକା କାଗଜ ଖଣ୍ଡର ପରିସୀମା କେତେ ?
- ଦୁଇଟି ଯାକ କାଗଜ ଖଣ୍ଡର ପରିସୀମାକୁ ତୁଳନା କରି କ'ଣ ଜାଣିଲ ?
- ଯଦି ଚିତ୍ର-10.3 ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା କାଗଜ ଖଣ୍ଡର ଗୋଟିଏ କଣରୁ ଚିତ୍ର-10.5 ରେ ଦର୍ଶାଯିବା ଭଳି ତ୍ରିଭୁଜ ଆକୃତିର କାଗଜ ଖଣ୍ଡଟିଏ କାଟି ନିଆଯାଏ, ତେବେ ବଳକା କାଗଜ ଖଣ୍ଡର ପରିସୀମାକୁ, ମୂଳ କାଗଜ ଖଣ୍ଡର ପରିସୀମା ସହ ତୁଳନା କଲେ -
- ବଳକା ପରିସୀମାଟି ମୂଳ କାଗଜର ପରିସୀମା ସହ ସମାନ ହେବ ବା ତା' ଠାରୁ ବଡ଼ ହେବ ବା ତା' ଠାରୁ ସାନ ହେବ କହ ।
- ଯଦି ଚିତ୍ର-10.6 ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ତ୍ରିଭୁଜ ଆକୃତିର ଖଣ୍ଡଟିଏ କାଟି ନିଆଯାଏ, ତେବେ ବଳକା କାଗଜର ପରିସୀମାକୁ ମୂଳ କାଗଜ ଖଣ୍ଡର ପରିସୀମା ସହ ତୁଳନା କଲେ କ'ଣ ପାଇବା ?

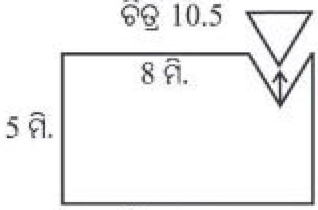
ଚିତ୍ର 10.3



ଚିତ୍ର 10.4



ଚିତ୍ର 10.5



ଚିତ୍ର 10.6

ଉଦାହରଣ - 1

ଗୋଟିଏ 38 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ 22 ସେ.ମି. ପ୍ରସ୍ଥ ବିଶିଷ୍ଟ ଫଟୋଫ୍ରେମ୍‌ର ଆଲୁମିନିୟମ ପାତକୁ ଖୋଲି କେତୋଟି 10 ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗ ଆକୃତିର ଫଟୋଫ୍ରେମ୍ ତିଆରି କରାଯାଇ ପାରିବ ?

ଜାଣିଛ କି ?
ଆୟତ ଚିତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (length) କୁ l ଓ ପ୍ରସ୍ଥ (Breadth) କୁ b ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇପାରେ ।

ସମାଧାନ :

ଫଟୋଫ୍ରେମ୍‌ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 38 ସେ.ମି.

ପ୍ରସ୍ଥ = 22 ସେ.ମି.

ଫଟୋଫ୍ରେମ୍‌ରେ ଲାଗିଥିବା ଆଲୁମିନିୟମ୍ ପାତର ମୋଟ୍ ଦୈର୍ଘ୍ୟ = ଫଟୋଫ୍ରେମ୍‌ର ପରିସୀମା

$= 2 \times (l + b) = 2 \times (38 + 22)$ ସେ.ମି.

$= 2 \times 60$ ମି. $= 120$ ସେ.ମି.

ତେଣୁ ଆଲୁମିନିୟମ ପାତର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 120 ସେ.ମି.

ତିଆରି କରାଯିବାକୁ ଥିବା ବର୍ଗାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଫଟୋଫ୍ରେମ୍‌ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 10 ସେ.ମି.

ଏହାର ପରିସୀମା = 4×10 ସେ.ମି. = 40 ସେ.ମି.

ଅର୍ଥାତ୍ ଗୋଟିଏ ବର୍ଗାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଫଟୋଫ୍ରେମ୍ ପାଇଁ 40 ସେ.ମି. ଆଲୁମିନିୟମ୍ ପାତ ଆବଶ୍ୟକ ।

$$\text{ଫଟୋଫ୍ରେମ୍‌ର ସଂଖ୍ୟା} = \frac{\text{ଆଲୁମିନିୟମ ପାତର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}}{\text{ନୂଆ ଫଟୋଫ୍ରେମ୍‌ର ପରିସୀମା}}$$

$$= \frac{120}{40} = 3 \text{ ଟି}$$

ସମାଧାନ କର -

1. ବାବୁ ଗୋଟିଏ 30 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ 18 ସେ.ମି. ପ୍ରସ୍ଥର ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଚିତ୍ର ଓ ଜନ୍ ଗୋଟିଏ 24 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟର ବର୍ଗାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଚିତ୍ର କରିଥିଲେ । ଉଭୟ ଚିତ୍ରକୁ ଫ୍ରେମ୍ ଦେଇ ବନ୍ଧେଇ କରିବା ପାଇଁ ପ୍ରତି ସେ.ମି.କୁ 3 ଟଙ୍କା ହିସାବରେ କାହାର କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ? କାହା ଚିତ୍ର ବନ୍ଧେଇ ପାଇଁ ଅଧିକ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ?

2. ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଓ ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା ସମାନ ଅଟେ । ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର ଚାରିପଟେ ତାର ଜାଲି ଦେବା ପାଇଁ ମିଟର ପ୍ରତି 5 ଟଙ୍କା ହିସାବରେ 400 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ ହେଲା । ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

ପ୍ରଥମେ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ କର । ତା'ପରେ ତଳ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଲେଖ ।

- ତାରଜାଲିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଜାଣିବା ପାଇଁ କ'ଣ କରିବାକୁ ହେବ ?
- ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା ସହ ତାର ଜାଲିର ଦୈର୍ଘ୍ୟର କ'ଣ ସଂପର୍କ ଅଛି ?
- ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା କେତେ ?
- ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା ଜଣାଥିଲେ ସେଥିରୁ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁ କିପରି ଜଣାପଡ଼ିବ ?
- ଏଠାରେ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ହେଲା ?

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 10.1

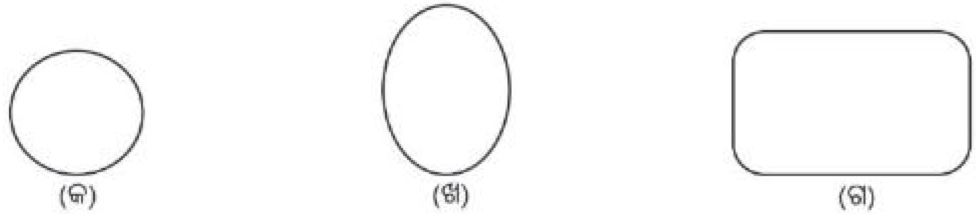
1. ବିନାର ଘରକୁ ଲାଗି ରହିଥିବା ଫୁଲ ବଗିଚାର ଗୋଟିଏ ପାଖରେ ତା'ର ଘର ରହିଛି । ଅନ୍ୟ ତିନି ପାଖର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 13.5 ମି, ୭.୫ ମି. ଓ 11.7 ମି. । ସେହି ଫୁଲ ବଗିଚାକୁ ସେ ବାଡ଼ ଦେଇ ସୁରକ୍ଷିତ କରିବାକୁ ମନ କଲା । ବାଡ଼ ଦେବାକୁ ମିଟର ପ୍ରତି 6.50 ଟଙ୍କା ହିସାବରେ ତା'ର କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେଲା ?

2. ଗୋଟିଏ 10 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗ ଆକୃତିର ପଟି କାଗଜ ଓ ଆଉ ଗୋଟିଏ 12 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ 8 ସେ.ମି. ପ୍ରସ୍ଥ ବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଆକୃତିର ପଟି କାଗଜର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ କଣରୁ 4 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟର ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର କାଟି ନିଆଗଲା । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଟିର କ୍ଷେତ୍ରର ଅବଶିଷ୍ଟ ଅଂଶର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

3. ଗୋଟିଏ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ତା'ର ପ୍ରସ୍ଥର 2 ଗୁଣ ଓ ପରିସୀମା 600 ମିଟର । ଏହାର ପ୍ରସ୍ଥ ସହ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

10.2 ବୃତ୍ତର ପରିଧି

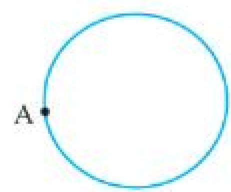
ଅନୁ ଖଣ୍ଡେ ମୋଟା କାର୍ଡ଼ବୋର୍ଡ଼ରୁ ବିଭିନ୍ନ ବକ୍ରାକାର ଆକୃତି କାଟିଲା ।



ଚିତ୍ର 10.7

ସେ ଏହି ଆକୃତିଗୁଡ଼ିକର ଧାରରେ ବିଭିନ୍ନ ରଂଗର ଝାଲେରୀ ଲଗାଇବାକୁ ଚାହିଁଲା । ମାତ୍ର କେଉଁ ଆକୃତି ଲାଗି ତାକୁ କେତେ ଲମ୍ବର ଝାଲେରୀ ଦରକାର ତାହା ସେ ସ୍ଥିର କରି ପାରିଲା ନାହିଁ । ଏଗୁଡ଼ିକର ଧାର ସିଧା ହୋଇ ନ ଥିବାରୁ ସ୍କେଲ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ମାପିବା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । ତେଣୁ ସେ ତା'ର ଉପର ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢୁଥିବା ବୀଣାକୁ ପଚାରିଲା ।

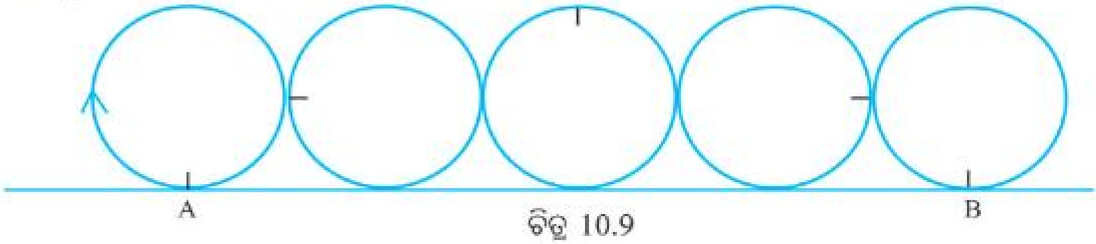
ବୀଣା ପ୍ରଥମେ ବୃତ୍ତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କାଗଜ ପଟି ନେଇ ତା'ର ଧାରରେ ଗୋଟିଏ ସ୍ଥାନରେ ବିନ୍ଦୁଟିଏ ଦେଲା ଓ ତା'ର ନାମ ଦେଲା 'A' । ସୂତାଟିଏ ନେଇ ତା'ର ଗୋଟିଏ ମୁଣ୍ଡକୁ ଏହି ବିନ୍ଦୁ ଉପରେ ଲଗାଇ ରଖିବାକୁ ଅନୁକୁ କହିଲା । ସୂତାଟିକୁ ଆକୃତିଟିର ଧାରେ ଧାରେ ଲଗାଇ 'A' ବିନ୍ଦୁ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବୁଲାଇ ଆଣିଲା । ବୁଲାଇ ଅଣିବା ପରେ ସୂତାର ଯେଉଁ ଅଂଶଟି 'A' ବିନ୍ଦୁ ସହ ଲାଗିଲା, ସେଠାରେ ବୀଣା କାଳି ଦାଗଟିଏ ଦେଲା । ତା'ପରେ ଅନୁକୁ କହିଲା, ସୂତାର ପ୍ରଥମ ମୁଣ୍ଡରୁ ଏହି କାଳିଦାଗ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହେଉଛି ଆକୃତିଟିର ପରିସୀମା ସହ ସମାନ ।



ଚିତ୍ର10.8

ବୀଣାର ସାଙ୍ଗ ମିନା ଆଉ ଗୋଟିଏ ପ୍ରଣାଳୀରେ ସେହି କାଗଜ ପଟିର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲା ।

ମିନା ପଟି କାଗଜର ଧାର ଉପରେ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରେ କଳା ଦାଗଟିଏ ଲଗାଇଲା । ତାପରେ ଖଣ୍ଡେ ଧଳା କାଗଜ ଉପରେ ସ୍କେଲ ବ୍ୟବହାର କରି ଗୋଟିଏ ସିଧା ଗାର ଟାଣିଲା । ସେହି ଗାର ଉପରେ କାଗଜ ପଟିର ଧାରକୁ ଏପରି ଲଗାଇ ଧରିଲା ଯେପରି ଧାରରେ ଥିବା କଳା ଦାଗଟି ଗାର ସହ ଲାଗିବ । ତା'ପରେ ପଟିଟିକୁ ଧୀରେ ଧୀରେ ଗାର ସହ ଲଗାଇ ଗଡାଇ ନେଲା । କିଛି ବାଟ ଗଡ଼ାଇ ନେଲା ପରେ କଳାଦାଗଟି ପୁଣି ସେହି ଗାରର ଆଉ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରେ ଲାଗିଲା ।



ଚିତ୍ର 10.9

ବର୍ତ୍ତମାନ ପଟି କାଗଜକୁ ମିନା ଉଠାଇ ନେଲା । ଗାର ଉପରେ ଲାଗି କଳା ଦାଗ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତାକୁ ମାପି ଦେଇ ମିନା ବୃତ୍ତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କାଗଜ ପଟିର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲା ।

ବୀଣା ଓ ମିନାର କାର୍ଯ୍ୟ ଦେଖିଲା ପରେ ଅନୁ ଗୋଟିଏ ବୋତଲର ଠିପିଟି ନେଲା । ମାପ ଫିତାଟିଏ ତା' ଚାରି ପାଖରେ ଲଗାଇ ଧରି ଠିପିର ପରିସୀମା ମାପି କହିନେଲା ।

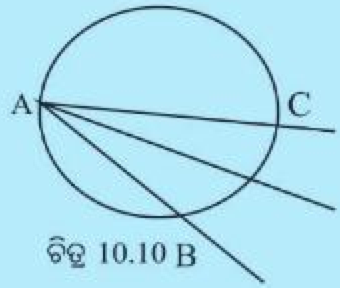
✎ ବୀଣା, ମିନା ଓ ଅନୁର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପ୍ରଣାଳୀ ମଧ୍ୟରୁ ତୁମକୁ କେଉଁଟି ପସନ୍ଦ ଲାଗୁଛି ଓ କାହିଁକି ଲେଖ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

କାର୍ଯ୍ୟ-1

- ଦୁଇଟି ସମାନ ମାପର ଥାଳି ଆଣ ଓ ଉପର ଆଲୋଚନାରୁ ଜାଣିଥିବା ଯେ କୌଣସି ପ୍ରଣାଳୀରେ ଥାଳି ଦୁଇଟିର ପରିସୀମା ମାପ । ଥାଳି ଦୁଇଟିର ପରିସୀମା ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ସମ୍ପର୍କ ଥିବାର ଦେଖିଲ ?

କାର୍ଯ୍ୟ-2



ଚିତ୍ର 10.10

- ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖ । ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପଟିର ଧାରରେ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନ ଦିଅ, ଏଠାରେ A ଲେଖ ଏବଂ ଖଣ୍ଡେ ସୂତାର ଗୋଟିଏ ମୁଣ୍ଡକୁ A ବିନ୍ଦୁ ସହ ଲଗାଇ ରଖ ।
- ସୂତାର ଅନ୍ୟ ମୁଣ୍ଡକୁ ଟାଣି ଧର ଯେପରି ସୂତାଟି ପଟି ଉପରେ ଲାଗି ରହିବ । ଦେଖିବ ସୂତାର କିଛି ଅଂଶ ପଟିଟି ସହ ଲାଗି ରହିବ । ପଟିର ଧାରକୁ ସୂତାଟି ଅନ୍ୟ ଯେଉଁଠି ଲାଗି ରହିବ ତାର ନାମ ଦିଅ B ।
- ସୂତାର ଅନ୍ୟ ମୁଣ୍ଡକୁ ଧରିଥିବା ହାତକୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସ୍ଥାନକୁ ନିଅ ଦେଖିବ ଯେ ସୂତାର ଅଧିକରୁ ଅଧିକ ଅଂଶ ପଟି କାଗଜ ସହ ଲାଗି ରହିବ । ହାତର ଯେଉଁ ଅବସ୍ଥାରେ ସୂତାର ସବୁଠୁ ବେଶି ଅଂଶ ପଟି ସହ ଲାଗି ରହିବ, ସେହି ଅବସ୍ଥାରେ ପଟିର ଧାରର ଅନ୍ୟ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ସୂତାଟି ଲାଗି ରହିଛି, ସେ ବିନ୍ଦୁଟି ଚିହ୍ନଟ କର ଓ ତା'ର ନାମ ଦିଅ C ।
- A ଓ C ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଦୂରତାକୁ ସ୍କେଲ୍‌ରେ ମାପ । $\overline{AC}$ ର ମାପ ହେଉଛି ବୃତ୍ତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପଟିର **ବ୍ୟାସର** ଦୈର୍ଘ୍ୟ ।
- ପଟିଟିର ପରିସୀମା ମାପ । ବ୍ୟାସର ପ୍ରାୟ କେତେ ଗୁଣ ସହ ପରିସୀମା ମାପ ସମାନ ହେଉଛି ସ୍ଥିର କର ।

ଜାଣିଛ କି ?
ବୃତ୍ତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରର ଧାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବା ପରିସୀମାକୁ ଏହାର ପରିଧି କୁହାଯାଏ ।

ତୁମେ ସାଇକେଲ୍ ବା ସ୍କୁଟର ଚକ, ଶଗଡ଼ ଚକ ଆଦିର ପରିଧିକୁ ସୂତା ବା ଫିତା ସାହାଯ୍ୟରେ ମାପି ପାରିବ । ବିଭିନ୍ନ ଯନ୍ତ୍ରପାତିରେ ବୃତ୍ତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଅଂଶମାନ ଲାଗିଥାଏ । ସେଗୁଡ଼ିକର ମାପ ନିର୍ଭୁଲ ଭାବରେ ଜାଣିବା ଆବଶ୍ୟକ । ସୂତା ବା ଫିତାରେ ମାପି ପରିଧି ଲାଗି ଯେଉଁ ମାପ ପାଇବା ତାହା ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ନିର୍ଭୁଲ ନୁହେଁ । ଏଣୁ ସେଥିପାଇଁ ଏକ ଗାଣିତିକ ସୂତ୍ର ଜାଣିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ଜାଣିଛ କି ?
ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ ଏହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଦୁଇଗୁଣ ।

ବୃତ୍ତର ପରିଧି ଓ ଏହାର ବ୍ୟାସ ଏବଂ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ମଧ୍ୟରେ କି ସଂପର୍କ ଅଛି ଆସ ଦେଖିବା 5ଟି ବିଭିନ୍ନ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ବୃତ୍ତର ପରିଧିର ମାପକୁ ନେଇ ନିମ୍ନ ସାରଣୀଟି କରାଗଲା ।

ବୃତ୍ତ	ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ	ବ୍ୟାସ	ପରିଧି	ପରିଧି:ବ୍ୟାସ	ପରିଧି:ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ
1	3.3	6.6	20.72	$\frac{20.72}{6.6} = 3.14$ (ପାଖାପାଖି)	$\frac{20.72}{3.3} = 2\times3.14$
2	3.5	7.0	31.6	$\frac{22.0}{7.0} = 3.14$ (ପାଖାପାଖି)	$\frac{22.0}{3.5} = 2\times3.14$
3	5.0	10.0	31.4	$\frac{31.6}{10.0} = 3.14$ (ପାଖାପାଖି)	$\frac{31.6}{5.0} = 2\times3.14$

ବୃତ୍ତ	ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ	ବ୍ୟାସ	ପରିଧି	ପରିଧି:ବ୍ୟାସ	ପରିଧି:ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ
4	7.0	14.0	44.0	$\frac{44.0}{14.0} = 3.14$ (ପାଖାପାଖି)	$\frac{44.0}{7.0} = 2 \times 3.14$
5	15.0	30.0	94.0	$\frac{94.0}{30.0} = 3.13$ (ପାଖାପାଖି)	$\frac{94.0}{15.0} = 2 \times 3.13$

ଏହି ସାରଣୀରୁ ଜଣା ପଡୁଛି ଯେ, ବୃତ୍ତର ଆକାର ଯାହା ହେଉ ପଛେ ଏହାର ପରିଧି ଓ ଏହାର ବ୍ୟାସର ଅନୁପାତ ସର୍ବଦା ସମାନ ଅଟେ । ଆମେ କହୁ, **ସବୁ ବୃତ୍ତର ପରିଧି ଓ ବ୍ୟାସର ଅନୁପାତ (ପରିଧି : ବ୍ୟାସ) ଏକ ଧ୍ରୁବ ସଂଖ୍ୟା** । ଏହି ଧ୍ରୁବ ସଂଖ୍ୟାକୁ **'ପାଇ'** ନାମ ଦିଆଯାଇଛି । 'ପାଇ'କୁ π ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ।

ଆମେ ଜାଣିଲେ :

- ବୃତ୍ତର ପରିଧି ତା'ର ବ୍ୟାସର 3 ଗୁଣରୁ ଅଧିକ ଅଟେ ।
- ବୃତ୍ତର ପରିଧିକୁ 'c', ବ୍ୟାସକୁ 'd' ଓ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧକୁ 'r' ନେଲେ, $\frac{c}{d} = \pi$ ବା $c = \pi d$ ଓ $c = 2\pi r$ ($\because d = 2r$)

ଜାଣିଛ କି ?

π (ପାଇ) ହେଉଛି ଗ୍ରୀକ-ଭାଷାର ଏକ ଅକ୍ଷର । π ର ମୂଲ୍ୟ ପାଖାପାଖି $\frac{22}{7}$ ବା 3.14 ବୋଲି ଧରିନେବା ।

ଜାଣିବା

ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ପରିଧି ଓ ଏହାର ବ୍ୟାସର ଅନୁପାତ ବୃତ୍ତର ଆକାର ନିର୍ବିଶେଷରେ ସର୍ବଦା ସମାନ । ଅର୍ଥାତ୍, ବିଭିନ୍ନ ବ୍ୟାସ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତଗୁଡ଼ିଏ ଅଙ୍କନ କର । ପ୍ରତ୍ୟେକର ପରିଧିକୁ ମାପି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲା ପରେ, ଏହାକୁ ସେହି ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ସମସ୍ତ ବୃତ୍ତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭାଗଫଳ ଏକା ରହିବ । ଏହି ଭାଗଫଳ ବା ଅନୁପାତ (ପରିଧି : ବ୍ୟାସ) କୁ π ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ନାମିତ କରାଯାଇଛି । (ବହୁ ବର୍ଷ ଧରି ପରୀକ୍ଷା ନିରୀକ୍ଷା କଲାପରେ 1761 ମସିହାରେ ଗଣିତଜ୍ଞ ଲାମ୍ବର୍ଟ ପ୍ରମାଣ କଲେ ଯେ π ଏକ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।) ମାତ୍ର ହିସାବ କରିବା ଲାଗି π ଲାଗି କେତେକ ପାଖାପାଖି ମାନର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ । ପୃଥିବୀର ବିଭିନ୍ନ ସ୍ଥାନରେ ଏଥିଲାଗି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ମାନର କଳ୍ପନା କରାଯାଇଥିଲା । ତା'ର ଗୋଟିଏ ତାଲିକା ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

π ର ପାଖାପାଖି ମାନ	କେଉଁ ଗଣିତଜ୍ଞ ବା କେଉଁ ସଭ୍ୟତା ଦ୍ୱାରା ଏହି ମାନ ଗ୍ରହଣ କରାଯାଇଥିଲା	ସମୟ
π = 10 ର ବର୍ଗମୂଳ =3.16	ବେଦ (ଭାରତ)	ସମ୍ଭବତଃ ଖ୍ରୀ:ପୂ : 3000
$\pi = \frac{22}{7} = 3.1428$	ଆର୍କିମେଡିସ୍ (ଗ୍ରୀସ୍)	ଖ୍ରୀ:ପୂ : 287-212
$\pi = 3.1416$	ଟଲେମି (ଗ୍ରୀସ୍)	ଖ୍ରୀ: 150
$\pi = \frac{355}{113}$	ଚୁଙ୍ଗ୍‌ଚି (ଚୀନ୍)	ଖ୍ରୀ: 150
$\pi = \frac{62832}{20000} = 3.1416$	ଆର୍ଯ୍ୟଭଟ୍ଟ (ଭାରତ)	ଖ୍ରୀ: 499
$\pi = \frac{3927}{1250} = 3.1416$	ଭାସ୍କରାଚାର୍ଯ୍ୟ (ଭାରତ)	ଖ୍ରୀ: 1150
$\pi = \frac{9801}{1103\sqrt{8}} = 3.1415926218033$	ରାମାନୁଜନ୍ (ଭାରତ)	ଖ୍ରୀ: 1887-1919

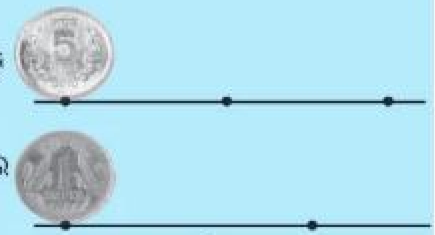
ଆମେ ସାଧାରଣ ହିସାବ କ୍ଷେତ୍ରରେ (ବୃତ୍ତର ପରିଧି ବା କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲାବେଳେ) π ଲାଗି $\frac{22}{7}$ ବା 3.141 ନେଇଥାଉ। ସାଧାରଣତଃ π ଲାଗି କେଉଁମାନ ନେବା ତାହା ପ୍ରଶ୍ନରେ ଦିଆଯାଇ ଥାଏ। ଯଦି ପ୍ରଶ୍ନରେ π ର ମାନ ଦିଆଯାଇ ନ ଥାଏ,ତେବେ ଆମେ ଟିକେ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରି ଦେଖିବା ପ୍ରଶ୍ନରେ ଥିବା ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ / ବ୍ୟାସ 7 ର ଏକ ଗୁଣିତକ କି ? ଯଦି ତାହା ହୋଇଥାଏ, ତେବେ π ଲାଗି $\frac{22}{7}$ ନେବା। ଏହାଦ୍ୱାରା ହିସାବ କାର୍ଯ୍ୟ ସରଳ ହେବ। ନଚେତ୍ π ଲାଗି 3.141 ବା 3.14 ନେବା।

ତୁମେ ଅଞ୍ଚଳର କୌଣସି ବଣିଆ (ସୁନା, ରୁପା ଅଳଙ୍କାର କାରିଗର) କୁ ପଚାରିବ, ସେ ଗୋଟିଏ ଚୁଡ଼ି ତିଆରି କରିବା ପାଇଁ କେତେ ଲମ୍ବର ସୁନା ବା ରୁପା ତାରଟିଏ ନିଏ। ସେ କହିବ ଯେ ଚୁଡ଼ିର ବ୍ୟାସ ଯେତିକି ସେ ତାର ତିନିଗୁଣ ଲମ୍ବର ତାର ନେଇ ଥାଏ। ଗୋଟିଏ କମାରକୁ ପଚାରିବ, ସେ ଶଗଡ ଚକର ହାଲ (ଲୁହା ପାତର ଗୋଲେଇ) ତିଆରି କରିବା ଲାଗି କେତେ ଲମ୍ବର ଲୁହା ପାତ ନେଇ ତାକୁ ଗୋଲ ଆକୃତିରେ ପରିଣତ କରେ। ସେ ବି କହିବ ଯେ ସେ ଚକର ବ୍ୟାସର ତିନି ଗୁଣ ଲମ୍ବର ଲୁହା ପାତ ନିଏ। ଏଣୁ ବଣିଆ ବା କମାର, "ବୃତ୍ତର ପରିଧି = 3 × ବ୍ୟାସ" ସୂତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରନ୍ତି। ମାତ୍ର ଏ ସୂତ୍ର ଦ୍ୱାରା ପରିଧିର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଠିକ୍ ମାନ ମିଳେ ନାହିଁ। ଅଧିକ ଠିକ୍ ମାନ ପାଇବା ପାଇଁ ଆମେ π ଲାଗି $\frac{22}{7}$ ବା 3.141 ନେଇଥାଉ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ଚିତ୍ର 10.11

- ଗୋଟିଏ ପାଞ୍ଚ ଟଙ୍କିଆ ମୁଦ୍ରା ଓ ଗୋଟିଏ ଟଙ୍କିକିଆ ମୁଦ୍ରା ଆଣ।
- ପାଞ୍ଚ ଟଙ୍କିଆ ମୁଦ୍ରାର ଧାର ଉପରେ ବିନ୍ଦୁରେ କଳାରଙ୍ଗର ଦାଗ ଦିଅ।
- ଏକ ଟଙ୍କିଆ ମୁଦ୍ରାର ଧାର ଉପରେ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରେ ନାଲି ରଙ୍ଗର ଦାଗ ଟିଏ ଦିଅ ।
- ଖାତାର ଗୋଟିଏ ପୃଷ୍ଠାରେ ଦୁଇଟି ସିଧା ଗାର ଟାଣ। ଗୋଟିଏ ଗାର ଉପରେ ପାଞ୍ଚଟଙ୍କିଆ ମୁଦ୍ରାକୁ ଧୀରେ ଧୀରେ ଗାର ସହ ଲଗାଇ ଗଡ଼ାଇ ନିଅ ଗାରଟି ଉପରେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସ୍ଥାନରେ କଳା ଦାଗ ଲାଗି ଥିବାର ଦେଖିବା।
- ଅନ୍ୟ ଗାର ଉପରେ ଟଙ୍କିକିଆ ମୁଦ୍ରାକୁ ପୂର୍ବ ପରି ଗଡ଼ାଇ ନେଲେ, ଗାର ଉପରେ ବିଭିନ୍ନ ସ୍ଥାନରେ ନାଲି ଦାଗ ମାନ ଲାଗିଥିବାର ଦେଖିବା।



ଚିତ୍ର 10.12

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର-

- ପ୍ରଥମ ଗାର ଉପରେ ପାଖାପାଖି ଥିବା ଦୁଇଟି କଳା ଦାଗ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଦୂରତା ହେଉଛି ପାଞ୍ଚଟଙ୍କିଆ ମୁଦ୍ରାର ପରିଧି।
- ସେହିପରି ଅନ୍ୟ ଗାର ଉପରେ ପାଖାପାଖି ଥିବା ଦୁଇଟି ନାଲି ଦାଗ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଦୂରତା ହେଉଛି ଟଙ୍କିକିଆ ମୁଦ୍ରାର ପରିଧି।

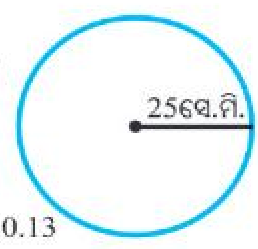
ଏବେ କହ-

(କ) ମୁଦ୍ରା ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ଗୋଟିଏ ଥର ଘୂରିଲେ ଅନ୍ୟଟି ଠାରୁ ଅଧିକ ବାଟ ଯାଉଛି ?

(ଖ) କେଉଁ ମୁଦ୍ରାଟି କେତେ ଥର ଘୂରିଲେ ଖାତା ପୃଷ୍ଠାର ବାମ ପାଖରୁ ଡାହାଣ ପାଖକୁ ଯାଉଛି ?

ଉଦାହରଣ - 2

ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 25 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର ପରିଧି କେତେ ହେବ ? (π = 3.14 ନିଅ)



ଚିତ୍ର 10.13

ସମାଧାନ :

ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ= r = 25 ସେ.ମି.

$\therefore$ ଏହାର ପରିଧି = $2\pi r = 2 \times 3.14 \times 25$ ସେ.ମି. = 157 ସେ.ମି.

ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର

(କ) ଗୋଟିଏ ଚୁଡ଼ିର ବ୍ୟାସ 3.5 ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ପରିଧି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ଖ) ଗୋଟିଏ ଚକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 21 ସେ.ମି. । ଏହା କେତେ ଥର ଘୂରିଲେ 66 ମି. ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଉଦାହରଣ - 3

ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ପରିଧି 66 ମି. ହେଲେ ଏହାର ବ୍ୟାସ ଓ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ($\pi = \frac{22}{7}$ ନିଅ)

ସମାଧାନ :

ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀ

ବୃତ୍ତର ପରିଧି = $\pi d = 66$ ମି. (d ହେଉଛି ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ)

$\therefore d = \frac{66}{\pi}$ ମି.

$= \frac{66}{\frac{22}{7}}$ ମି.

$= \frac{66\times 7}{22}$ ମି. = 21 ମି.

$\therefore$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $r = \frac{d}{2} = \frac{21}{2}$ ମି. = 10.5 ମି.

ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ :

ବୃତ୍ତର ପରିଧି =66 ମି.= $2\pi r$ (r ହେଉଛି ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ)

$\therefore r = \frac{66}{2\pi}$ ମି. $= \frac{66}{2\times\frac{22}{7}}$ ମି.= $\frac{66}{\frac{44}{7}}$ ମି.

$= \frac{66\times 7}{44} = \frac{21}{2}$ ମି. = 10.5 ମି.

$\therefore$ ବ୍ୟାସ = $2\times$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $= 2\times 10.5$ମି. = 21ମି.

- ଏହି ଦୁଇଟି ପ୍ରଣାଳୀରେ କ'ଣ ଭିନ୍ନତା ରହିଛି ଲେଖ ।
- ତମକୁ କେଉଁ ପ୍ରଣାଳୀଟି ସହଜ ଲାଗୁଛି ? କାରଣ ଲେଖ ।

ଉଦାହରଣ - 4

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ତିନୋଟି ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ ଚିତ୍ରଟିଏ ରହିଛି ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ 7 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଚିତ୍ରଟିର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ :

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ $d = 7$ ସେ.ମି.

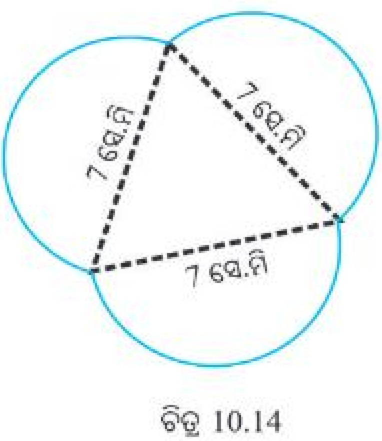
$\therefore$ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = ବୃତ୍ତର ପରିଧିର ଅଧା

$= \pi d\times\frac{1}{2} = \frac{22}{7}\times 7\times\frac{1}{2}$ ସେ.ମି.

= 11 ସେ.ମି.

ତେଣୁ ଚିତ୍ରଟିର ପରିସୀମା = 3 ଗୋଟି ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି

$= 3\times 11$ ସେ.ମି. = 33 ସେ.ମି.



ଚିତ୍ର 10.14

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର,

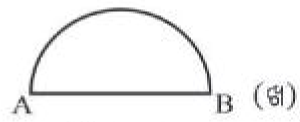
ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 10.15 (କ) ରେ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତକୁ ଦୁଇଟି ସମାନ ଭାଗ କରାଯାଇଛି । ଉପର ଅଂଶ ଏକ **ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ** ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ । ଏହାର ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟକୁ A ଓ B ରୂପେ ନାମିତ କରାଯାଇଛି ।

ଏହି ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଗାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ

= ପୂରା ବୃତ୍ତର ପରିଧିର ଦୁଇ ସମାନ ଭାଗରୁ ଏକ ଭାଗ (ବା ଅର୍ଦ୍ଧ ପରିଧି)

$= \frac{2\pi r}{2} = \pi r$

ଚିତ୍ର – 10.15 (ଖ) ରେ ଗୋଟିଏ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ର ରହିଛି । ଏହାର ସୀମା ଦୁଇଟି ଅଂଶକୁ ନେଇ ଗଠିତ । ଗୋଟିଏ ଅଂଶ ହେଉଛି A ରୁ B ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଥିବା ବକ୍ର ରେଖାଖଣ୍ଡ ବା ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଅଂଶଟି ହେଲା A ରୁ B ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଥିବା ସିଧା ରେଖାଖଣ୍ଡ । ଏହି ସିଧା ରେଖାଖଣ୍ଡ AB ହେଉଛି ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ ।



ଚିତ୍ର 10.15

ଏଣୁ ଚିତ୍ର –(ଖ) ରେ ଥିବା ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା = ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତର ଦୈର୍ଘ୍ୟ + ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ

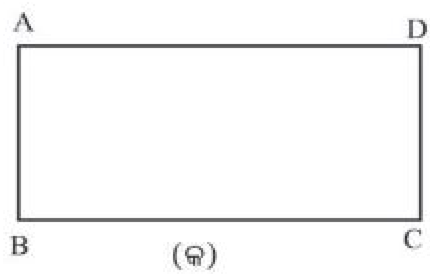
$= \pi r + 2r$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 10.2

1. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ 0.42 ମି. ହେଲେ, ଏହାର ପରିଧି କେତେ ହେବ ? ($\pi = \frac{22}{7}$ ନିଅ)
2. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତାକୃତିର ତାରକୁ ସିଧା କରିଦିଆଗଲା । ତା' ପରେ ତାରଟିକୁ ବୃହତ୍ତମ ବର୍ଗ ଆକୃତିରେ ପରିଣତ କରିବାରୁ ତା'ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 22 ସେ.ମି. ହେଲା । ପୂର୍ବରୁ ଥିବା ବୃତ୍ତ ଆକୃତିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
3. ଗୋଟିଏ 14 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କାର୍ଡ଼ ବୋର୍ଡ଼କୁ କାଟି ଦୁଇଟି ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତରେ ପରିଣତ କରାଗଲା । ଦୁଇଟି ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ ଧାରରେ ଲେସ୍ ଲଗାଇବା ପାଇଁ କେତେ ଲେସ୍ ଆବଶ୍ୟକ ?

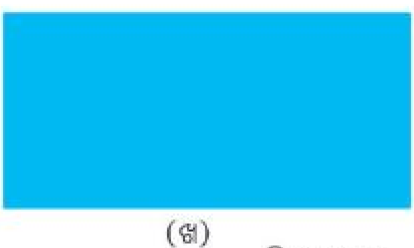
10.3. କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

ଗୋଟିଏ ସମତଳ ଉପରେ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଥିବା ଏକ ଆବଦ୍ଧ ଚିତ୍ର ଦ୍ୱାରା ସମତଳର ଏକ ଅଂଶର ସମତଳରୁ ଅଲଗା ହୋଇଯାଏ । ଏହା ହେଉଛି ଆବଦ୍ଧ ଚିତ୍ରର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ । ଯେପରି ଆମ ବଗିଚାର ବାଡ଼ଦ୍ୱାରା କିଛି ଭୂମି ଆବଦ୍ଧ ହୁଏ । ଆମ ବିଲର ହିଡ଼ ଦ୍ୱାରା କିଛି ଭୂମି ଆବଦ୍ଧ ହୁଏ । ଆବଦ୍ଧ ଚିତ୍ର ସମେତ ଏହାଦ୍ୱାରା ସମତଳରୁ ଅଲଗା ହୋଇଥିବା ଅଂଶର ପରିମାଣକୁ ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ରର **କ୍ଷେତ୍ରଫଳ** କୁହାଯାଏ ।



ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର – 10.16 (କ) ରେ ABCD ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର ।

ଚିତ୍ର – (ଖ)ରେ କାଗଜ ସମତଳର ଯେଉଁ ଅଂଶଟି ଆବଦ୍ଧ ଚିତ୍ର ABCD ଦ୍ୱାରା କାଗଜ ପୃଷ୍ଠାରୁ ଅଲଗା ହୋଇଛି ତାକୁ ରଙ୍ଗିନ କରାଯାଇଛି । ABCD ଆୟତଚିତ୍ର ଓ ଏହା ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ ରଙ୍ଗିନ ଅଞ୍ଚଳକୁ ଏକାଠି ନେଲେ ଏହାକୁ ABCD ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର କୁହାଯାଏ ।



ଚିତ୍ର 10.16

ଏହି ରଙ୍ଗିନ୍ ଅଂଶର ପରିମାଣକୁ ABCD ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କୁହାଯାଏ ।

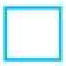
ଯେପରି ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପିବା ଲାଗି ମିଟରକୁ ଏକକ ରୂପେ ନିଆଯାଏ ଓ ତରଳ ପଦାର୍ଥର ପରିମାଣ ମାପିବା ପାଇଁ ଲିଟରକୁ ଏକକ ରୂପେ ନିଆଯାଏ, ସେହିପରି କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ମାପିବା ପାଇଁ 1 ମିଟର ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳକୁ 1 ବର୍ଗ ମିଟର କୁହାଯାଏ ଏବଂ ଏହାକୁ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ମାପିବା ଲାଗି ଏକକ ରୂପେ ନିଆଯାଏ । ଛୋଟ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ମାପିବା ପାଇଁ 1 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରକୁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ । ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ।

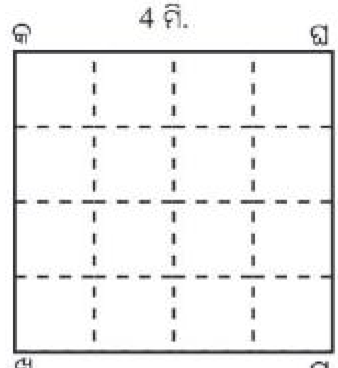
ଜାଣିଛ କି ?
1 ବର୍ଗ ମି. =10,000 ବର୍ଗ ସେ.ମି.
କାରଣ ଚିନ୍ତା କରି କହ ।

10.3.1. ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

ଆସ, ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ 4 ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁ ଥିବା ବର୍ଗ କ୍ଷେତ୍ରଟିଏ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।





ଚିତ୍ର 10.17

ଏହି ଚିତ୍ରଟି 1 ମି. ବାହୁ ଥିବା ଗୋଟିଏ ବର୍ଗଚିତ୍ର । ଏହାକୁ ମାପ ଏକକ ରୂପେ ବ୍ୟବହାର କରିବା । ଏହି ଆକାର ପଟି ନେଇ, ଏହାକୁ ଉପରିସ୍ଥ କଖଗଘ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଉପରେ ଥର ଥର କରି ପକାଇବା ଏବଂ ଏହା ମୋଟରେ କେତେ ଥର ରହିପାରିଛି ତାହା ଦେଖିବା । ଚିତ୍ର 10.17 ରୁ ଦେଖିଲେ, ବର୍ଗ ପଟିଟି ଗୋଟିଏ ଧାଡ଼ିରେ 4 ଥର ରହିଲା ଏବଂ 4 ଟି ଧାଡ଼ିରେ ରହି ପାରିଲା । ଏଣୁ 1ମି. ଦୀର୍ଘ ବର୍ଗ ପଟିଟି କଖଗଘ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଉପରେ $4 \times 4 = 16$ ଥର ରହି ପାରିଲା ।

ଏବେ କହ, କଖଗଘ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରରେ 1 ମିଟର ଦୀର୍ଘ ବର୍ଗ ପଟିଟି
16 ଥରରେ କେତେ ସ୍ଥାନ ଅଧିକାର କଲା ?
କଖଗଘ ବର୍ଗ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 16 ବର୍ଗ ମିଟର
ମାତ୍ର $16 = 4 \times 4$ ବା 4 ର ବର୍ଗ
ଏଣୁ 4 ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁ ଥିବା ବର୍ଗ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 4^2 ବର୍ଗ ମିଟର

ଜାଣିଛ କି ?
4×4 କୁ 4^2 ଭାବେ ଲେଖାଯାଏ, ଏଠାରେ ଆଧାର 4 ଓ ଘାତାଙ୍କ 2 । 4^2 କୁ 4 ର ବର୍ଗ କୁହାଯାଏ ।

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ,

ଗୋଟିଏ ବର୍ଗ କ୍ଷେତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ a ମି. ହେଲେ, ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = a^2 ବର୍ଗମିଟର

ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଲାଗି ସୂତ୍ରର ଆଲୋଚନା ହେବା ପରେ, ଶ୍ୟାମ ତା' ପାଖରେ ବସିଥିବା ଛାତ୍ର ରମନ୍‌କୁ ପଚାରିଲା - ''ଯଦି ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 9 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ହୁଏ. ତେବେ ତା'ର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ସେ.ମି. ହେବ ?''

ରମନ୍ ଟିକେ ଭାବି କହିଲା, 3 ସେ.ମି.

ଶ୍ୟାମ ପଚାରିଲା - ''କେମିତି ଜାଣିଲୁ ?''

ରମନ୍ କହିଲା - ''$3 \times 3 = 9$ ବା $3^2 = 9$

ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର (ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)^2 = କ୍ଷେତ୍ରଫଳ,

ତେଣୁ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 3 ସେ.ମି.

କହିଲ ଦେଖି
ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 25 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ହେବ ?

ଶ୍ୟାମ କହିଲା - ''ଆଚ୍ଛା, ଯଦି ଗୋଟାଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 324 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ତା'ର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କିପରି ଜାଣିବା ? ଯେତିକି ଗୁଣନ ଖଦା ଆମେ ଜାଣିଛୁ, ତା' ଭିତରେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ସହ ଗୁଣିଲେ ଗୁଣଫଳ 324 ହେବ ତାହା ତ ନାହିଁ ।''

ଉଭୟେ ସେହି ପ୍ରଶ୍ନଟି ଗୁରୁ ମା'ଙ୍କୁ ପଚାରିଲେ ।

ଗୁରୁ ମା' କହିଲେ – ''ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିଲେ ଯେଉଁ ଗୁଣଫଳ ମିଳେ ତାକୁ ଗୁଣାଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ କୁହାଯାଏ । ଯେପରି $3 \times 3 = 9$; ଆମେ କହୁ 9 ହେଉଛି 3 ର ବର୍ଗ

$4 \times 4 = 16$; ଏଣୁ 16 ହେଉଛି 4 ର ବର୍ଗ ।

ମନେ ରଖ, 3 କୁ 9 ର ବର୍ଗମୂଳ କୁହାଯାଏ ।

4 କୁ 16 ର ବର୍ଗମୂଳ କୁହାଯାଏ ।

ଏଣୁ 16 ର ବର୍ଗମୂଳ = 4 (କାରଣ 4 ଓ 4 ର ଗୁଣଫଳ = 16)

ବର୍ତ୍ତମାନ 324 ର ବର୍ଗମୂଳ ନିଜେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

ଗୁରୁ ମା'ଙ୍କ ଆଲୋଚନାରୁ ସମସ୍ତେ ଜାଣିଲେ ଯେ, ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ତା'ର ଗୁଣନୀୟକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଓ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଦୁଇଟି ସମାନ ଗୋଷ୍ଠୀରେ ପରିଣତ କରିପାରିଲେ,ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ ପାଇପାରିବା ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ସଭିଏଁ 324 ର ବର୍ଗମୂଳ ପାଇବା କାର୍ଯ୍ୟରେ ଲାଗିଲେ –

$324 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

$= 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 3 \times 3$

$= 18 \times 18$

324 ର ବର୍ଗମୂଳ = 18

ଏଣୁ ଯେଉଁ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 324, ତା'ର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = (324 ର ବର୍ଗମୂଳ) ମି:

= 18 ମି.

2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

ସମସ୍ତେ ଜାଣିଲେ –

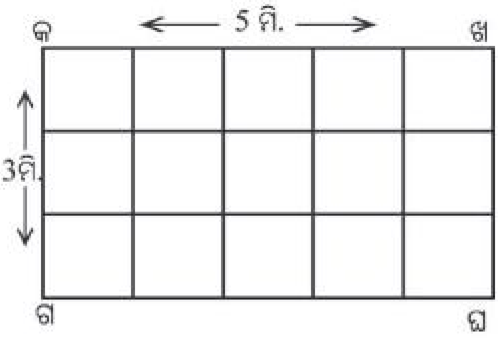
> ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ପରିମାଣର ବର୍ଗମୂଳ

10.3.2. ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ କଖଗଘ ଏକ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ର । ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 5 ମି. ଓ ପ୍ରସ୍ଥ 3 ମି. । ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ମାପିବା ।

1 ମି. ବାହୁ ଥିବା ବର୍ଗ ଆକୃତିର କାଗଜପଟିଟିଏ ଆଣି କଖଗଘ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ଗୋଟିଏ କଣରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ଥର ଥର କରି ରଖିବା ।

ଏବେ କହ –



- ଗୋଟିଏ ଧାଡ଼ିରେ ଏହା କେତେ ଥର ରହିପାରିବ ?
- ଏହିପରି କେତୋଟି ଧାଡ଼ିରେ ଏହା ରହିପାରିବ ?
- ମୋଟରେ କେତେ ଥର ରହି ପାରିଲା ? $5 \times 3 = 15$ ଥର
- ପ୍ରତି ଥର ବର୍ଗ କାଗଜ ପଟିର କେତେ ସ୍ଥାନ ଅଧିକାର କଲା ?
- ମୋଟରେ କେତେ ସ୍ଥାନ ଅଧିକାରକଲା ?

ଏଣୁ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର କଖଗଘ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 15×1ବର୍ଗ ମି.= 15 ବର୍ଗ ମି.

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର – ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥର ଗୁଣଫଳ = $5 \times 3 = 15$

ଏଣୁ a ମି. ଦୀର୍ଘ ଓ b ମି. ପ୍ରସ୍ଥ ବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $(a \times b)$ ବର୍ଗ ମିଟର

ଉଦାହରଣ - 3

5 ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳଠାରୁ ଏହାର ଦୁଇଗୁଣ ଦୀର୍ଘବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ଅଧିକ ?

ସମାଧାନ :

5 ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 5^2 ବର୍ଗ.ମି. = 25 ବର୍ଗ.ମି.

ଏହି କ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଦୁଇଗୁଣ = 5ମି. × 2 = 10 ମି.

10 ମି. ଦୀର୍ଘବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 10^2 ବର୍ଗ.ମି. = 100 ବର୍ଗ.ମି.

ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଦୁଇଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ପାର୍ଥକ୍ୟ = 100 ବର୍ଗ.ମି. – 25 ବର୍ଗ.ମି. = 75 ବର୍ଗ.ମି.

ଜାଣିଛ କି ?
5 ମି. ବର୍ଗାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଯାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 5 ମି.

ଉଦାହରଣ - 4

ଗୋଟିଏ 100 ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 2000 ବର୍ଗ ମିଟର । ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଅନ୍ୟ ଏକ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରସ୍ଥ, ପ୍ରଥମ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରସ୍ଥର 2 ଗୁଣ ହେଲେ,ନୂତନ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ :

ପ୍ରଥମ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 100 ମି.

କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 2000 ବର୍ଗ ମି.

ଏହାର ପ୍ରସ୍ଥ = $\frac{\text{କ୍ଷେତ୍ରଫଳ}}{\text{ଦୈର୍ଘ୍ୟ}} = \frac{2000}{100}$ ମି. = 20 ମି.

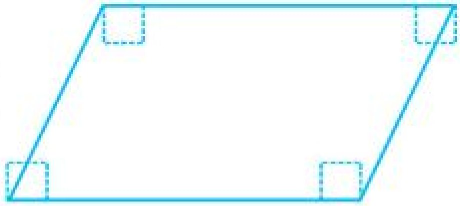
ପ୍ରଶ୍ନାନୁଯାୟୀ, ଦ୍ୱିତୀୟ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 100 ମି.

ପ୍ରସ୍ଥ = 2×20ମି. = 40ମି.

ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (100×40) ବର୍ଗ.ମି.

= 4000 ବର୍ଗ.ମି.

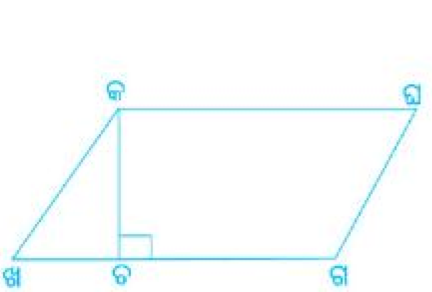
10.4. ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ



ଶ୍ରେଣୀରେ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଓ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଲୋଚନା ଯୋଶେଫ ଶୁଣୁଥିଲା । ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଲାଗି ସେ ମଧ୍ୟ ବର୍ଗାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କାଗଜ ପଟି ନେଇ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ମାପିବାର ଚେଷ୍ଟା କଲା ।

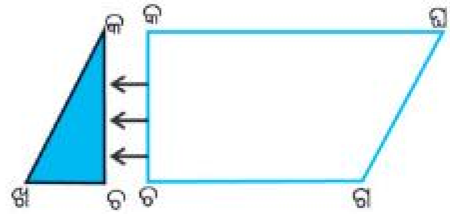
1 ସେ.ମି. ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗ ଆକୃତିର କାଗଜ ପଟିଟିଏ ନେଇ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଗୋଟିଏ କୋଣରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ରଖିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କଲା । ସେ ନେଇଥିବା ବର୍ଗ ଆକୃତିର ପଟିଟିର କିଛି ଅଂଶ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ବାହାରକୁ ଖସିଗଲା, ଅଥବା ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କିଛି ଅଂଶ ସେ ନେଇଥିବା କାଗଜ ପଟି ସହ ମିଶିଲା ନାହିଁ । ତେଣୁ ସେ କ'ଣ କରିବ କିଛି ଜାଣି ନ ପାରି ଗୁରୁ ମା'ଙ୍କୁ ତା'ର ଅସୁବିଧା କଥା କହିଲା ।

ତା'ପରେ ଗୁରୁ ମା' ନିମ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟଟି କରି ଦେଖାଇଲେ ।

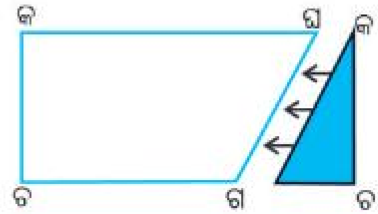


- ଖଣ୍ଡେ ପଟି କାଗଜ ନେଇ ତା' ଉପରେ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରଟିଏ ଅଙ୍କନ କଲେ ଓ ତା'ର ନାମ ଦେଲେ କଖଗଘ ।
- ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରଟିଏ ବ୍ୟବହାର କରି 'କ' ବିନ୍ଦୁରୁ ଖଗ ବାହୁ ପ୍ରତି ଲମ୍ବଟିଏ ଅଙ୍କନ କଲେ ଓ ତା'ର ନାମ ଦେଲେ କଚ ।

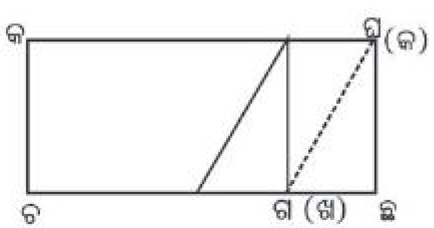
- ବର୍ତ୍ତମାନ କଖଗଘ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରକୁ ମୂଳ ପଟି କାଗଜରୁ ବାହାର କରି ଦେଲେ ।
- କଖଗଘ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ବାହୁମାନଙ୍କୁ ମାପି ଦେଇ ପାଇଲେ -
- ଘଗ = କଖ = 10 ସେ.ମି., କଘ = ଖଗ = 14 ସେ.ମି.
- ତା'ପରେ ଅଙ୍କନ କରିଥିବା ଲମ୍ବ କଚକୁ ମାପିଲେ, କଚ = 6 ସେ.ମି. ।



- ବର୍ତ୍ତମାନ କଚଖ ତ୍ରିଭୁଜ ଆକୃତିର ଖଣ୍ଡକୁ କାଟି ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଅବଶିଷ୍ଟ ଅଂଶଠାରୁ ଅଲଗା କରିନେଲେ ।
- ଅବଶିଷ୍ଟ କଚଗଘ ଅଂଶଟି ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।
- ତା'ପରେ କଚଖ ତ୍ରିଭୁଜ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପଟି କାଗଜ ଖଣ୍ଡକୁ ନେଇ ଏହାର 'କଖ' ଧାରକୁ ବଳକା ଖଣ୍ଡର 'ଘଗ' ଧାର ସହ ଯୋଡ଼ିଲେ ।



ଘଗ ଓ କଖ ଉଭୟ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ (ପ୍ରତ୍ୟେକ 10 ସେ.ମି.) । ତେଣୁ ସେ ଦୁଇଟି ଧାର ପୂରା ପୂରି ମିଶିଗଲା । ପଟି କାଗଜ ଦୁଇ ଖଣ୍ଡକୁ ଯୋଡ଼ି ଦେଲାପରେ ଯୋଡ଼ାଯାଇଥିବା ପଟିର ଆକୃତିକୁ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । 'ଚ' କଣ ଟିକୁ 'ଛ' ରୂପେ ନାମିତ କରାଯାଇଛି । ଯୋଡ଼ାଯିବା ପରେ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରଟିଏ ସୃଷ୍ଟି ହେଲା ।



'ଚଛ' ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = ଚଗ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ + ଖଚ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ

= ମୂଳ ଚିତ୍ରର ଖଗ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ

= 14 ସେ.ମି.

'କଚ' ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 10 ସେ.ମି.

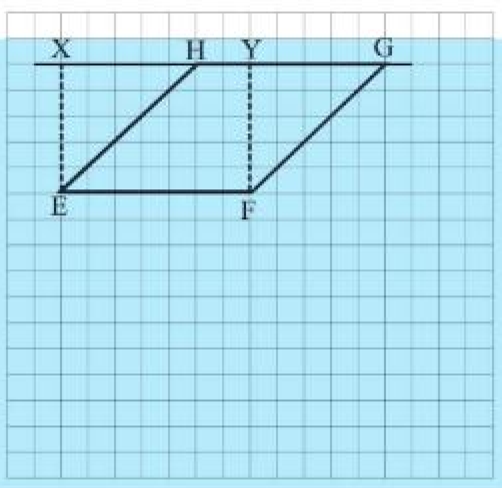
'କଚଛଘ' ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $l \times b = (14 \times 10)$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.

ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରସ୍ଥ 'କଚ' ହେଉଛି ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର କଖଗଘ ର 'କ' ଶୀର୍ଷରୁ ଖଗ ବାହୁ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ । ଏହି ଲମ୍ବ 'କଚ' କୁ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର 'ଖଗ' ବାହୁ ପ୍ରତି ଉଚ୍ଚତା କୁହାଯାଏ । 'ଖଗ' ବାହୁକୁ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଭୂମି କୁହାଯାଏ ।

ଏଣୁ ଦେଖିଲେ, **ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (ଭୂମି × ଉଚ୍ଚତା)** ବର୍ଗ ଏକକ

ଗୁରୁ ମା' ଯେପରି କାର୍ଯ୍ୟକରି ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ, ତୁମେ ସେହିପରି କାର୍ଯ୍ୟ କରି ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :



- ଗୋଟିଏ ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜ ଉପରେ EF ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର ।
- EF ସହ ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଅନ୍ୟ ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡ HG ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି EF ଓ GH ଗ୍ରାଫ କାଗଜର ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ରେଖା ଉପରେ ରହିବ । ଲକ୍ଷ୍ୟ ରଖିବ ଯେ, E ଓ H ଗ୍ରାଫ କାଗଜରେ ଉପରୁ ତଳକୁ ଥିବା କୌଣସି ଗୋଟିଏ ଗାର ଉପରେ ରହିବ ନାହିଁ ।
- ବର୍ତ୍ତମାନ, EH ଏବଂ FG ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦୁଇଟି ଅଙ୍କନ କର । ପାଇଥିବା EFGH କ୍ଷେତ୍ରଟି ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର । ଏହା ଭିତରେ ଥିବା ବର୍ଗଘରଗୁଡ଼ିକୁ ଗଣି ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ

କର (ବର୍ଗଘର ଗଣିବା ବେଳେ, ପୂରା ବର୍ଗ ଘରକୁ 1 ଗଣିବା, ବର୍ଗଘରର ଅଧାରୁ ଅଧିକ ଅଂଶକୁ 1 ଗଣିବା ଏବଂ ଅଧାରୁ କମ୍ ଅଂଶକୁ ଛାଡ଼ି ଦେବା) ।

- F ବିନ୍ଦୁରୁ HG ରେଖାଖଣ୍ଡ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରିବା ଓ ଲମ୍ବର ନାମ ନେବା FY ।
- GH ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ବାମଦିଗରେ ବଢ଼ାଇବା ଏବଂ E ବିନ୍ଦୁରୁ ବଢ଼ାଯାଇଥିବା ରେଖା ଉପରେ ଲମ୍ବଟିଏ ଅଙ୍କନ କରିବା, ଏହି ଲମ୍ବର ନାମ ଦେବା EX ।
- ଦେଖ, XEFY ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ହେଲା । ଗ୍ରାଫ କାଗଜର ବର୍ଗଘର ଗଣି XEFY ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
- ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖିପାରିବା ଯେ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର EFGH ଓ XEFY ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଉଭୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ ।

ଜାଣିଛ କି ?
ଏକା ଭୂମି ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ଏବଂ ଏକା ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ଓ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ ।

ଏହି ଚିତ୍ରରୁ ମଧ୍ୟ ଜଣା ପଡୁଛି, ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର HEFG ଓ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ର XEFY ଉଭୟର ଭୂମି EF ଏବଂ ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରର ଉଚ୍ଚତା ସମାନ ।

ପୁନଶ୍ଚ ଦେଖିଲେ -

ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର XEFY ର ପ୍ରସ୍ଥ XE ଓ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର HEFG ର ଉଚ୍ଚତା ମଧ୍ୟ XE ।

ମାତ୍ର ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= l \times b = (EF \times EX)$ ବର୍ଗ ଏକକ

ତେଣୁ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= (EF \times EX)$ ବର୍ଗ ଏକକ

ଅର୍ଥାତ୍ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (ଭୂମି × ଉଚ୍ଚତା) ବର୍ଗ ଏକକ

ତେଣୁ, ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସୂତ୍ର ଏହିପରି ଲେଖାଯାଇ ପାରିବ ।

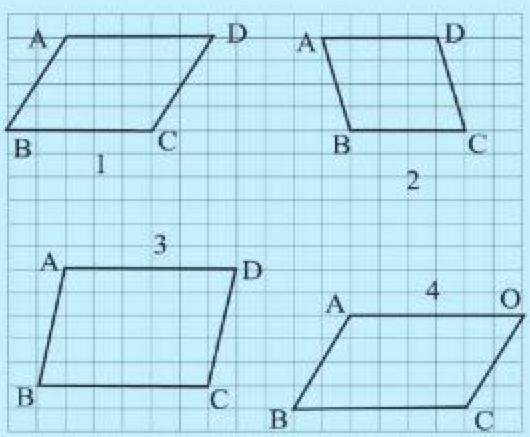
ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (ଭୂମି × ଉଚ୍ଚତା) ବର୍ଗଏକକ

କହିଲ ଦେଖି :
ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଜଣାଥିଲେ ଭୂମି କିପରି ବାହାରିବ ?

ସାରଣୀର ଖାଲିଘରେ ଲେଖ ।

ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜର ବର୍ଗଘରଗୁଡ଼ିକ ଗଣି ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ସାରଣୀରେ ଲେଖ ।

ଚିତ୍ର	ଭୂମି	ଉଚ୍ଚତା	କ୍ଷେତ୍ରଫଳ	ଭୂମି x ଉଚ୍ଚତା
1				
2				
3				
4				



ଉଦାହରଣ - 5

ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ୫.2 ସେ.ମି. । ଏହି ବାହୁ ପ୍ରତି ବିପରୀତ ବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 2.3 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

ସମାଧାନ :

ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଭୂମି = 8.2 ସେ.ମି., ଉଚ୍ଚତା = 2.3 ସେ.ମି.

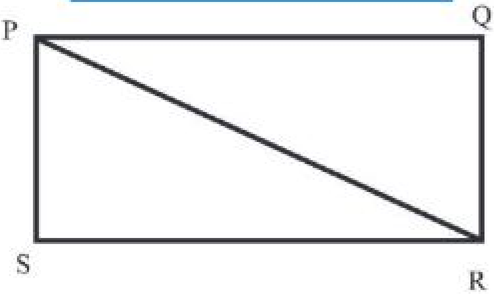
ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଭୂମି × ଉଚ୍ଚତା

$= (8.2 \times 2.3)$ ବର୍ଗ ସେ.ମି. = 18.86 ବର୍ଗ ସେ.ମି.

ଜାଣିଛ କି ?
ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ଯେକୌଣସି ବାହୁକୁ ଏହାର ଭୂମି ନିଆଯାଇପାରେ। ଏହି ବାହୁପ୍ରତି ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବକୁ ଏହାର ଉଚ୍ଚତା ରୂପେ ନିଆଯିବ।

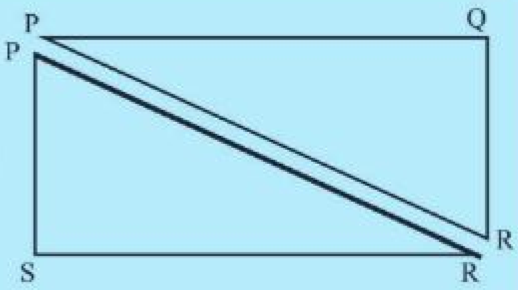
10.5 ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

ତୁମେ ଜାଣିଛ ଯେ, ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି କ୍ଷେତ୍ରର ଚାରିପଟେ ବାଡ଼ ଦେବା ପାଇଁ ହେଉଥିବା ଖର୍ଚ୍ଚ, ତା'ର ପରିସୀମା ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ। ସେହିପରି ସେହି କ୍ଷେତ୍ରକୁ ଚାଷ କରିବା, ଗୋଡ଼ି ବିଛାଇବା, ଘାସ ଲଗାଇବା ଆଦି କାର୍ଯ୍ୟ ପାଇଁ ତା'ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ। ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ ଆସ ଦେଖିବା।



ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ଗୋଟିଏ କାଗଜରେ ଆୟତ ଚିତ୍ରଟିଏ କରି ତାର ନାମ PQRS ଦିଅ।
- ଏହାର PR କର୍ଣ୍ଣକୁ ଯୋଗ କରି, ଏହି ଧାରରେ କାଟି ଦିଅ।
- ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଥିବା PRS ତ୍ରିଭୁଜକୁ PRQ ତ୍ରିଭୁଜ ଉପରେ ପକାଇ ସେମାନଙ୍କର ସଂପର୍କ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର। କ'ଣ ଦେଖିଲ ?
- ଦୁଇଟି ଯାକ ତ୍ରିଭୁଜ ସର୍ବସମ କି ?
- ଏବେ କହ - ଦୁଇଟି ଯାକ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ ହେବ କି ?



ଲକ୍ଷ୍ୟ କର -

- ମିଳିଥିବା ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ସମକୋଣକୁ ଲାଗିଥିବା ଗୋଟିଏ ବାହୁ ହେଉଛି ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଅନ୍ୟ ବାହୁ ହେଉଛି ପ୍ରସ୍ଥ।
- ଦୁଇଟି ଯାକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ପରସ୍ପର ସହ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପେ ମିଳିଗଲା। ଏଣୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଦୁଇଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ।
- ଦୁଇଟି ଯାକ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଯୋଗଫଳ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସହ ସମାନ।

ଜାଣିଛ କି ?
ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣ ଏହାକୁ ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ ପରିଣତ କରେ।

ତେଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ,

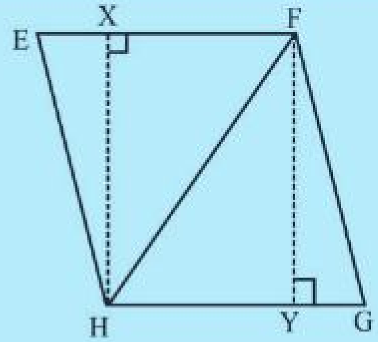
ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଥିବା ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ମୂଳ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅଧା

ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \frac{1}{2} \times$ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= \frac{1}{2} \times$ (ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ପ୍ରସ୍ଥ) ବର୍ଗ ଏକକ

ବା $\frac{1}{2} \times$ (ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ) ବର୍ଗ ଏକକ

ନିଜେ କରି ଦେଖ :



- ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର । ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଳି ତାର ନାମକରଣ କର ।
- ଏହାର ଦୁଇ ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଡି ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣ ଅଙ୍କନ କର ।
- ଆଙ୍କିଥିବା ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର (EFGH)କୁ ତାର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣ (FH) ର ଧାରରେ କାଟିଲେ ଯେଉଁ ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେବ, ସେମାନଙ୍କୁ ଗୋଟିଏ ଉପରେ ଆଉ ଗୋଟିଏ ପକାଇ ତାଙ୍କର ସଂପର୍କ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । କ'ଣ ପାଇଲ ?
- ଉତ୍ପନ୍ନ EFH ତ୍ରିଭୁଜ ଓ GFH ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟ ସମ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ।
- EFH ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + GFH ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ
- = EFGH ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ।
- EFH ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = GFH ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= \frac{1}{2} \times$ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

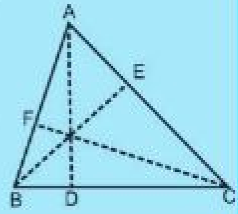
ବା $\frac{1}{2} \times ($ଭୂମି $\times$ ଉଚ୍ଚତା$)$ ବର୍ଗ ଏକକ

ଜାଣିଛ କି ?

ABC ତ୍ରିଭୁଜର BC ବାହୁକୁ ଭୂମି ନେଲେ, AD ହେବ ଉଚ୍ଚତା ।

AC ବାହୁକୁ ଭୂମି ନେଲେ, BE ହେବ ଉଚ୍ଚତା ।

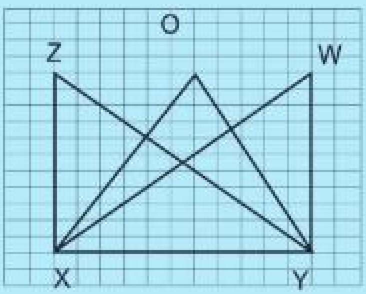
AB ବାହୁକୁ ଭୂମି ନେଲେ, CF ହେବ ଉଚ୍ଚତା ।



ଏଥିରୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ, ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \frac{1}{2} \times ($ଭୂମି $\times$ ଉଚ୍ଚତା$)$ ବର୍ଗ ଏକକ

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ଗୋଟିଏ ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜରେ ଗୋଟିଏ ଭୂମି XY ଉପରେ 3 ଟି ତ୍ରିଭୁଜ XYZ, OXY ଏବଂ WXY ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି Z, O ଏବଂ W ଗ୍ରାଫ କାଗଜର ଗୋଟିଏ ବାମ-ଡାହାଣ ଗାର ଉପରେ ରହିବ ।
- ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜର ଘର ଗଣି ପ୍ରତ୍ୟେକ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
- ତ୍ରିଭୁଜ ତିନୋଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳରେ କ'ଣ ସଂପର୍କ ଲକ୍ଷ୍ୟକରୁଛ ଲେଖ ।



ଉଦାହରଣ - 6

ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମି 20 ସେ.ମି. ଓ ଉଚ୍ଚତା 5.3 ସେ.ମି. ହେଲେ,ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

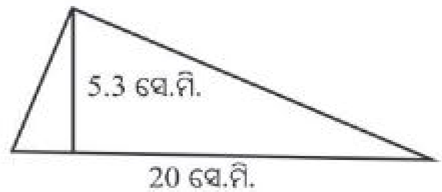
ସମାଧାନ -

ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମି 20 ସେ.ମି. ଓ ଉଚ୍ଚତା 5.3 ସେ.ମି.

$\therefore$ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \frac{1}{2}$ (ଭୂମି $\times$ ଉଚ୍ଚତା) ବର୍ଗ ଏକକ

$= \frac{1}{2} \times (20 \times 5.3)$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.

$= 53$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.



10.6. କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ମାପ ଲାଗି ବ୍ୟବହୃତ ଏକକ ।

କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ମାପଲାଗି ବ୍ୟବହୃତ ଏକକ ସଂପର୍କରେ ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଛେ ।

1 ବର୍ଗ.ମି. = 10000 ବର୍ଗ ସେ.ମି.

ସେହିପରି 1 କି.ମି. = 1000 ମି.

ତେଣୁ 1 ବର୍ଗ କି.ମି. = $(1000)^2$ ବର୍ଗ.ମି.

= 1,000,000 ବର୍ଗ.ମି.

1 ସେ.ମି. = 10 ମି.ମି.

$\therefore$ 1 ବର୍ଗ ସେ.ମି. = $(10)^2$ ବର୍ଗ ମି.ମି.

= 100 ବର୍ଗ ମି.ମି.

କହିଲ ଦେଖି :
1000 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ସହ କେତେ ବର୍ଗ ମିଟର ସମାନ ?

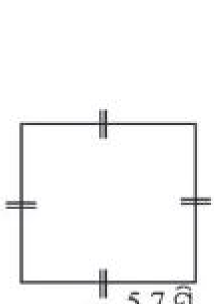
ଉତ୍ତର ଲେଖ

(କ) 1000 ବର୍ଗ ମି.ମି. ସହ କେତେ ବର୍ଗ ମିଟର ସମାନ ?

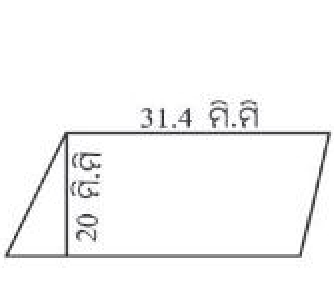
(ଖ) 100 ବର୍ଗ.ମି. ସହ କେତେ ବର୍ଗ ସେ.ମି. ସମାନ ?

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 10.3

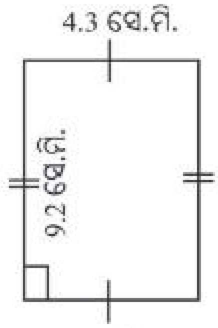
1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



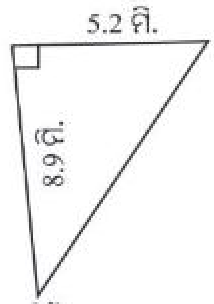
(a)



(b)



(c)



(d)

2. ଶୂନ୍ୟ କୋଠରିଗୁଡ଼ିକ ପୂରଣ କର।

କ୍ଷେତ୍ରର ନାମ	କ୍ଷେତ୍ରଫଳ	ଭୂମି	ଉଚ୍ଚତା
ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର	174 ବର୍ଗ.ମି.	15 ମି.	?
ତ୍ରିଭୁଜ	1 ବର୍ଗ ମି.	?	2.5 ସେ.ମି.
ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର	1 ବର୍ଗ. କି.ମି.	?	2000 ମି.
ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର	15.36 ବର୍ଗ.ମି.ମି.	4.8 ମି.ମି.	?
ତ୍ରିଭୁଜ	64.95 ବର୍ଗ.ମି.	?	15 ମି.

3. ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 500 ବର୍ଗ.ମି. I ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 25 ମି. । ଏହାର ପ୍ରସ୍ଥ କେତେ ? ଏହି କ୍ଷେତ୍ରର ଚାରିପାଖରେ ବାଡ଼ ଦେବା ଲାଗି ମିଟର ପ୍ରତି ଟ 9.50 ହିସାବରେ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ?

4. 15 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ଗୋଟିଏ 15 ସେ.ମି. ଭୂମି ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସହ ସମାନ ହେଲେ ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା କେତେ ?

5. ତ୍ରିଭୁଜ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଖଣ୍ଡେ ଜମିର ଭୂମି 60ମି. ଓ ଉଚ୍ଚତା 20 ମି. । ବର୍ଗ ମିଟର ପ୍ରତି ଜମିର ଦାମ୍ 1500 ଟଙ୍କା ହେଲେ, ସେହି ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଜମିର ଦାମ୍ କେତେ ହେବ ସ୍ଥିର କର।

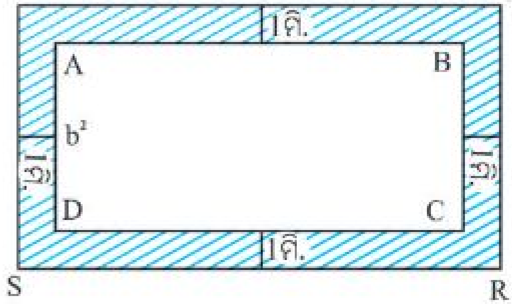
6. 50 ସେ.ମି. ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି 1 ବର୍ଗ ମିଟର ଅଟେ। ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 160 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଅନ୍ୟ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ?

10.7. ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଭିତର ବା ବାହାର ଧାରକୁ ଲାଗି ରହିଥିବା କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

ତୁମେ ଦେଖିବ ଯେ, କେତେକ ଘରର ଚାରିପଟେ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପାଦଚଲା ରାସ୍ତା ଥାଏ। ତୁମ ବହି ପୃଷ୍ଠାର ଚାରି ଧାର ଆଡ଼କୁ ମଧ୍ୟ ଖାଲିସ୍ଥାନ ଅଛି।

ତୁମେ ଏହିଭଳି କେତୋଟି କ୍ଷେତ୍ରର ଉଦାହରଣ ଦିଅ।

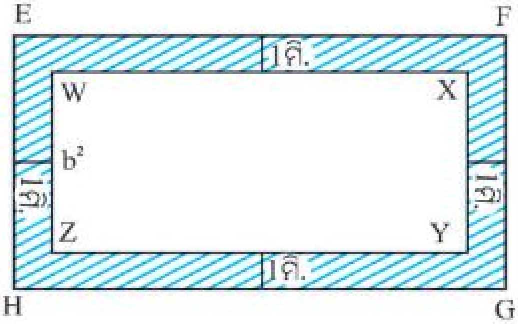
ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ABCD ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର। ଏହାର ଚାରିଧାରକୁ ଲାଗି ସମାନ ଚଉଡ଼ାର ଏକ ଚିତ୍ରିତ ଅଞ୍ଚଳ ରହିଛି। ଏହି ଅଞ୍ଚଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା। ଚିତ୍ରିତ ଅଞ୍ଚଳଟିର ଚଉଡ଼ା ସବୁପାଖରେ ସମାନ ହେଉଥିବାରୁ PQRS ମଧ୍ୟ ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର। ଏଣୁ ଚିତ୍ରିତ ଅଞ୍ଚଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = PQRS ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ – ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ABCD କ୍ଷେତ୍ରଫଳ।



ଏହି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ପ୍ରଶ୍ନର ଆଲୋଚନା ନିମ୍ନରେ କରାଗଲା।

ଉଦାହରଣ -7

20 ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ 15ମି. ପ୍ରସ୍ଥ ବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଚାରିପଟେ 1ମି. ଓସାରର ରାସ୍ତା ତିଆରି କରାଗଲା । ଏହି ରାସ୍ତାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?



ସମାଧାନ :

ମନେକର WXYZ ଉକ୍ତ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ।

ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ =20ମି, ପ୍ରସ୍ଥ = 15ମି

ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (20×15)ବର୍ଗ ମି.

= 300 ବର୍ଗ ମି.

ଏହାର ଚାରିପଟେ (ଚିହ୍ନିତ ଅଂଶରେ) 1ମି. ଓସାରର ରାସ୍ତା ତିଆରି ହେବ । ଫଳରେ EFGH ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ସୃଷ୍ଟି ହେଲା ।

EFGH ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ EF = 20 ମି. + 2ମି.= 22 ମି., ପ୍ରସ୍ଥ EH = (15 ମି. + 2ମି.) = 17 ମି.

$\therefore$ EFGH ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (ଦୈର୍ଘ୍ୟ $\times$ ପ୍ରସ୍ଥ) ବର୍ଗ ଏକକ

= (22×17) ବର୍ଗ ମି.

= 374 ବର୍ଗ.ମି.

ରାସ୍ତାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = EFGH ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ – WXYZ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

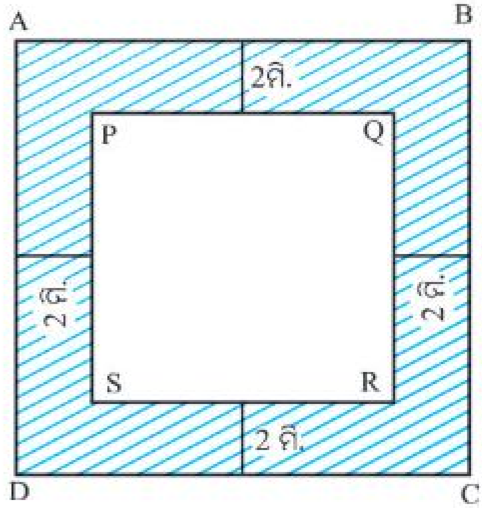
= 374 ବର୍ଗ ମି. – 300 ବର୍ଗ ମି

= 74 ବର୍ଗ ମି.

$\therefore$ ରାସ୍ତାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ହେଉଛି 74 ବର୍ଗ ମି. ।

ଉଦାହରଣ - 8

ଗୋଟିଏ 40 ମିଟର ବର୍ଗାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଚଟାଣର ଭିତର ଧାରକୁ ଲାଗି 2ମି. ଚଉଡ଼ାର ରଂଗ କରାଯିବ । ଏଥିରେ ବର୍ଗ ମିଟରକୁ 2.50 ଟଙ୍କା ହିସାବରେ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ?



ସମାଧାନ :

ମନେକର ABCD ହେଉଛି ବର୍ଗାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଚଟାଣ । ଏହାର ଭିତର ପଟେ ଥିବା ଚିତ୍ରିତ ଅଂଶ ରଂଗ କରାଯିବ ।

ABCD ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ବାହୁ $\times$ ବାହୁ

= (40×40) ବର୍ଗ ମିଟର

= 1600 ବର୍ଗ ମିଟର

ABCD ଭିତର ପଟେ ଚାରିଧାରକୁ ଲାଗି ସମାନ ଚଉଡ଼ାର ରଙ୍ଗ କରାଯିବ । ତେଣୁ PQRS ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ହେବ ।

PQRS ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁ = 40 ମି. - (2×2) ମିଟର

= 36 ମିଟର

∴ PQRS ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (36×36) ବର୍ଗ ମିଟର

= 1296 ବର୍ଗ ମିଟର

ରଂଗ କରାଯିବା ଅଂଶର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ABCD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ – PQRS ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= 1600 ବର୍ଗ ମିଟର – 1296 ବର୍ଗ ମିଟର

= 304 ବର୍ଗ ମିଟର

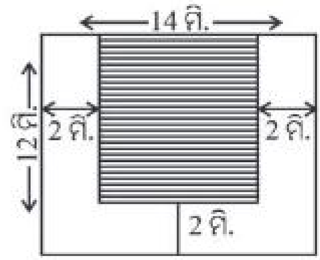
1 ବର୍ଗ ମି. କୁ ରଂଗ କରିବା ଖର୍ଚ୍ଚ = ଟ 2.50

∴ 304 ବର୍ଗ ମିଟର ପାଇଁ ଖର୍ଚ୍ଚ = ଟ 2.50 × 304

= 760 ଟଙ୍କା

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 10.4

1. ଗୋଟିଏ 45 ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ 20 ମି. ପ୍ରସ୍ଥ ବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଭିତର ପାଖରେ ଏହାର ଧାରକୁ ଲାଗି 2.5 ମି. ଚଉଡ଼ା ଅଞ୍ଚଳରେ ଗୋଡ଼ି ବିଛା ଯିବ 1 ବର୍ଗ.ମି. ପ୍ରତି ଗୋଡ଼ି ବିଛାଇବା ଖର୍ଚ୍ଚ 4 ଟଙ୍କା ହେଲେ, ଗୋଡ଼ି ବିଛାଇବା ଲାଗି ମୋଟ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ?
2. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରର ଚିହ୍ନିତ ଅଂଶର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



3. 60 ମି. ଚଉଡ଼ା ଓ 75 ମି. ଲମ୍ବ ପଡ଼ିଆର ଋରିପଟେ 1.5 ମି. ଓସାରର ଘାସ ବିଛାଇବା ପାଇଁ ବର୍ଗ.ମି. ପ୍ରତି 3 ଟଙ୍କା ହିସାବରେ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ?
4. 40 ମିଟର ଦୀର୍ଘ ଓ 30 ମିଟର ଓସାର ବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଭିତର ଧାରକୁ ଲାଗି 1 ମିଟର ଚଉଡ଼ାର ଅଞ୍ଚଳରେ ମାଟି ବିଛାଇବା ପାଇଁ ବର୍ଗ ମିଟର ପ୍ରତି 8 ଟଙ୍କା ହିସାବରେ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ?
5. ଗୋଟିଏ ସ୍କୁଲରେ ଥିବା 20 ମିଟର ଲମ୍ବ ଓ 12 ମିଟର ଓସାରର ପ୍ରାର୍ଥନା ସଭାଗୃହର ଭିତର ଧାରକୁ ଲାଗି 1 ମିଟର ଚଉଡ଼ା ସ୍ଥାନରେ ବର୍ଗାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଟାଇଲ୍ ବିଛାଯିବ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଟାଇଲିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 25 ସେ.ମି. ହେଲେ, ମୋଟରେ କେତୋଟି ଟାଇଲି ଲାଗିବ ?
6. ଗୋଟିଏ ବର୍ଗାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପଡ଼ିଆର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 40 ମି. । ପଡ଼ିଆର ଧାରକୁ ଲାଗି ବାହାର ପାଖରେ ଏହାର ସମାନ ଚଉଡ଼ାର ରାସ୍ତାଟିଏ ତିଆରି ହେଲା । ବର୍ଗମିଟର ପ୍ରତି 10 ଟଙ୍କା ହାରରେ ସେହି ରାସ୍ତା ତିଆରି କରିବା ଲାଗି ମୋଟ 1640 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ ହେଲା । ତେବେ :

   (କ) ପଡ଼ିଆର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

   (ଖ) ରାସ୍ତାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

   (ଗ) ପଡ଼ିଆ ସହିତ ରାସ୍ତାକୁ ଏକାଠି ନେଲେ ଯେଉଁ କ୍ଷେତ୍ରଟି ହେଲା ତାହା କି ପ୍ରକାର କ୍ଷେତ୍ର ?

   (ଘ) ଏହି କ୍ଷେତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

   (ଙ) ରାସ୍ତାର ଚଉଡ଼ା କେତେ ?

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- କାଗଜ ଉପରେ 3 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତ ତିଆରି କର। ଏହାକୁ କାଗଜରୁ କାଟି ଅଲଗା କରିଦିଅ ଓ ବୃତ୍ତ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କାଗଜଟିର ଗୋଟିଏ ପାଖକୁ ନାଲି ରଙ୍ଗ ଦିଅ।
- ସେହିପରି ଅଲଗା ଅଲଗା କାଗଜ ଉପରେ 4 ସେ.ମି. 5 ସେ.ମି., 6 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ପୂର୍ବଭଳି କାମକରି ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ରଙ୍ଗ ଦିଅ।
- ଏବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବୃତ୍ତାକୃତି କାଗଜକୁ ଏପରି ସଜାଅ ଯେପରି ପ୍ରତ୍ୟେକର କେନ୍ଦ୍ରବିନ୍ଦୁ ଗୋଟିଏ ସ୍ଥାନରେ ରହିବ। କ୍ଷେତ୍ରଫଳରେ ଅଧିକରୁ କମ୍ ଅନୁଯାୟୀ ବୃତ୍ତାକୃତି କାଗଜଗୁଡ଼ିକୁ ତଳୁ ଉପରକୁ ରଖିବ।
- ଏବେ କିପରି ଦେଖାଯାଉଛି ତାହାକୁ ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଅ।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ଏକାଦଶ ଅଧ୍ୟାୟ

FQH12T

ତଥ୍ୟ ପରିଚାଳନା

11.1 ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ :

ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମେ ତଥ୍ୟ ପରିଚାଳନାରେ ତଥ୍ୟ, ତା'ର ବିଶ୍ଳେଷଣ ଓ ତଥ୍ୟର ଲିପିବଦ୍ଧକରଣ ସଂପର୍କରେ ଜାଣିଛେ । ଗୋଟିଏ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ପଢୁଥିବା 246 ଜଣ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀଙ୍କର ବୟସ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ କରି ଏହାକୁ ଗୋଟିଏ ସାରଣୀରେ ଲିପିବଦ୍ଧ କରାଯାଇଛି ।

ବୟସ	ପିଲା ସଂଖ୍ୟା
6	30
7	34
8	36
9	40
10	38
11	37
12	31

ଏବେ ସାରଣୀ ଦେଖି ତଳ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଲେଖ –

(କ) କେଉଁ ବୟସର ପିଲାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ସର୍ବାଧିକ ?

(ଖ) କେଉଁ କେଉଁ ଦୁଇଟି ବୟସର ପିଲାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟାର ପାର୍ଥକ୍ୟ 2 ?

(ଗ) 10 ବର୍ଷ ବା ତା'ଠାରୁ ଅଧିକ ବୟସର ପିଲାମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

(ଘ) ସର୍ବନିମ୍ନ ବୟସ ଓ ସର୍ବାଧିକ ବୟସର ପିଲାମାନଙ୍କର ଅନୁପାତ କେତେ ?

ଏହି ଶ୍ରେଣୀରେ ତଥ୍ୟ ପରିଚାଳନା ସଂପର୍କୀୟ ଆମେ ଅଧିକ ଆଲୋଚନା କରିବା । କୌଣସି ଘଟଣା ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବନା ଓ ତା'ର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜାଣିବା ।

11.2 ସମ୍ଭାବନାର ଧାରଣା

ଆମ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଘଟୁଥିବା କେତେକ ଘଟଣାବଳୀ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି । ଆସ, ସେ ସବୁକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା ।

- ଆଜି କୋରାପୁଟରେ ବର୍ଷା ହେବାର ଅଧିକ ସମ୍ଭାବନା ଅଛି । (ଏଠାରେ ବାଦଲଘେରା ଆକାଶକୁ ଦେଖି ଏହା କୁହାଯାଇ ପାରିବ)
- ପେଟ୍ରୋଲ ଦର ବଢ଼ିବାର ଯଥେଷ୍ଟ ସମ୍ଭାବନା ଅଛି । (ପେଟ୍ରୋଲ ପମ୍ପ, ଖବରକାଗଜ ବା ଟେଲିଭିଜନରୁ ଏ ସଂପର୍କରେ ତଥ୍ୟ ହାସଲ କରି ଏହା କୁହାଯାଇପାରିବ)
- ବର୍ଷା ନାହିଁ, ଏଣୁ ପରିବା ଦର ବଢ଼ିବାର ସମ୍ଭାବନା ଅଛି । (ଏବେ କହ, କେଉଁଠାରୁ ତଥ୍ୟ ପାଇ ତୁମେ ଏହା କହିପାରିବ ?)
- ରମେଶ ପରୀକ୍ଷାରେ ପାସ୍ କରିବା ନେଇ ମୋର ସନ୍ଦେହ ଅଛି । (କେଉଁ ସୂତ୍ରରୁ ତଥ୍ୟ ପାଇ ତୁମେ ଏହା କହିପାରିବ ?)
- କ୍ରିକେଟ୍ ମ୍ୟାଚ୍‌ରେ ତୁମ ଦଳ ଟସ୍ ଜିତିବାର 50 - 50 ସମ୍ଭାବନା ରହିଛି ।

ପୂର୍ବପୃଷ୍ଠାରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସମସ୍ତ ଉକ୍ତିକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କଲେ ଜଣାଯାଏ ଯେ, କେତେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଘଟଣାଟି ଘଟିବା ସମ୍ଭାବନା ଅଧିକ । ଅନ୍ୟ କେତେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଘଟଣା ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବନା ଖୁବ୍ କମ୍ । ଆଉ କେତେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଘଟଣା ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବନା ଯେତିକି ଅଛି, ଘଟଣା ନ ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବନା ସେତିକି ଅଛି ।

ଆମେ ଯଦି କହିବା, ଦୁଇଟି ସମଘନ ମଧ୍ୟରେ ଯେଉଁଟିର ଆୟତନ ଅଧିକ ତାହାର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମଧ୍ୟ ଅଧିକ କିମ୍ବା ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟରେ ଯେଉଁ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଅଧିକ ତାହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅଧିକ । ଉଭୟ ଉକ୍ତି ସର୍ବଦା ନିଶ୍ଚିତ । ଭାରତ ଓ ଅଷ୍ଟ୍ରେଲିଆ ଦୁଇ ଦେଶର ଟିମ୍ ମଧ୍ୟରେ ହେଉଥିବା ମ୍ୟାଚ୍‌ରେ ଭାରତର ଜିତିବାର ସମ୍ଭାବନା ଯେତିକି, ଅଷ୍ଟ୍ରେଲିଆର ଜିତିବାର ସମ୍ଭାବନା ସେତିକି ।

ସମ୍ଭାବନା, ଆଶା କରାଯାଏ, ସନ୍ଦେହ ରହିଛି, ଏହି ସବୁ ଶବ୍ଦକୁ ଗଣିତରେ **ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ଶବ୍ଦ** ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

କହିଲ ଦେଖି :

ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ତିନୋଟି ପରିସ୍ଥିତି ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ନିଶ୍ଚୟ ଘଟିବ, କେଉଁଟି ଆଦୌ ଘଟିବ ନାହିଁ ଓ କେଉଁଟି ଘଟିପାରେ, ନ ଘଟିପାରେ ମଧ୍ୟ ?

ପ୍ରଥମ ପରିସ୍ଥିତି : ଗୋଟିଏ ଚାନ୍ଦ୍ରାୟଣ ମାସ ମଧ୍ୟରେ ପୂର୍ଣ୍ଣିମୀ ଦୁଇ ଥର ପଡ଼ିବ ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିସ୍ଥିତି : ଯେକୌଣସି ଇଂରାଜୀ ମାସର 1 ତାରିଖରୁ 8 ତାରିଖ ମଧ୍ୟରେ ଦୁଇଥର ସୋମବାର ପଡ଼ିବ ।

ତୃତୀୟ ପରିସ୍ଥିତି : ଗୋଟିଏ ଚାନ୍ଦ୍ରାୟଣ ମାସରେ ଅମାବାସ୍ୟା ଥରେ ପଡ଼େ ।

✍ ତୁମର ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର ଘଟଣାବଳୀକୁ ମନେପକାଇ ''ନିଶ୍ଚୟ ଘଟୁଥିବା'' ତିନୋଟି ଘଟଣାର ଉଦାହରଣ ଦିଅ । ସେହିପରି ''ଆଦୌ ଘଟିବ ନାହିଁ'' ପାଇଁ ତିନୋଟି ପରିସ୍ଥିତିର ଉଦାହରଣ ଲେଖ ।

11.3 ମୁଦ୍ରା ଟସ୍ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମ୍ଭାବନା

ସାଧାରଣ ଜୀବନରେ ଆମେ ସମ୍ଭାବନାକୁ କମ୍ ବା ଅଧିକ ଭଳି ଶବ୍ଦ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶ କରିଥାଉ । ଏହା ଦ୍ୱାରା ସମ୍ଭାବନାର ପରିମାଣ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ହେଉନାହିଁ । ସମ୍ଭାବନାର ପରିମାଣକୁ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିଲେ ସେ ଅସୁବିଧା ଦୂର ହୋଇପାରିବ । ଏଠାରେ ସମ୍ଭାବନାକୁ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ଲାଗି ଚେଷ୍ଟା କରିବା ।

H (ହେଡ୍)   T (ଟେଲ୍)

ତୁମେ ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରା ନେଇ ଟସ୍ ପକାଇଲେ ହେଡ୍ ବା ଟେଲ୍ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ପଡ଼ିବ କହିପାରିବ କି ?

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରା ନିଅ ।
- ଏହାର ହେଡ୍ ଓ ଟେଲ୍‌କୁ ଚିହ୍ନଟ କର ।
- ସେହି ମୁଦ୍ରାକୁ ଥର ଥର କରି 20 ଥର ଟସ୍ ପକାଇ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର ମୁଦ୍ରାର କେଉଁ ପାଖ ପଡ଼ିଲା ତାହା ଗୋଟିଏ ସାରଣୀରେ ଲେଖ ।
- 20 ଥର ମଧ୍ୟରୁ କେତେ ଥର ହେଡ୍ ପଡ଼ିଲା ଓ କେତେ ଥର ଟେଲ୍ ପଡ଼ିଲା ଗଣି ଲେଖ ।

ସୀଲା ଓ ମୀରା 14 ଥର ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ ଟସ୍ ପକାଇଲେ ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର ମୁଦ୍ରାର ଯେଉଁ ପାଖଟି ପଡ଼ିଲା ତାହା ଲେଖିଲେ । ସାରଣୀରେ ହେଡ୍ ପାଇଁ H ଓ ଟେଲ୍ ପାଇଁ T ବ୍ୟବହାର କରି ସାରଣୀଟି ପୂରଣ କରାଯାଇଛି ।

ଟସ୍‌ର କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
ଫଳାଫଳ	H	H	H	H	T	T	H	H	H	H	T	H	T	T

ଉପରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସାରଣୀଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

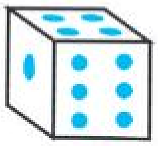
ଏହି ସାରଣୀରେ ଲେଖାଥିବା H ଓ T ର କ୍ରମରେ କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂରଚନା ଥିବାର ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ କି ?

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର, ଏଠାରେ କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂରଚନା ନାହିଁ । ତୁମେ ଯେତେବେଳେ ମୁଦ୍ରାଟିକୁ ଟସ୍ ପକାଇବ ସେତେବେଳେ ହେଡ୍ (H) କିମ୍ବା ଟେଲ୍ (T) ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ପଡ଼ିବ । ଅର୍ଥାତ୍, କୌଣସି ଏକ ଟସ୍‌ରେ ତୁମେ ହେଡ୍ ପାଇବ କିମ୍ବା ଟେଲ୍ ପାଇବ । ଏଥିରେ ମୋଟ ସମ୍ଭାବ୍ୟ **ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା 2** ।

11.4 ଲୁଡୁ ଗୋଟି ଗଡ଼ାଇବାରେ ସମ୍ଭାବନା

ତୁମେ ଲୁଡୁଗୋଟି ଦେଖିଥିବ । ଏହାର କେତୋଟି ପାଖ ଥାଏ ?

ଲୁଡୁଗୋଟିରେ 6 ଟି ପାଖ ଥାଏ ଏବଂ 6 ଟି ପାଖରେ 1 ଠାରୁ 6 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ବିନ୍ଦୁମାନ ଥାଏ । ତୁମେ ଲୁଡୁ ଗୋଟି ଗଡ଼ାଇଲେ ଗୋଟିର ଯେଉଁ ପାଖଟି ଉପରକୁ ରହିବ ସେହି ପାଖରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗଣି କ'ଣ ଦାନ ପଡ଼ିଲା, ତାହା ସ୍ଥିର କରିଥାଅ । ବେଳେବେଳେ ଲୁଡୁ ଖେଳିଲା ବେଳେ ଖେଳରେ ଜିତିବା ଲାଗି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦାନ ପାଇବାଲାଗି ତୁମେ ଆଶା କରିଥାଅ । ତୁମେ ଆଶା କରୁଥିବା ଦାନ (ସଂଖ୍ୟା) ସବୁବେଳେ ପାଇଥାଅ କି ? ତାହା ତୁମେ ପାଇପାର, ନ ପାଇ ପାର ମଧ୍ୟ । ଆମେ ଜାଣନ୍ତି ଯେ, ଲୁଡୁଗୋଟି ଗଡ଼ାଇଲେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପଡ଼ିବ, ତାହା ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଭାବେ ପୂର୍ବରୁ କୁହାଯାଇପାରିବ ନାହିଁ ।



ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ତୁମେ ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟି ନିଅ ।
- ଏହାକୁ ଗଡ଼ାଅ । ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଟି ପଡ଼ିବ, ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଥିବା ସେହି ସଂଖ୍ୟା ସିଧାରେ ଟାଲି ଚିହ୍ନ ଦିଅ ।
- ଏହିପରି 30 ଥର ଗଡ଼ାଇବା ପରେ ଟାଲି ଚିହ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ ଗଣି କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ଥର ପଡ଼ିଲା ତାହା ପୂରଣ କର ।

ଲୁଡୁଗୋଟିରେ ପଡୁଥିବା ସଂଖ୍ୟା	ଟାଲି ଚିହ୍ନ	ମୋଟ କେତେ ଥର ପଡ଼ିଲା
1		
2		
3		
4		
5		
6		

- ତୁମେ ତିଆରି କରିଥିବା ସାରଣୀକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଲେଖ ।

(କ) କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଟି ସବୁଠାରୁ ଅଧିକ ଥର ପଡ଼ିଲା ଓ କେତେଥର ପଡ଼ିଲା ?

(ଖ) କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଟି ସବୁଠାରୁ କମ୍ ଥର ପଡ଼ିଲା ଓ କେତେଥର ପଡ଼ିଲା ?

ଲୁଡୁଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡ଼ାଇଲେ ଆମେ 1, 2, 3, 4, 5 ବା 6 ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଥାଉ । ଅର୍ଥାତ୍, ଏଠାରେ ମୋଟ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ଛଅଟି ଅଛି ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ତୁମେ ଓ ତୁମର ସାଙ୍ଗ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ 30 ଥର ଲେଖାଏଁ ଗଡ଼ାଅ ।
- କେତେ ଥର ଲେଖାଏଁ 1, 2, 3, 4, 5 ଓ 6 ପଡ଼ିଲା ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ପୂରଣ କର । ଉଭୟ ଫଳାଫଳ ସମାନ ହେଲା କି ?

ନାମ	କେତେ ଥର ଲେଖାଏଁ ପଡ଼ିଛି ?					
	⚀ 1	⚁ 2	⚂ 3	⚃ 4	⚄ 5	⚅ 6
ତୁମେ						
ତୁମ ସାଙ୍ଗ						

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 11.1

1. ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ 40 ଥର ଗଡ଼ାଇ 1, 2, 3, 4, 5 ଓ 6 ସଂଖ୍ୟାମାନ କେତେ ଥର ପଡ଼ିଲା ସ୍ଥିର କର । ଏହି ତଥ୍ୟକୁ ନେଇ ଏକ ସ୍ତମ୍ଭ ଲେଖ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।

2. (କ) ଦୁଇଟି ମୁଦ୍ରାକୁ ଏକ ସଙ୍ଗରେ ଟସ୍ ପକାଇଲେ କ'ଣ ଫଳାଫଳ ପାଇବାର ସମ୍ଭାବନା ଅଛି ?

   (ଖ) ତୁମେ ଥରକରେ ଦୁଇଟି ମୁଦ୍ରା ନେଇ ଥର ଥର କରି ଦଶ ଥର ଟସ୍ ପକାଅ । ସେଥିରେ ପାଇଥିବା ଫଳାଫଳକୁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଲେଖ ।

ଟସ୍‌ର ଥର ସଂଖ୍ୟା	କେତେ ଥର ଉଭୟ ମୁଦ୍ରାରେ ଟେଲ ପଡ଼ିଲା ? (T T)	କେତେ ଥର ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାରେ ହେଡ୍ ଓ ଅନ୍ୟଟିରେ ଟେଲ ପଡ଼ିଲା ?		କେତେ ଥର ଉଭୟ ମୁଦ୍ରାରେ ହେଡ୍ ପଡ଼ିଲା ? (H H)
		(H T)	(T H)	
10				

   (ଗ) ତୁମର ସାରଣୀ ତୁମର ଜଣେ ସାଙ୍ଗ ତିଆରି କରିଥିବା ସାରଣୀ ସହ ସମାନ ହୋଇଛି କି ?

11.5 ସମ୍ଭାବ୍ୟତା

ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାର ଦୁଇଟି ପାଖ ଅଛି । ସେ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ହେଡ୍ (H) ଓ ଅନ୍ୟଟି ଟେଲ୍ (L) । ଏଣୁ ଥରେ ଟସ୍ ପକାଇଲେ ମୋଟ ଦୁଇଟି ଫଳାଫଳ ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ଫଳାଫଳ ମିଳିଥାଏ । ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ପୂର୍ବରୁ ମୁଦ୍ରାକୁ ନେଇ ଆମେ ଯେଉଁ ସବୁ କାମ କରିଥିଲେ, ସେଥିରୁ ଆମେ ଜାଣିଲେଣି ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଟସ୍ ପକାଇବାରେ ହେଡ୍ ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବନା ଯେତିକି, ଟେଲ୍ ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବନା ସେତିକି ।

ମୁଦ୍ରାର ଦୁଇଟି ପାଖ ମଧ୍ୟରୁ ହେଡ୍ ଥିବା ପାଖ ଗୋଟିଏ । ଯଦି ଥରେ ଟସ୍ ପକାଇବା ସମୟରେ ଆମେ ଚାହିଁଥାଉ ଯେ ହେଡ୍ ପଡ଼ିବ, ସେହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ''ହେଡ୍ ପଡ଼ିବା'' ହେଉଛି ଘଟଣା, ହେଡ୍ ପଡ଼ିବାର ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଫଳାଫଳର ସଂଖ୍ୟା । ଏଠାରେ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 1 । ମୁଦ୍ରାଟିଏ ଟସ୍ କରିବାରେ ମିଳୁଥିବା ମୋଟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 2 ।

ଏଣୁ ଆମେ କହୁ : ହେଡ୍ (H) ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା = $\frac{\text{ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}}{\text{ମୋଟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}} = \frac{1}{2}$

ସେହିଭଳି ଟେଲ୍ (T) ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା = $\frac{1}{2}$

ଆସ, ଆଉ ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି ସମ୍ଭାବ୍ୟତାକୁ ଜାଣିବା ।

ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁଗୋଟି କ୍ଷେତ୍ରରେ ମୋଟ ପାଖ ସଂଖ୍ୟା = 6

ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାଖରେ 1, 2, 3, 4, 5 ଓ 6 ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ସଂଖ୍ୟାସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ରହିଛି । ତେଣୁ ଏଠାରେ ମୋଟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = 6

ଆମେ ଯଦି 5 ପଡ଼ିବା ଚାହୁଁ, ତେବେ ଆମର ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = 1

5 ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା = $\frac{\text{ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}}{\text{ମୋଟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}} = \frac{1}{6}$

✍ ସେହିଭଳି 2 ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

କେତେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ପରିମାପ :

ଯେଉଁ ଘଟଣା ଆଦୌ ଘଟିବ ନାହିଁ ତା'ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା = 0 । ଯେପରି ଲୁଡୁଗୋଟି ଗଡ଼ାଇବା ବେଳେ 7 ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା = 0, କାରଣ ଲୁଡୁଗୋଟିରେ 7 ଆଦୌ ପଡ଼ିବ ନାହିଁ।

ଯେଉଁ ଘଟଣା ନିଶ୍ଚୟ ଘଟିବ, ତା'ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା = 1,

ଯେପରି ମୁଦ୍ରାଟିଏ ଟସ୍ କଲାବେଳେ ହେଡ୍ ବା ଟେଲ୍ ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା = 1, କାରଣ ଟସ୍ କରାଯାଇଥିବା ମୁଦ୍ରାରେ ହେଡ୍ ବା ଟେଲ୍ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ପାଖ ନାହିଁ। ଅର୍ଥାତ୍, ହେଡ୍ ବା ଟେଲ ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ନିଶ୍ଚୟ ପଡ଼ିବ।

ଯେଉଁ ଘଟଣା ଘଟିପାରେ ବା ନ ଘଟିପାରେ, ସେ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା 0 ଓ 1 ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ।

ଯେପରି, ମୁଦ୍ରା ଟସ୍ ପକାଇବା ବେଳେ ହେଡ୍ ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା = $\frac{1}{2}$, ଏହା 0 ଓ 1 ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ।

ଲୁଡୁଗୋଟି ଗଡ଼ାଇବା ବେଳେ 5 ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା = $\frac{1}{6}$ [0 ଓ 1 ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ]

କହିଲ ଦେଖି :
ଏପରି ତିନୋଟି ପରିସ୍ଥିତିର ଉଦାହରଣ ଦିଅ ଯେଉଁଠାରେ ଫଳାଫଳର ସମାନ ସମ୍ଭାବନା ନ ଥାଏ ?

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 11.2

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ କେଉଁଟି ନିଶ୍ଚିତ ଘଟିବ, ଘଟିବା ଅସମ୍ଭବ, ଘଟିପାରେ ବା ନ ଘଟିପାରେ ଲେଖ।

(କ) ପୂର୍ଣ୍ଣିମା ଦିନ ସୂର୍ଯ୍ୟୋପରାଗ ଘଟିବ।

(ଖ) 2010 ମସିହାର ଫେବୃୟାରୀ ମାସର ଦିନ ସଂଖ୍ୟା 29।

(ଗ) ଆଠ ଦିନ ପରେ ବଜାରରେ ଆଳୁ ଦର କମିଯିବ।

(ଘ) ଆସନ୍ତା କାଲି ମେଘୁଆ ପାଗ ହେବ।

2. ଗୋଟିଏ ଥଳିରେ ନାଲି, କଳା, ଧଳା, ନୀଳ, ସବୁଜ ଓ ହଳଦିଆ ପ୍ରତ୍ୟେକ ରଙ୍ଗରୁ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ସମାନ ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ ବଲ୍ ରହିଛି। ଆଖି ବନ୍ଦ କରି ଥଳି ଭିତରୁ ଗୋଟିଏ ବଲ୍ ଆଣିଲେ -

(କ) ଧଳା ରଙ୍ଗର ବଲ୍ ବାହାରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

(ଖ) ଥଳି ରେ 6 ଟି ଯାକ ବଲ୍ ଥିବା ବେଳେ ନୀଳ ରଙ୍ଗର ବଲଟିଏ ବାହାର କରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

(ଗ) ନୀଳ ରଙ୍ଗର ବଲ୍ ବାହାର କରିଆଣିବା ପରେ ସବୁଜ ରଙ୍ଗ ବଲ୍ ବାହାରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

3. ତୁମ ଶ୍ରେଣୀର ପୁଅ ଓ ଝିଅମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କ୍ରିକେଟ୍ ମ୍ୟାଚ୍ ହେବ। ପୁଅ ବା ଝିଅମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କିଏ ପ୍ରଥମେ ବ୍ୟାଟିଂ କରିବେ ତାହା ମୁଦ୍ରା ଟସ୍‌ରେ ହେଡ୍ ପଡ଼ିବା ଦ୍ୱାରା ସ୍ଥିର ହେବ। ମ୍ୟାଚ୍‌ରେ ଝିଅମାନେ ପ୍ରଥମେ ବ୍ୟାଟିଂ କରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

4. ତୁମେ ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ 20 ଥର ଗଡ଼ାଇ ଯାହା ଫଳାଫଳ ପାଇଲ ତାହା ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ପୂରଣ କର ।

ଗୋଟି ଗଡ଼ାଇବା ଥର ସଂଖ୍ୟା	କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା କେତେଥର ପଡ଼ିଲା					
	1	2	3	4	5	6
20 ଥର						

ଉପର ସାରଣୀ ଦେଖି କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ଥର ପଡ଼ିଲା କହ ।

ଏବେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

(କ) ତୁମେ 20 ଥର ଲୁଡୁ ଗୋଟି ଗଡ଼ାଇଥିବା ବେଳେ, $\dfrac{\text{4 ପଡ଼ିବା ଥର ସଂଖ୍ୟା}}{\text{ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ମୋଟ ଗଡ଼ାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା}}$ = ...

(ଖ) ଲୁଡୁଗୋଟି ଗଡ଼ାଇବା ବେଳେ 4 ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ପୂର୍ବ ଫଳାଫଳ ସହ ତୁମେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିଥିବା ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ସମାନ ହେଲା କି ?

ଦ୍ୱାଦଶ ଅଧ୍ୟାୟ

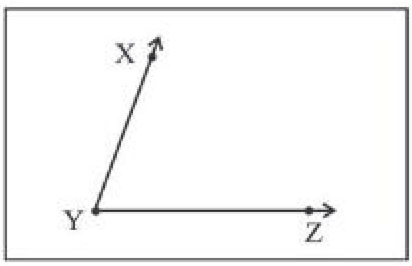
ଜ୍ୟାମିତିକ ଅଙ୍କନ

FYGRVY

12.1 ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ

ଜ୍ୟାମିତିକ ଅଙ୍କନ କରିବା ବେଳେ ଆମେ ଜ୍ୟାମିତି ବାକ୍ସରେ ଥିବା ସ୍କେଲ, ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର, କମ୍ପାସ୍, ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ପ୍ରଭୃତି ଯନ୍ତ୍ରର ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ । ଏଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମେ ରେଖାଖଣ୍ଡର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରିବାର ପ୍ରଣାଳୀ ସଂପର୍କରେ ଜାଣିଛୁ । ସେହିପରି ଦିଆଯାଇଥିବା ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିମାଣର କୋଣର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଅଙ୍କନ କରିବା ମଧ୍ୟ ଆମେ ଶିଖିଛୁ । ପୁନଶ୍ଚ , କମ୍ପାସ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ଏକଦତ୍ତ କୋଣର ସମପରିମାଣର ଅନ୍ୟ ଏକ କୋଣ ଅଙ୍କନ କରିବା ଆମେ ଶିଖିଛୁ । ଆସ, ସେ ସବୁକୁ ମନେ ପକାଇବା ।

(କ) ସ୍କେଲ ଓ କମ୍ପାସ୍ ବ୍ୟବହାର କରି କୌଣସି କୋଣର ସମପରିମାଣର ଅନ୍ୟ ଏକ କୋଣ କିପରି ଅଙ୍କନ କରାଯାଏ, ତାହା ଆଲୋଚନା କରିବା ।



ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଗୋଟିଏ କୋଣ ଦିଆଯାଇଛି ।

ଏହି କୋଣର ନାମ କ'ଣ ?

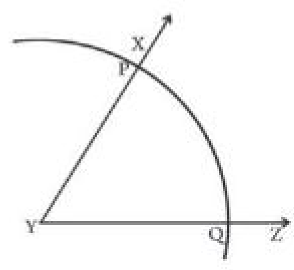
ଏହି କୋଣର ସମପରିମାଣର ଗୋଟିଏ କୋଣ $\angle ABC$ ଅଙ୍କନ କରିବା ।

$\angle Y$ ର ସନ୍ନିହିତ ରଶ୍ମି ଦୁଇଟିର ନାମ କ'ଣ ?

- ପ୍ରଥମେ ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା 'l' ଅଙ୍କନ କର ।

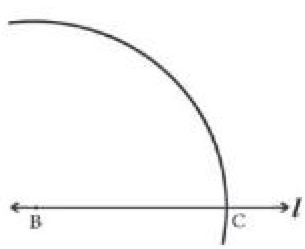
- l ସରଳରେଖା ଉପରେ B ବିନ୍ଦୁ ନିଅ ।

  ('B' ବିନ୍ଦୁଠାରେ $\angle Y$ ର ସମପରିମାଣର କୋଣ ଅଙ୍କନ କରାଯିବ)

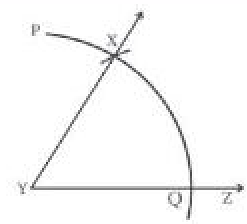


- ଏବେ $\angle Y$ ର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଉପରେ କମ୍ପାସର କଣ୍ଟାମୁନ ରଖି ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହା $\angle Y$କୁ ଗଠନ କରିଥିବ । ରଶ୍ମି $\overrightarrow{YX}$ ଓ $\overrightarrow{YZ}$ କୁ ଯଥାକ୍ରମେ P ଓ Q ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବ ।

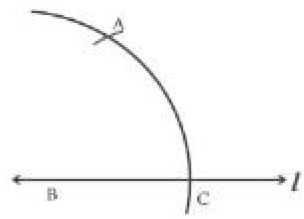
- କମ୍ପାସରେ କୌଣସି ପରିବର୍ତ୍ତନ ନ କରି, କମ୍ପାସ ମୁନକୁ l ସରଳ ରେଖାର'B'ବିନ୍ଦୁ ଉପରେ ରଖି ଗୋଟିଏ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହା l ରେଖାକୁ'C'ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବ ।



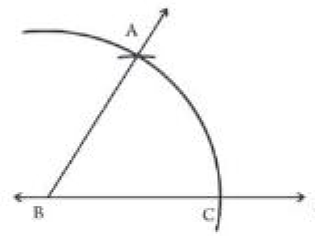
- କମ୍ପାସର କଣ୍ଟାମୁନ ଓ ପେନସିଲ୍ ମୁନକୁ ଏପରି ସଜାଅ, ଯେପରି କଣ୍ଟାମୁନ Q ଉପରେ ଓ ପେନସିଲ ମୁନ P ଉପରେ ରହିବ।



- ପୂର୍ବ ସୋପାନରେ କମ୍ପାସ ଯେପରି ଥିଲା ସେଥିରେ କୌଣସି ପରିବର୍ତ୍ତନ ନକରି କମ୍ପାସର କଣ୍ଟାମୁନକୁ '*l*' ସରଳରେଖାର C ବିନ୍ଦୁ ଉପରେ ରଖ ଓ ଚାପଟି ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି ତାହା ପୂର୍ବରୁ ଅଙ୍କାଯାଇଥିବା ଚାପକୁ ଛେଦ କରିବ। ଛେଦ ବିନ୍ଦୁ ନାମ 'A' ଦିଅ।



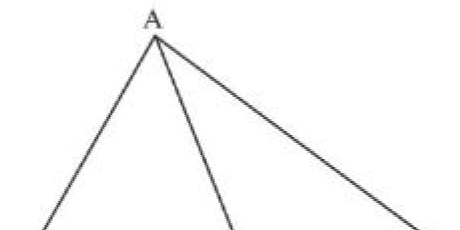
- ଏବେ $\overrightarrow{BA}$ ଅଙ୍କନ କର। $\angle ABC$ ର ପରିମାଣ $\angle XYZ$ ର ପରିମାଣ ସହ ସମାନ, ଅର୍ଥାତ୍ $m\angle XYZ = m\angle ABC$



ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 12.1

1. ସ୍କେଲ ଓ କମ୍ପାସ୍ ବ୍ୟବହାର କରି 60° ପରିମାଣର ଏକ କୋଣ ଅଙ୍କନ କରି ତା'କୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କର।
2. କମ୍ପାସ୍ ଓ ସ୍କେଲ ବ୍ୟବହାରକରି 90° ପରିମାଣର ଏକ କୋଣ ଅଙ୍କନ କରିବାର ସୋପାନଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ।
3. 8 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟର AB ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନକରି ତାହାର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର। AB କୁ ସମାନ ଚାରିଭାଗ କରିପାରିବ କି? କିପରି ?

12.2. ତ୍ରିଭୁଜର ମଧ୍ୟମା :



ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ΔABC କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର। ଏହାର ବାହୁ $\overline{BC}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ତୁମେ କିପରି ପାଇପାରିବ ? $\overline{BC}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁକୁ D ନିଆଯାଉ। $\overline{BC}$ ର ସମ୍ମୁଖୀନ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ A। ଚିତ୍ରରେ ରେଖାଖଣ୍ଡ $\overline{AD}$ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି। $\overline{AD}$ ହେଉଛି ΔABC ର ଏକ ମଧ୍ୟମା। ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ତା'ର ବିପରୀତ ବାହୁର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ସହ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ତ୍ରିଭୁଜର **ଏକ ମଧ୍ୟମା** କୁହାଯାଏ।

ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର। ତାହାର ନାମ XYZ ଦିଅ। ଏହି ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁ ଓ ତା'ର ସମ୍ମୁଖୀନ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁର ନାମ ଲେଖ। ଏହି ତ୍ରିଭୁଜରେ କେତୋଟି ମଧ୍ୟମା ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ ?

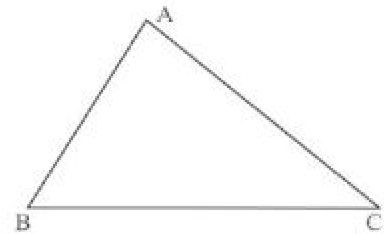
କହିଲ ଦେଖି :
ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର କେତୋଟି ମଧ୍ୟମା ଥାଏ ?

12.2.1. ସ୍କେଲ ଓ କମ୍ପାସ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ତ୍ରିଭୁଜର ମଧ୍ୟମା ଅଙ୍କନ

ଏବେ ସ୍କେଲ ଓ କମ୍ପାସ ବ୍ୟବହାର କରି ତ୍ରିଭୁଜର ମଧ୍ୟମା କିପରି ଅଙ୍କନ କରାଯାଏ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

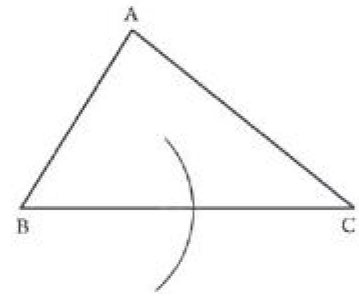
ପ୍ରଥମ ସୋପାନ :

ଚିତ୍ରରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଳି ତୁମ ଖାତାରେ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର । ତ୍ରିଭୁଜଟିର ନାମ ABC ଦିଅ ।



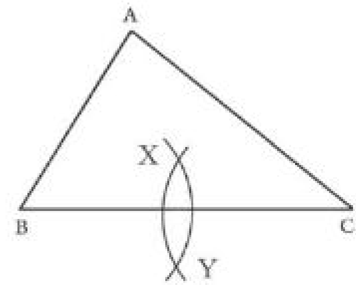
ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ :

ଏହାର $\overline{BC}$ କୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରିବା ପାଇଁ B ଉପରେ କମ୍ପାସର କଣ୍ଟାମୁନ ରଖି $\overline{BC}$ ର ମାପର ଅର୍ଦ୍ଧେକରୁ ଅଧିକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହା $\overline{BC}$ ର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ବିସ୍ତୃତ ହୋଇ ରହିବ ।



ତୃତୀୟ ସୋପାନ :

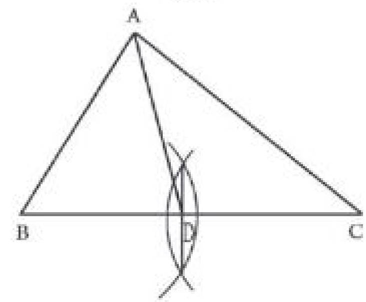
ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନରେ କମ୍ପାସରେ ନେଇଥିବା ଚାପକୁ ପରିବର୍ତ୍ତନ ନ କରି କମ୍ପାସର କଣ୍ଟାମୁନକୁ C ଉପରେ ରଖି ଆଉ ଗୋଟିଏ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହା ପୂର୍ବରୁ ଅଙ୍କା ଯାଇଥିବା ଚାପକୁ ଛେଦ କରିବ । ଛେଦବିନ୍ଦୁ ଦୁଇଟିର ନାମ X ଓ Y ଦିଅ ।



ଚତୁର୍ଥ ସୋପାନ :

X ଓ Y ର ସଂଯୋଜକ ରେଖା ଅଙ୍କନ କର । $\overleftrightarrow{XY}$ ହେଉଛି $\overline{BC}$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ । $\overleftrightarrow{XY}$ ଓ $\overline{BC}$ ର ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ D ଦିଅ ।

ଉପର ଅଙ୍କନରେ D ବିନ୍ଦୁ ହେଉଛି $\overline{BC}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ । ଏବେ $\overline{BC}$ ର ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ A ସହିତ D କୁ ଯୋଗକର । $\overline{AD}$ ହେଉଛି ABC ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ ମଧ୍ୟମା । ଏହି ମଧ୍ୟମା ହେଉଛି $\overline{BC}$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ମଧ୍ୟମା ।



ତୁମେ $\overline{AC}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଓ ଏହାର ନାମ E ଦିଅ । $\overline{BE}$ ମଧ୍ୟମା ଅଙ୍କନ କର ।

କହିଲ ଦେଖି :

ABC ତ୍ରିଭୁଜରେ $\overline{AD}$ ଓ $\overline{BE}$ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ ମଧ୍ୟମା ସମ୍ଭବ କି ? କାହିଁକି ?

ଜାଣିଛ କି ?

ତ୍ରିଭୁଜର ମଧ୍ୟମାତ୍ରୟ ଏକ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ତ୍ରିଭୁଜର ମଧ୍ୟମା ତ୍ରୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁକୁ ଉକ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜର **ଭରକେନ୍ଦ୍ର** କୁହାଯାଏ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 12.2

1. ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏ ସମକୋଣୀ, ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣୀ ଓ ସ୍ଥୁଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର । ପ୍ରତ୍ୟେକ ତ୍ରିଭୁଜରେ ତିନୋଟି ଲେଖାଏଁ ମଧ୍ୟମା ଅଙ୍କନ କର ।

2. Δ PQR ନିଅ ।

   (କ) ଏହାର $\overline{PQ}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ X ନିଅ । $\overline{RX}$ ମଧ୍ୟମା ଅଙ୍କନ କର ।

   (ଖ) $\overline{QR}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ Y ନିଅ । $\overline{PY}$ ମଧ୍ୟମା ଅଙ୍କନ କର ।

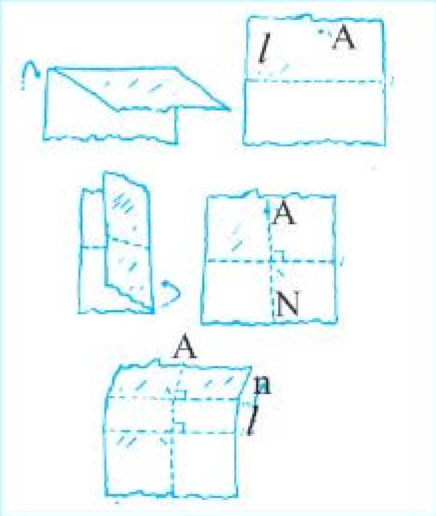
   (ଗ) ଏବେ $\overline{RP}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ନ କରି ତୁମେ $\overline{QZ}$ ମଧ୍ୟମା ଅଙ୍କନ କରି ପାରିବ କି ? କିପରି ?

12.3. ଦତ୍ତ ସରଳ ରେଖା ସହିତ ସମାନ୍ତର କରି ଏକ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ-

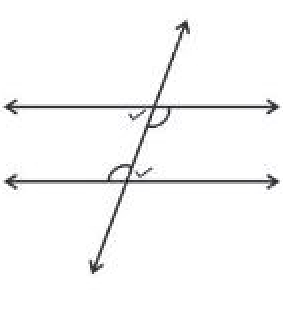
ଆମେ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ପୂର୍ବରୁ ଆଲୋଚନା କରିଛୁ । ଦିଆଯାଇଥିବା ଏକ ସରଳରେଖା ସହିତ ସମାନ୍ତର କରି ଅସଂଖ୍ୟ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରିବା ସମ୍ଭବ । କିନ୍ତୁ, ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ବାହାରେ ଥିବା ଏକ ବିନ୍ଦୁଦେଇ ସେହି ସରଳରେଖା ସହ କେବଳ ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ । ଏବେ, କାଗଜଭାଙ୍ଗି ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ସହ ସମାନ୍ତର କରି ଆଉ ଗୋଟିଏ ସରଳ ରେଖା ଅଙ୍କନ କରିବା ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ଗୋଟିଏ ଫର୍ଦ୍ଦ କାଗଜ ନିଅ । ଏହାକୁ ମଝିରୁ ଭାଙ୍ଗିଦିଅ । ଭାଙ୍ଗ ସ୍ଥାନରେ ତିଆରି ହୋଇଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡ *l* ହେଉ ।
- କାଗଜଟିକୁ ଖୋଲିଦିଅ । *l* ରେଖା ବାହାରେ କାଗଜ ଉପରେ A ନାମକ ବିନ୍ଦୁ ନିଅ ।
- 'A' ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ କାଗଜଟିକୁ ଏପରି ଭାବରେ ଭାଙ୍ଗ ଯେପରି ତାହା *l* ରେଖାଖଣ୍ଡ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହେବା ଭଳି ଦେଖାଯିବ । ଲମ୍ବର ନାମ $\overline{AN}$ ଦିଅ ।
- କାଗଜକୁ ଭାଙ୍ଗି, 'A' ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ $\overline{AN}$ ଲମ୍ବ ପ୍ରତି ଆଉ ଏକ ଲମ୍ବରେଖା ଅଙ୍କନ କର ଏହାର ନାମ *m* ଦିଅ । ଏବେ $l \parallel m$
- ଏହାର କାରଣ କ'ଣ ସାଙ୍ଗମାନଙ୍କ ସହ ଆଲୋଚନା କରି ଲେଖ ।



ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା କେଉଁ କେଉଁ ସର୍ତ୍ତରେ ସମାନ୍ତର ହୁଅନ୍ତି, ସେ ସଂପର୍କରେ ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଛେ । ଆସ, ସେ ସବୁକୁ ମନେ ପକାଇବା ।



ଦୁଇଟି ସରଳରେଖାକୁ ଯଦି ଗୋଟିଏ ଛେଦକ ଛେଦ କରୁଥାଏ ଏବଂ ଛେଦବିନ୍ଦୁଠାରେ ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା ଏକାନ୍ତର କୋଣଗୁଡିକର ପରିମାଣ ସମାନ ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର, ହେବେ ।

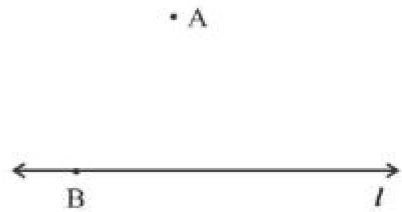
✎ ସମାନ୍ତର ହେବାପାଇଁ ଅନ୍ୟ ସର୍ତ୍ତଗୁଡ଼ିକୁ ତୁମେ ଲେଖ ଓ ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଅ ।

ଏହିସବୁ ସର୍ତ୍ତକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ସ୍କେଲ୍ ଓ କମ୍ପାସ ସାହାଯ୍ୟରେ ଆମେ ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ପ୍ରତି ସମାନ୍ତର କରି ଅନ୍ୟ ଏକ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରିପାରିବା । ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସୋପାନ ଅନୁଯାୟୀ ତୁମେ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ।

ଉଦାହରଣ - 1

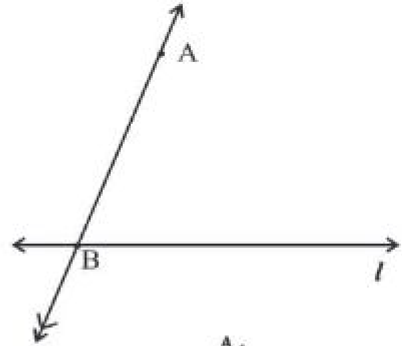
ପ୍ରଥମ ସୋପାନ :

ଗୋଟିଏ ସରଳ ରେଖା 'l' ନିଅ । ଏହାର ବାହାରେ A ନାମକ ବିନ୍ଦୁ ନିଅ ।



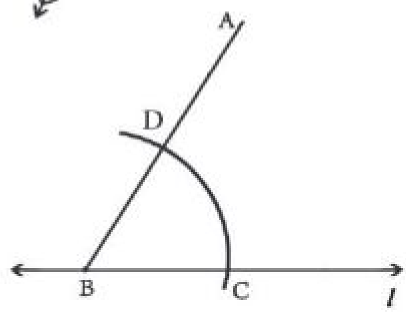
ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ :

l ଉପରିସ୍ଥ B ବିନ୍ଦୁ ନିଅ । $\overleftrightarrow{AB}$ ଅଙ୍କନ କର ।



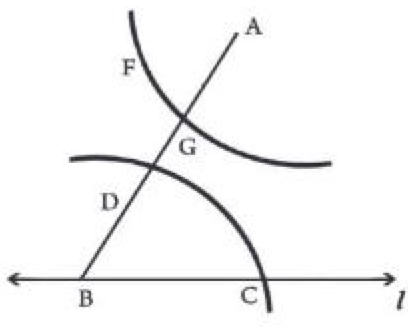
ତୃତୀୟ ସୋପାନ :

B କୁ କେନ୍ଦ୍ରଭାବେ ନେଇ ଯେ କୌଣସି ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି ସେହି ଚାପ 'l' କୁ C ବିନ୍ଦୁରେ ଓ $\overleftrightarrow{AB}$ କୁ D ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବ ।



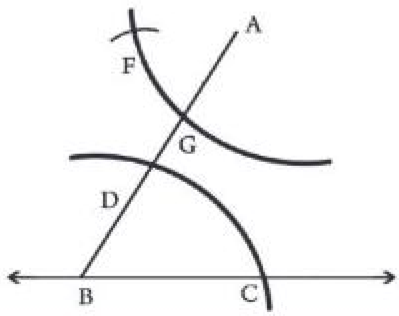
ଚତୁର୍ଥ ସୋପାନ :

ବର୍ତ୍ତମାନ A କୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି ତୃତୀୟ ସୋପାନରେ ନେଇଥିବା ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧକୁ ନ ବଦଳାଇ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହା $\overleftrightarrow{AB}$ କୁ ଛେଦ କରିବ । ଏହି ଚାପର ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ G ଦିଅ ।



ପଞ୍ଚମ ସୋପାନ :

G କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି C ଓ D ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତାକୁ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହା ଚତୁର୍ଥ ସୋପାନରେ ଅଙ୍କିତ ଚାପକୁ ଛେଦ କରିବ । ଛେଦ ବିନ୍ଦୁର ନାମ F ଦିଆଯାଉ ।

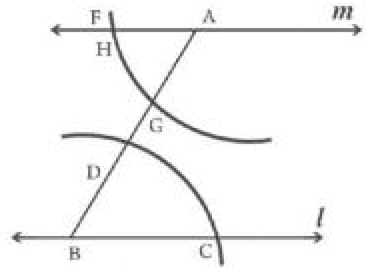


ଷଷ୍ଠ ସୋପାନ :

ବର୍ତ୍ତମାନ, A ଓ F ବିନ୍ଦୁର ସଂଯୋଜକ ରେଖା $\overleftrightarrow{FA}$ ଅଙ୍କନ କର ଓ ଏହାର ନାମ ଦିଅ *l* ।

$\overleftrightarrow{FA} \parallel l$

ଏହାର କାରଣ କ'ଣ ଲେଖ ।



ଉପରୋକ୍ତ ଉଦାହରଣରେ $l \parallel m$ ହେଲେ,

- ଛେଦକ ରେଖାଖଣ୍ଡର ନାମ କ'ଣ ?
- ଏଠାରେ କେତେ ଯୋଡ଼ା ଏକାନ୍ତର କୋଣ ଅଛି ?
- ଏକାନ୍ତର ଯୋଡ଼ା କୋଣମାନଙ୍କୁ ସୂଚାଅ ।
- ଛେଦକର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ସମଷ୍ଟି କେତେ ହେଲା ?

କହିଲ ଦେଖି :

(କ) A ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ *l* ସରଳରେଖା ସହ ସମାନ୍ତର କରି *m* ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ କି ? କାରଣ ଲେଖ ।

(ଖ) ଉଦାହରଣ – 1 ରେ ଅଙ୍କନରେ ଆମେ ସମପରିମାଣର ଏକାନ୍ତର କୋଣ ଅଙ୍କନ କରି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ପାଇଲେ । ଏହି ଅଙ୍କନରେ ସାମାନ୍ୟ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରି A ବିନ୍ଦୁରେ ସମାନ ପରିମାଣର ଅନୁରୂପ କୋଣ ଅଙ୍କନ କରି, ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ କି ? ଯଦି ସମ୍ଭବ, ତେବେ ଅଙ୍କନ କର ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 12.3

1. $\overleftrightarrow{AB}$ ଅଙ୍କନ କର । ଏହାର ବହିଃସ୍ଥ 'P' ବିନ୍ଦୁ ନିଅ । P ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ $\overleftrightarrow{AB}$ ସହ ସମାନ୍ତର $\overleftrightarrow{CD}$ ଅଙ୍କନ କର । (ଅଙ୍କନ ପାଇଁ କେବଳ ସ୍କେଲ ଓ କମ୍ପାସ ବ୍ୟବହାର କରାଯିବ ।)

2. $\overleftrightarrow{PQ}$ ଅଙ୍କନ କର । $\overleftrightarrow{PQ}$ ଠାରୁ 4 ସେ.ମି. ଦୂରତାରେ $\overleftrightarrow{CD}$ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି $\overleftrightarrow{PQ} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ ହେବ ।

   (ସୂଚନା : $\overleftrightarrow{PQ}$ ର ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁରେ $\overleftrightarrow{PQ}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରି $\overleftrightarrow{PQ}$ ଠାରୁ 4 ସେ.ମି. ଦୂରତାରେ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ ନିଅ)

3. '*l*' ନାମକ ସରଳରେଖା ନିଅ ଓ P ବିନ୍ଦୁ ନିଅ ଯାହା *l* ଉପରେ ନ ଥିବ । P ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ *l* ସହିତ ସମାନ୍ତର କରି '*m*' ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କର ।

   - ଏବେ '*l*' ଉପରେ Q ନାମକ ବିନ୍ଦୁ ନିଅ ଏବଂ $\overleftrightarrow{PQ}$ ଅଙ୍କନ କର ।
   - *m* ଉପରେ R ବିନ୍ଦୁ ନିଅ । R ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ $\overleftrightarrow{PQ}$ ସହ ସମାନ୍ତର କରି ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କର ।
   - ଏହି ସରଳରେଖା *l* କୁ S ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁ ।
   - ଏହି ଦୁଇ ଯୋଡ଼ା ସମାନ୍ତର ସରଳ ରେଖା ଦ୍ୱାରା କେଉଁ ପ୍ରକାରର ଆକୃତି ସୃଷ୍ଟି ହେଉଛି ?

12.4 ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ

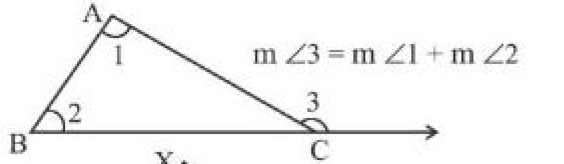
ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଛେ, ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ କୋଣର ମାପ ଅନୁଯାୟୀ ତ୍ରିଭୁଜଗୁଡ଼ିକୁ ବର୍ଗୀକରଣ କରାଯାଏ । ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନୁଯାୟୀ ତ୍ରିଭୁଜଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛନ୍ତି ତିନି ପ୍ରକାରର । ଯଥା-

1. ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ
2. ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ
3. ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ

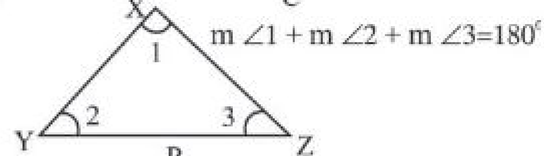
କହିଲ ଦେଖି :
କୋଣର ମାପ ଅନୁଯାୟୀ ତ୍ରିଭୁଜ କେତେ ପ୍ରକାରର ? ସେଗୁଡ଼ିକ କ'ଣ କ'ଣ ?

ପୂର୍ବରୁ ସପ୍ତମ ଅଧ୍ୟାୟରେ ଆମେ ତ୍ରିଭୁଜର ଧର୍ମ ସଂପର୍କରେ ମଧ୍ୟ ଆଲୋଚନା କରିଛନ୍ତି । ଆସ, ସେସବୁର ପୁନରାଲୋଚନା କରିବା ।

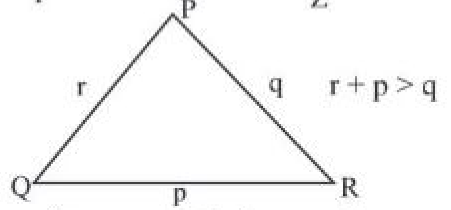
- ତ୍ରିଭୁଜର ବହିଃସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ ଏହାର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ଦୂରବର୍ତ୍ତୀ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ସଙ୍ଗେ ସମାନ ।



- ତ୍ରିଭୁଜର ତିନି କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180° ।



- ତ୍ରିଭୁଜର ଯେ କୌଣସି ଦୁଇ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ତୃତୀୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟଠାରୁ ବୃହତ୍ତର ।



ସେହିପରି ନବମ ଅଧ୍ୟାୟରେ ଆମେ ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ସର୍ବସମ ହେବା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ସର୍ତ୍ତଗୁଡ଼ିକ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରିଥିଲେ ।

ନିମ୍ନୋକ୍ତ ସର୍ତ୍ତ ତିନୋଟି ମଧ୍ୟରୁ ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ସର୍ତ୍ତ ସିଦ୍ଧ ହେଉଥିଲେ ତ୍ରିଭୁଜ ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ହୋଇଥାନ୍ତି ।

(କ) ଗୋଟିକର ତିନୋଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ଅନ୍ୟ ତିନୋଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସଙ୍ଗେ ସମାନ,

(ଖ) ଗୋଟିକଏ ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ସେମାନଙ୍କର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣର ପରିମାଣ ଅନ୍ୟଟିର ଅନୁରୂପ ଅଙ୍ଗ ସହ ସମାନ ହେଲେ,

(ଗ) ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ତା'ର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ଅନ୍ୟ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନୁରୂପ ଅଙ୍ଗ ସହ ସମାନ ହେଲେ ।

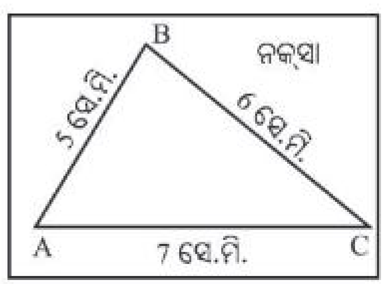
ଏହି ସବୁ ଧାରଣାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବାର କୌଶଳ ଜାଣିବା ।

12.4.1 ତିନୋଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ

ତ୍ରିଭୁଜର ତିନି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିହେବ । (ଯେ କୌଣସି ଦୁଇ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ତୃତୀୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟଠାରୁ ବୃହତ୍ତର ହେଉଥିବ) । ଏଥିପାଇଁ ପ୍ରଥମେ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ ନକ୍ସା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି ତହିଁରେ ଦତ୍ତ ମାପଗୁଡ଼ିକ ଦେଖାଇ ଦେବ । ଏହି ନକ୍ସା ଆମକୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବାର ବିଭିନ୍ନ ସୋପାନଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବାରେ ସହାୟକ ହୋଇଥାଏ ।

ଉଦାହରଣ - 2:

Δ ABC ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର AB=5 ସେ. ମି, BC=6 ସେ.ମି. ଓ CA=7 ସେ.ମି



ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

ପ୍ରଥମ ସୋପାନ :

7 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟର $\overline{AC}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର ।

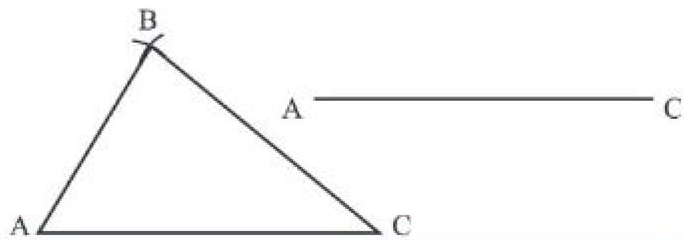
ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ :

'A' କୁ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କରି 5 ସେ.ମି. (AB) ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ।

ତୃତୀୟ ସୋପାନ :

'C' କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି 6 ସେ.ମି BC ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି ତାହା ପୂର୍ବରୁ ଅଙ୍କା ହୋଇଥିବା ଚାପକୁ ଛେଦ କରିବ । ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ B ଦିଅ ।

ଚତୁର୍ଥ ସୋପାନ :



$\overline{AB}$ ଓ $\overline{BC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

ଏବେ ଆବଶ୍ୟକ Δ ABC ପାଇଲେ ।

ଗୋଟିଏ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜରେ ΔPQR ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର QR=7 ସେ.ମି., PQ= 5 ସେ.ମି. ଓ PR=6 ସେ.ମି । ଏହି ΔPQR କୁ Δ ABC ଉପରେ ରଖ । ଯେପରି Δ PQR ର P ବିନ୍ଦୁ ଓ Q ବିନ୍ଦୁ ଯଥାକ୍ରମେ Δ ABC ର B ବିନ୍ଦୁ ଓ A ବିନ୍ଦୁ ଉପରେ ରହିବ । ତୁମେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

Δ PQR ଓ Δ BAC ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ସଂପର୍କ ଅଛି ? କାରଣ ଲେଖ ?

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 12.4

1. Δ XYZ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର XY = 4.8 ସେ.ମି, YZ =5.3 ସେ.ମି. ZX=5.6 ସେ.ମି । ଏହାର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ X ରୁ $\overline{YZ}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରି ତା'ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

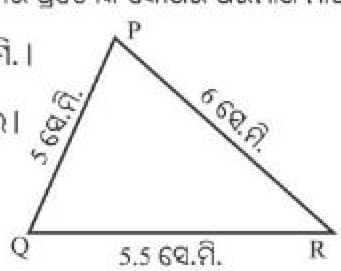
2. (କ) ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁ 5.5 ସେ.ମି । ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

   (ଖ) 6 ସେ.ମି. ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରି ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ ମାପି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

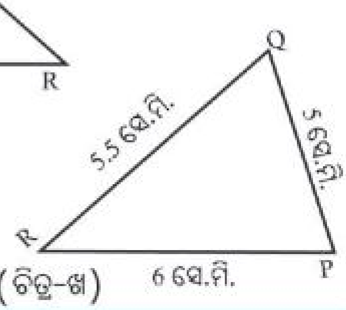
3. Δ PQR ର PQ=5 ସେ.ମି. QR=5.5 ସେ.ମି. RP = 6 ସେ.ମି. ।

   (କ) ଚିତ୍ର-କ ନକ୍ସାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି PQR ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ।

   (ଖ) ଚିତ୍ର-ଖ ନକ୍ସା ଅନୁଯାୟୀ Δ PQR ଅଙ୍କନକର ।



(ଚିତ୍ର-କ)



(ଚିତ୍ର-ଖ)

ଉଭୟ ଅଙ୍କନରେ ସମାନ ଆକାରର ତ୍ରିଭୁଜ ମିଳିଲା କି ? କାରଣ କ'ଣ ଲେଖ ।

4. ଉମେଶ BC=5 ସେ.ମି., CA=3 ସେ.ମି. ଓ AB=8.5 ସେ.ମି. ନେଇ Δ ABC ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କଲା ।

ତୁମେ ଏହି ମାପକୁ ନେଇ Δ ABC ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର । ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବା ସମ୍ଭବ ହେଲା କି ? ତୁମ ଉତ୍ତର ସପକ୍ଷରେ କାରଣ ବୁଝାଇ ଲେଖ ।

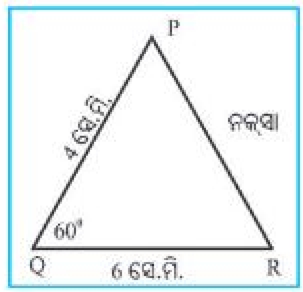
12.4.2 ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ସେମାନଙ୍କର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣର ପରିମାଣ ଦତ୍ତ ଥାଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ (ବା-କୋ-ବା ସର୍ତ୍ତ)

ଏଠାରେ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ସେହି ଦୁଇ ବାହୁ ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣର ପରିମାଣ ଦିଆଯାଇଥିଲେ, ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବାର ପ୍ରଣାଳୀ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରିବା । ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣରେ ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ ଦିଆଯାଇଛି । ତୁମେ ସେହିପରି ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

ଉଦାହରଣ - 3

- Δ PQR ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ, ଯାହାର PQ = 4 ସେ.ମି., QR = 6 ସେ.ମି ଓ $m\angle PQR = 60^\circ$

Δ PQR ଅଙ୍କନ କରିବା ।ଏଠାରେ ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ ସ୍ଥିର କରିବାକୁ ହେଲେ ପ୍ରଥମେ ଏହି ତ୍ରିଭୁଜର ନକ୍ସା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା । ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ନକ୍ସାକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।



- ତ୍ରିଭୁଜର କେଉଁ କେଉଁ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦିଆଯାଇଛି ?
- ଯେଉଁ କୋଣର ମାପ ଦିଆଯାଇଛି, ତାହା ଦିଆଯାଇଥିବା ବାହୁ ଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ ହେଉଛି କି ?
- ପ୍ରଥମେ କେଉଁ ମାପକୁ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବା ସହଜ ହେବ ?

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

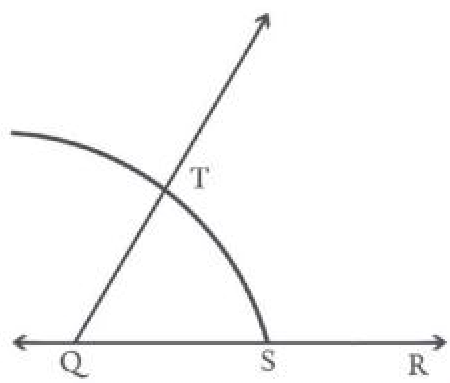
ପ୍ରଥମ ସୋପାନ :

QR = 6 ସେ.ମି. ଅଙ୍କନ କର ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ :

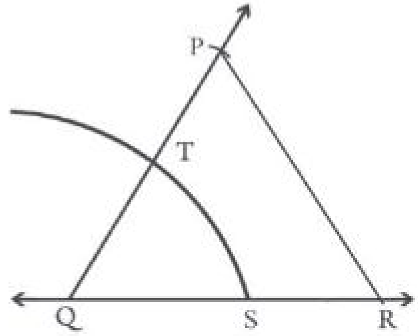
$\overline{QR}$ ର Q ବିନ୍ଦୁଠାରେ 60° ପରିମାଣର କୋଣ ଅଙ୍କନ କର । ଏଥିପାଇଁ କମ୍ପାସର କଣ୍ଟା ମୁନକୁ Q ଉପରେ ରଖି ଯେ କୌଣସି ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଯାହା $\overleftrightarrow{QR}$ କୁ ଛେଦ କରିବ । ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ S ହେଉ । ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧକୁ ନ ବଦଳାଇ S କୁ କେନ୍ଦ୍ର ନେଇ ଆଉ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହା ପୂର୍ବରୁ ଅଙ୍କନ ହୋଇଥିବା ଚାପକୁ ଛେଦ କରିବ ଓ ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ T ହେଉ ।

$\overrightarrow{QT}$ ଅଙ୍କନ କର ।



ତୃତୀୟ ସୋପାନ :

Q କୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି 4 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର।
ଏହା $\overrightarrow{QT}$ କୁ ଛେଦ କରୁ। ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ P ହେଉ।



ଚତୁର୍ଥ ସୋପାନ :

$\overline{PR}$ ଅଙ୍କନ କର।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ଉଦାହରଣ-3 ରେ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଥିବା ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ସେହି ଦୁଇବାହୁର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ ପରିମାଣ ଦିଆଯାଇଥିଲା।

କାର୍ଯ୍ୟ -1

ΔABC ରେ $AB = 4$ ସେ.ମି., $AC=5$ ସେ.ମି., $m\angle C = 30^0$ ଆମେ ଏହି ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରି ପାରିବା କି ? ଚେଷ୍ଟା କରି ଦେଖ।

ଆମେ $AC = 5$ ସେ.ମି. ଓ $m\angle C = 30^0$ ନେଇ ଅଙ୍କନ କରିପାରିବା। ΔABC ର A ଓ C ଶୀର୍ଷଦ୍ୱୟ ଆମେ ପାଇଲେ। B ଶୀର୍ଷ ପାଇବା ଆବଶ୍ୟକ। $BA = 4$ ସେ.ମି. ଅର୍ଥାତ୍ A ବିନ୍ଦୁରୁ B ର ଦୂରତା 4 ସେ.ମି.। ତେଣୁ A ବିନ୍ଦୁରେ କମ୍ପାସର କଣ୍ଟାମୂନ ରଖି 4 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଚାପ ଅଙ୍କନ କରିବା। ଏହି ଚାପଟି $\overleftrightarrow{AC}$ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ବାହୁକୁ ଛେଦ କଲା କି ନାହିଁ ଦେଖ। ବର୍ତ୍ତମାନ କୁହ, ତୁମେ $\triangle ABC$ ଅଙ୍କନ କରି ପାରିଲ କି ?

କାର୍ଯ୍ୟ-2

ସେହିପରି ΔABC ରେ $AB = 3$ ସେ.ମି., $AC = 5$ ସେ.ମି. $m\angle B = 30^0$। ଏହି ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର।

କ'ଣ ପାଇଲ ?

ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ABC ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ହେଉଛି କି ? କାହିଁକି ?

ଅର୍ଥାତ୍ ଆମେ ଜାଣିଲେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ପାଇଁ ଏହାର ଦୁଇବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ସେହି ଦୁଇ ବାହୁର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣର ପରିମାଣ ଜଣାଥିବା ଆବଶ୍ୟକ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 12.5

1. ΔDEF ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର $DE = 5$ ସେ.ମି., $DF = 3$ ସେ.ମି. ଏବଂ $m\angle EDF = 90^0$।

   ଏହି ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ୟ ବାହୁ ଓ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

   ସେହିପରି ଗୋଟିଏ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜରେ ΔXYZ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର $XY=5$ ସେ.ମି., $XZ=3$ ସେ.ମି. ଏବଂ $m\angle YXZ = 90^0$। ΔXYZ କୁ ΔDEF ଉପରେ ଏପରି ଭାବରେ ରଖ ଯେପରି ΔDEF ର D ଓ E ବିନ୍ଦୁ ଯଥାକ୍ରମେ ΔXYZ ର X ଓ Y ବିନ୍ଦୁ ଉପରେ ରହିବ।

   କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

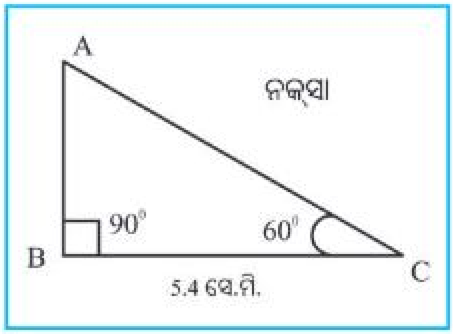
   ΔDEF ଓ ΔXYZ ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ସଂପର୍କ ଅଛି ? କାରଣ କ'ଣ ?

2. ΔABC ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର $BC=7.5$ ସେ.ମି., $AC=5$ ସେ.ମି. ଓ $m\angle C=60^0$।

12.4.3. ଗୋଟିଏ ବାହୁ ଓ ତା'ର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣଦ୍ୱୟ ପରିମାଣ ଦତ୍ତ ଥିଲେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ (କୋ-ବା-କୋ ସର୍ତ୍ତ)

ଉଦାହରଣ - 4

ଆମକୁ ΔABC ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ଯାହାର BC= 5.4 ସେ.ମି., $m\angle ABC = 90^0$ ଓ $m\angle BCA = 60^0$ ।



ସମାଧାନ :

ΔABC ଅଙ୍କନ କରିବା ନିମନ୍ତେ ଆମକୁ ପ୍ରଥମେ ତ୍ରିଭୁଜର ନକ୍ସା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବାକୁ ହେବ ।

ଏବେ ଏହି ନକ୍ସା ଦେଖି କହ-

- ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବା ପାଇଁ କେତୋଟି ମାପ ଦିଆଯାଇଛି ?
- କେଉଁ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦିଆଯାଇଛି ?
- କେଉଁ କେଉଁ କୋଣର ପରିମାଣ ଦିଆଯାଇଛି ?
- ପରିମାଣ ଦିଆଯାଇଥିବା କୋଣ ଦୁଇଟି ଦିଆଯାଇଥିବା ବାହୁ ($\overline{BC}$) ର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣ ହେଉଛି କି ?

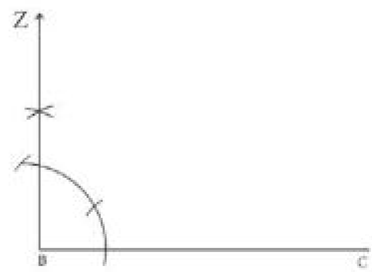
ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

ପ୍ରଥମ ସୋପାନ :

BC = 5.4 ସେ.ମି. ଅଙ୍କନ କରାଯାଉ ।

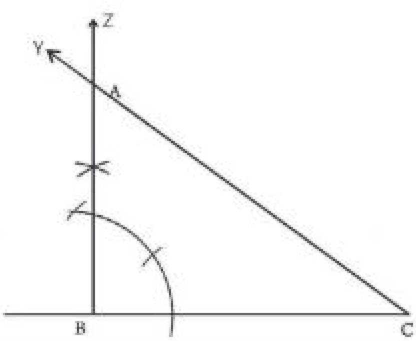
ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ :

$\overline{BC}$ ର B ବିନ୍ଦୁଠାରେ ୨0° ପରିମାଣର କୋଣ ଅଙ୍କନ କର । ଫଳରେ $\overrightarrow{BZ}$ ମିଳିବ ।



ତୃତୀୟ ସୋପାନ :

C ବିନ୍ଦୁରେ $\overline{CB}$ ଉପରେ 60° ପରିମିତ କୋଣ ଅଙ୍କନ କର । ଚିତ୍ରରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଳି $\overrightarrow{CY}$ ରଶ୍ମି ନାମକରଣ କର । $\overrightarrow{BZ}$ ଓ $\overrightarrow{CY}$ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରିବେ, ତା'ର ନାମ A ଦିଅ । ଏବେ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ତ୍ରିଭୁଜ ABC ମିଳିଲା ।



କହିଲ ଦେଖି :

ପ୍ରଥମେ ଗୋଟିଏ ସରଳ ରେଖା ଅଙ୍କନ କରି ଏହା ଉପରେ B ଓ C ବିନ୍ଦୁକୁ ଏପରି ଚିହ୍ନଟ କର ଯେପରି C ର ଡାହାଣକୁ B ରହିବ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଦତ୍ତ ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ΔABC ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ କି ?

ଉଦାହରଣ - 4 ରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଅଙ୍କନରେ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ ବାହୁ ଓ ତା'ର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ଦିଆଯାଇଛି । ଯଦି ଆମକୁ ΔPQR ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ଅଛି, ଯାହାର PR=6 ସେ.ମି., $m\angle P=60^\circ$ ଓ $m\angle Q=45^\circ$ ଦିଆଯାଇଛି । ତୁମେ ଏହି ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିପାରିବ କି ? କିପରି ?

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 12.6

1. EF = 7.2 ସେ.ମି, $m\angle E=90^\circ$, $m\angle F=90^\circ$ କୁ ନେଇ ΔEFG ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ କି ? ତୁମର ଉତ୍ତର ସପକ୍ଷରେ କାରଣ ଲେଖ ।

2. ΔXYZ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର $m\angle X=60^\circ$, $m\angle Y=30^\circ$ ଏବଂ XY = 6.2 ସେ.ମି ।

3. ΔKLM ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର LM= 5.4 ସେ.ମି. $m\angle L=45^\circ$, $m\angle M=90^\circ$ ।

   (କ) ଏହି ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ୟ ଦୁଇ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

   (ଖ) ଏହାର $\angle N$ ର ପରିମାଣ କେତେ ?

   (ଗ) ବାହୁ ମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନୁଯାୟୀ ଏହା କି ପ୍ରକାରର ତ୍ରିଭୁଜ ?

   (ଘ) କୋଣମାନଙ୍କର ମାପ ଅନୁଯାୟୀ ଏହା କି ପ୍ରକାରର ତ୍ରିଭୁଜ ?

   ଏବେ ଗୋଟିଏ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜରେ ΔPQR ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର PR = 5.4 ସେ.ମି. $m\angle P=45^\circ$, $m\angle R=45^\circ$ ।

   PQR ତ୍ରିଭୁଜକୁ ଆଣି ΔLMN ଉପରେ ରଖ, ଯେପରି ΔPQR ର P ବିନ୍ଦୁ ଓ Q ବିନ୍ଦୁ ଯଥାକ୍ରମେ ΔLMN ର L ଓ M ବିନ୍ଦୁ ଉପରେ ରହିବ ।

   ΔPQR ଓ ΔLMN ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ସମ୍ବନ୍ଧ ଅଛି ? କାରଣ କ'ଣ ?

4. $ABC\Delta$ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର BC = 5.3 ସେ.ମି. $m\angle B=45^\circ$ ଓ $m\angle A=75^\circ$ ।

   ଏହି ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନର ସୋପାନଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ।

INDIAN ARMY

An extraordinary life
A life full of adventure, honour and glory
Where you are one among a million,
and one in a million.

Be The Best
Join Indian Army

www.joinindianarmy.nic.in